

사각평판에서 구멍의 위치에 따른 자유진동에 관한 연구

김형준*, 최경호, 박정호(동아대 대학원 기계공학과), 김현수, 안찬우(동아대 기계공학과)

A Study on the Free Vibration of a Square Plate with Various Hole Positions

H. J. Kim, K. H. Choi, J. H. Park(Mech. Eng. Dept., DAU),
H. S. Kim, C. W. Ahn(Mech. & Ind. Syst. Eng. Div., DAU)

ABSTRACT

In this study, it is attempted to obtain the optimum size of holes in 15 square plate models where a hole exists on every quadrant of a plate, and to get eigenvalues by performing free vibration analysis for each model. Moreover, the specimen is produced from optimized square plate and eigenvalue of each plate is measured through the shocking load. And then the result is compared with that of finite element analysis. For free vibration analysis of the square plate, the boundary condition of finite element analysis and experiment is assumed as both ends support. From the results of this study, it is known that more stable structures can be designed by changing the natural frequency which is dependent on the location of holes and further studies are considered to be necessary for the basic design information.

Key Words : Square plate (사각평판), Quadrant(사분면), Eigenvalue (고유치), Shocking load (충격 하중), Finite element analysis (유한요소해석), Both ends support (양단지지)

1. 서론

구조물의 대표적인 구성요소인 평판의 특성을 해석하기 위해 많은 연구가 진행되어 왔다. 그러나, 평판의 경우 균일한 단면형상을 갖는 단순 평판의 경우에도 모든 경계조건에 대하여 수학적 해를 구하는 것은 불가능하다. 그러므로 최근에는 평판에 구멍이나 보강재 등 불균일 영역이 존재할 경우 유한요소법을 이용하여 평판의 특성을 조사하는 방법이 가장 많이 사용하고 있다.⁽¹⁾

본 연구에서는 사각평판의 중앙을 기준으로 1, 2, 3, 4분면에 구멍이 존재하는 15가지의 경우에 단축압축의 하중이 주어질 때 각각 구멍의 최적크기를 구하고, 또한 각 모델에 대하여 자유진동 해석을 수행하여 고유 진동수를 구하였다. 또한 이렇게 최적화된 평판을 시편으로 제작하였고, 충격가진을 통해 각 평판의 고유진동수를 측정하여 유한요소 해석의 결과와 비교하였다. 평판은 자유진동해석에 대하여 유한요소 해석과 실험 모두 양단지지상태로 놓여 있을 경우로 가정하였다.

2. 이론적 배경

감쇠가 없는 평판의 동적 특성에 대한 지배방정식은 다음과 같다.^{(2), (3)}

$$\nabla^4 w + \frac{\rho h}{D} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$$

: 미분연산자

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \text{ : 판의 굽힘강성}$$

E : 판의 탄성계수

h : 판의 두께

ν : 프와송비

t : 시간

w : 판의 처짐

이다. 식 (1)은 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\nabla^4 w - \lambda_i^4 w = 0$$

$$\lambda_i^4 = \omega_i^2 a^2 \sqrt{\rho h / D} \quad (2)$$

여기서 λ_i^4 은 i 번째 모드의 무차원 진동수의 매

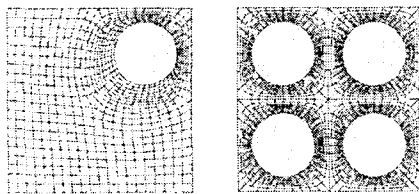
개변수이고 a 는 판의 길이, ρ 는 판의 밀도, $\omega_i = 2\pi f_i$ 인 i 번째 모드의 고유진동수이다.

3. 유한요소 모델과 구멍크기의 최적화

3.1 유한요소 모델

유한요소 모델은 구멍이 없는 정사각평판 모델과 구멍이 있는 정사각평판 모델로 나눌 수 있다. 구멍이 있는 모델의 경우에는 평판의 중앙을 수평, 수직으로 나누어서 4등분하였을 때, 구멍은 각각의 분면에 위치하고, 1개의 구멍이 있는 4가지 경우, 2개의 구멍이 있는 6가지 경우, 3개의 구멍이 있는 4가지 경우, 4개의 구멍이 있는 경우 등 총 16종류이다. 이 중에서 형상이 중복되는 경우를 제외한 총 7가지 경우에 대해서 해석하였다.

