

## 타이어의 강성계수에 관한 고찰

이상선\*, 반재삼(전남대학교 대학원 기계공학과), 김항우(송원대 자동차과),  
조규종(전남대 자동차공학부)

### A Study on the Stiffness of Tire

Sang Sun Lee\*, Jae Sam Ban(Mech. Eng. Dept., CNU), Hang Woo Kim(Mech. Eng. Dept., SWC),  
Kyu Zong Cho(Mech. Eng. Dept., CNU)

#### ABSTRACT

Finite Element Method for 3-D static loaded passenger car tire on the rigid surface is performed for studying the stiffness of tire to compare with experimental data. The tire elements used for FEM are defined each component to allow an easy change for the design parameters. Also, a hyperelastic material which is composed of tread and sidewall has been used to consider a large deformation of rubber components. The orthotropic characters of rubber-cord composite materials are used as well. The air pressure, a vertical and a lateral load are applied step by step and iterated by Modified Newton method for geometric and boundary condition nonlinear simulation. This study shows nonlinear analysis method for tire and the bearing capacity of tire due to the external force.

**Key Words** : Finite Element Method (유한요소법), Stiffness (강성계수), Contact Element (접촉요소), Modified Newton method (수정된 뉴턴 방법), Nonlinear Tire Model (비선형 타이어모델)

#### 1. 서론

국내의 자동차, 항공산업의 발전과 함께 안락하고 안전한 운송수단의 개발에 전 세계가 총력을 기울이고 있으며, 이와 함께 지면과 접촉을 통해 차량의 운동 성능에 결정적으로 영향을 미치는 타이어에 대한 관심도가 날로 높아지고 있다.

차량에서 타이어는 차량의 한 부품으로서 간단하지만 많은 기능을 갖고 있다. 즉 차량의 하중을 지지하는 기능, 주행시 발생하는 구동·제동력을 노면에 전달하는 기능, 주행시 노면과 접촉으로 인한 충격 완화 기능, Steering에 의한 차량의 진행방향의 전환 및 유지시키는 기능 등의 중요한 성능과 밀접한 관련을 맺고 있어 타이어의 성능에 의해 자동차의 성능이 크게 좌우되고 있다.

타이어는 내부의 공기압으로 형태가 유지되고 내압 및 외부하중에 견디기 위하여 여러 층의 층으로 구성되어 있으며, 각 층은 강철 코드나 폴리에스터 코드 등으로 한쪽 방향이 강화되어진 얇은 코드-고무 복합체이다.

이러한 타이어의 구조는 타이어가 격렬한 주행 조건에도 잘 견딜수 있게 하지만, 층사이의 응력집중으로 박리를 발생시켜 타이어의 수명을 짧게 할뿐만 아니라 치명적인 사고를 일으키므로 타이어의 응력해석은 타이어의 설계에 있어서 매우 중요하다.<sup>1)</sup>

본 연구에는 차량부품으로서 타이어의 특성치중에서 강성계수를 유한요소기법을 통해 예측하여 보았으며, 이러한 예측치와 시험치를 상호 비교 분석함으로써 예측치의 신뢰성을 검토하였다.

#### 2. 이론전개

##### 2.1 타이어에 작용하는 힘과 모멘트

Fig. 1에서 보이는 바와 같이 타이어에 발생하는 힘과 모멘트 성분에 대한 각각의 정의를 살펴보면 다음과 같다.

- $F_x$  : X축 방향의 힘, tractive force
- $F_y$  : Y축 방향의 힘, lateral force
- $F_z$  : Z축 방향의 힘, vertical load

$M_x$  : X축 회전모멘트, overturning moment  
 $M_y$  : Y축 회전모멘트, rolling resistant moment  
 $M_z$  : Z축 회전모멘트, self-aligning torque

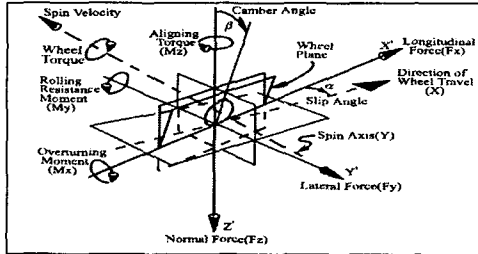


Fig. 1 The force and moment axis of a tire

## 2.2 강성행렬

기하학적인 비선형성을 고려한 타이어 해석에서의 변형률은 선형탄성영역에 대한 변형률과 비선형영역의 변형률 식(2.1)과 같이 동시에 고려해 주어야 한다.<sup>2)</sup>

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_0 + \hat{\varepsilon}_L \quad (2.1)$$

여기에서, 선형변형률  $\hat{\varepsilon}_0$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\varepsilon}_0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

또한, 비선형 변형률  $\hat{\varepsilon}_L$  은

$$\hat{\varepsilon}_L = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u}{\partial x}^2 + \frac{\partial v}{\partial x}^2 + \frac{\partial w}{\partial x}^2 \right]$$

$$r_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left[ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (2.3)$$

로써, 선형영역을 제외하고 다시 써보면 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \phi_x^T & 0 & 0 \\ 0 & \phi_y^T & 0 \\ 0 & 0 & \phi_z^T \end{bmatrix} (\phi_x, \phi_y, \phi_z) = \frac{1}{2} \bar{A} \bar{\psi} \quad (2.4)$$

또한, 비선형해석의 변형률행렬은 다음과 같이 식(2.5)로 표현된다.

$$B = B_0 + B_L \quad (2.5)$$

상기 식(2.5)를 고려한 비선형해석에 있어서 이용되는 전체적인 강성행렬을 구하여 보면 다음과 같다.

$$K_L = K_0 + K_L = \int_V B^T D B dV$$

$$= \int_V (B_0 + B_L)^T D (B_0 + B_L) dV$$

$$= \int_V B_0^T D B_0 dV + \int_V B_0^T D B_L dV + \int_V