각각의 평판의 Node와 Element의 개수는 중복되는 경우는 생략하여 Table 1에서 5종류로 분류하여 나타내었다. 모델은 Fig. 1과 같이 구성하였다.



(1) 1-hole (2) 4-hole

Fig. 1 Finite element models

Table 1 Number of elements and nodes

Data of plate No. of hole	No. of elements	No. of nodes
No hole	400	441
One hole	700	760
Two holes	1000	1079
Three holes	1300	1398
Four holes	1600	1717

모델로 사용한 평판의 재질은 일반 구조용 압연강재인 SS400으로 하였다. 평판의 크기는 $150 \times 150 \times 1.5$ (mm) 이고 물성치는 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Material properties of SS400

Material properties	Value
E(Young's modulus)	$2.0 \times E5$ MPa
ν (poisson's ratio)	0.3
ρ (density)	$7.959 \times E-9$ kg \cdot s ² /mm ⁴
Yield stress	235 MPa

3.2 구멍 크기의 최적화

7종류의 평판에 대해 평판의 x축 방향으로 단축압축하중을 가하였다. 하중은 크기가 150 MPa인 하중을 가하였고, 이때의 홀의 최적의 크기를 알아보았다. 최적 조건은 유한요소 해석 및 최적화 전용 프로그램인 GENESIS를 사용하여 구하였다.

구멍의 크기 최적화에서 평판의 경계조건은 단축압축하중을 가하였을 때 평판에 걸리는 응력으로 하였다. 이때 Table 1의 항복응력을 토대로 평판의 좌굴을 고려하여 평판에 걸리는 응력의 상한을 100 MPa로 하였다.⁽⁴⁾

Table 3 Optimum radius of hole from each plate

Radius Position	Optimum radius of hole(mm)			
	①	②	③	④
1 hole	51.00	-	-	-
2 hole ①②	51.2	51.4	-	-
2 hole ①③	50.5	-	50.4	-
2 hole ②③	-	52.2	52.4	-
3 hole	50.4	52.8	51.1	-
4 hole	52.7	52.7	52.7	52.5

Table 3은 경계조건을 적용하였을 때 각 평판에서 각각의 구멍의 크기를 나타내었다. ①, ②, ③, ④의 표기는 평판에서의 구멍의 위치와 존재를 나타낸다. 예를 들어, 2 hole ①③은 구멍이 1·3사분면에 개 위치하는 경우에 1사분면에 위치한 구멍의 크기와 3사분면에 위치한 구멍의 크기를 나타낸 것이다. 여기서 구한 구멍의 치수를 바탕으로 시편을 제작하여 실험하였다.

4. 고유진동수 실험

4.1 시편

실험에 사용된 시편의 재질은 해석에 사용한 것과 같은 재질로 하였다. 고유진동수는 평판에 구멍이 있는 경우와 없는 경우의 총 16가지 경우 중에서 구멍의 형상이 대칭이 되는 9가지의 경우를 생략한 7가지 경우에 대하여 측정하였다.

시편의 크기는 얇은 판의 두께비와 고정지지용 지그를 고려하여 판의 두께를 1.5 mm로 하였고, 길이가 150 mm, 판 내부의 원형구멍의 직경은 유한요소로 구멍의 크기를 최적화하여 얻은 값을 적용하였으며, 시편의 개수는 각각의 형상마다 3개씩 총 21개이다.

4.2 실험장치

진동 분석 장치는 주파수 분석기, 충격해머, 신호 증폭기, 가속도계로 구성 되어있다. 실험에 사용된 주

Table 4 The comparison of the natural frequencies and error rate from the FEA and the Exp.

Frequency No. & Position	Natural Frequency(Hz)														
	1st			2nd			3rd			4th			5th		
	FEA	Exp.	Err.	FEA	Exp.	Err.	FEA	Exp.	Err.	FEA	Exp.	Err.	FEA	Exp.	Err.
plate	358.0	362	1.11	424.6	446	5.04	698.4	726	3.95	999.4	990	0.95	1091.7	1114	2.04
1 hole	353.0	356	0.85	418.4	438	4.68	672.5	689	2.45	1002.1	999	0.31	1108.3	1136	2.50
2 hole①②	350.3	346	1.24	408.8	428	4.70	637.5	650	1.96	1006.0	1008	0.20	1134.2	1150	1.39
2 hole①③	349.4	342	2.16	409.5	418	2.08	643.0	646	0.47	1013.1	986	2.75	1124.3	1128	0.33
2 hole②③	345.5	348	0.72	409.2	420	2.64	641.5	652	1.64	1026.3	1008	1.82	1104.1	1096	0.74
3 hole	344.6	340	1.35	399.4	418	4.66	605.8	618	2.01	1027.6	1026	0.16	1125.9	1148	1.96
4 hole	338.6	342	1.00	388.7	398	2.39	568.1	574	1.04	1047.5	1062	1.38	1088.0	1092	0.37

파수 분석기는 Portable Pulse(Type 2827, B&K)로서 4 채널(4 Channel)을 가지며, 주파수 범위(Frequency range)는 1Hz~1.6 kHz이다.

입력 신호를 주기 위해서 PH-51 충격 해머(Impact hammer, Rion)를 사용하여 plate에 가진을 주었으며, 입력된 신호를 증폭하기 위해서 2 Channel charge amplifier를 사용하였다.

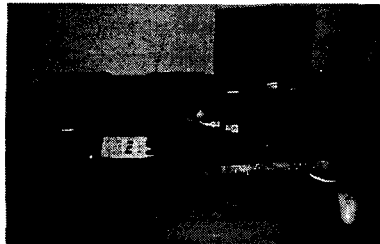


Fig. 2 Experiment setup

한편 plate의 응답신호를 측정하기 위해 PV-90B 가속도계(Accelerometer, Rion)를 사용하였고, 가속도계에서 출력되는 응답신호를 증폭하기 위해 역시 2 Channel charge amplifier를 사용하였으며, 실험결과는 Pulse 프로그램을 이용하여 기록하였다.

Fig. 2은 실험을 수행하기 위해 준비가 완료된 장치의 설치 상태를 나타낸 사진이다.

4.3 실험방법

실험방법은 구조물에서 주파수 응답을 얻기위해 가장 단순하고 쉬운 방법인 충격가진(Shocking load) 실험으로 하였다. 각각의 시편마다 5번의 충격가진을 주었고, 시편의 한면에 3개씩의 볼트를 체결하여 양단고정지지 경계조건으로하여 실험하였다.

Fig. 3의 실험장치의 개략도를 보면 충격해머를 통해 충격가진되고, 구조물의 가속도계를 통해 입력 신호가 전달된다. 각각의 입출력 신호는 증폭기(Amplifier)를 통해 증폭된다. 입력신호가 들어오면,

주파수 분석기에서 입력된 신호를 분석하여 전달 함수로 나타낸다. 주파수 분석기는 선택된 주파수 범위로부터 입출력 신호를 1.4초 동안에 이산데이터를 분석하고, 주파수 분해능은 2 Hz로 설정하였다. 따라서 고유진동수의 오차범위는 ± 1 Hz이며, 1차에서 5차까지의 고유진동수를 구하였다.

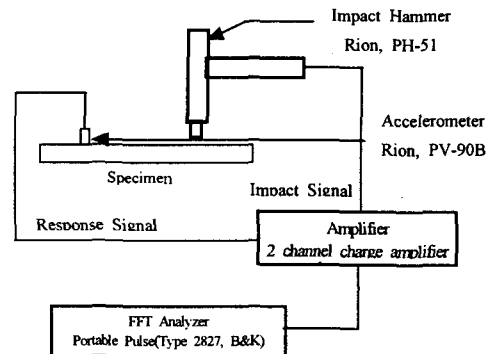


Fig. 3 Schematic diagram of the experiment setup

5. 결과 및 고찰

5.1 유한요소 해석결과

사각평판에서 구멍이 고유진동수에 미치는 영향에 대해 유한요소 해석 프로그램인 GENESIS를 이용하여 해석하였다.

평판의 경계조건은 양단지지로 하였다. 고유진동수는 1차에서 5차까지 구하였고, 결과를 Table 4에서 볼 수 있다.

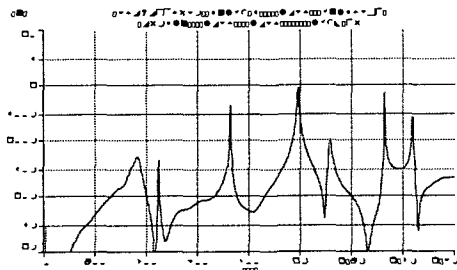
Table 4에서 보면 1차~3차까지의 고유진동수는 구멍이 없는 평판의 경우가 가장 높게 나타났고, 구멍의 개수가 1개에서 4개로 점점 많아질수록 고유진동수도 점점 작게 나타남을 볼 수 있다.

그러나, 4차이상의 고차에서의 고유진동수는 구멍의 개수가 점점 많아질수록 고유진동수가 대체로 높게 나타났다.

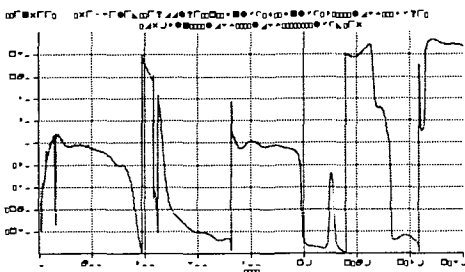
5.2 실험결과

충격가진을 통해 고유진동수를 측정된 결과를 Table 4에 나타내었고, 유한요소 해석과 마찬가지로 고유진동수가 저차인 1차~3차에서는 구멍의 개수가 점점 많아질수록 고유진동수가 낮아지고 4차 이상의 고차에서는 구멍의 개수가 많아질수록 고유진동수가 증가하는 것을 볼 수 있다.

Fig.4는 5번의 충격가진에 대한 평균값(averaging)을 주파수 응답함수(FRF)와 위상(Phase)을 대표적으로 구멍이 없는 평판의 경우에 대해 나타낸 그림이다.



(a) Frequency response function



(b) Phase angle

Fig. 4 FRF and phase of plate

5.3 고찰

오차는 Table 4에서 알 수 있듯이 최저 0.16%에서 최고 5.04%이고, 전반적으로 4% 미만으로 잘 일치하고 있다.

이러한 오차가 발생하는 이유는 실험이 유한요소 해석에서의 조건들을 완벽히 구현할 수 없기 때문에 발생하는 것으로 사료된다.

유한요소 해석치와 실험치에서 구멍이 없는 평판보다 구멍의 개수가 많아질수록 고유진동수가 작아지는 이유는 고유진동수는 평판의 질량과 강성에 영향을 받고, 평판에 구멍이 존재함에 따라 질량이 감소하므로 고유진동수가 증가하여야하나, 강성의 저하가 질량의 감소영향보다 더 크므로 고유진동수가 감소하였다고 판단된다. 4차이상의 고차에서는

강성의 저하의 요인보다 질량의 감소의 영향이 더 크므로 고유진동수가 증가했다고 판단된다.

Fig. 5는 구멍이 없는 평판의 경우의 유한요소 해석치와 실험치를 비교한 그래프이다. 두 고유진동수 값이 거의 일치함을 볼 수 있다.

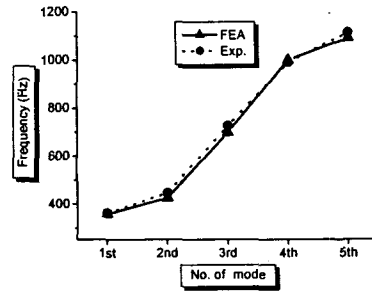


Fig. 5 The comparison of frequency of FEA and experiment of no-hole plate

6. 결론

(1) 1차~3차 모드에서 평판의 고유진동수는 구멍의 개수가 많아질수록 낮아진다. 이것은 강성변화에 영향을 크게 받기 때문이다.

(2) 4차 이상의 고차에서는 구멍의 개수가 많아질수록 고유진동수가 증가하는데 이는 질량의 저하에 더 큰 영향을 받음을 알 수 있다.

(3) 평판의 고유진동수의 변화는 구멍의 개수가 동일할 경우 구멍의 위치에 따라 바뀌며 1차~3차까지는 비교적 근사한 값을 가지나 4차 이상의 고차로 갈수록, 지지부에서 멀리 있을수록 변형에너지가 증가하여 고유진동수가 증가한다.

참고문헌

1. 노승훈, 조한중, 최은환, "데이터베이스를 이용한 사각평판의 자유진동 해석", 대한기계학회 논문집 A권, 제 24권, 제 8호, pp.1978-1990, 2000.
2. 이영신, 이윤복, "2개의 원형구멍이 있는 4변고정, 등방성 정사각형 판의 자유진동해석", 한국소음공학회지, 제 4권, 제 3호, pp.283-293, 1994.
3. Gorman, D. J. "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate", Elsevier North Holland, INC, pp. 1-16, 1982.
4. Walter D. Pilkey, "Peterson's Stress Concentration Factor", JOHN WILEY & SONS, INC, Second Edition, pp. 200-210, 1997.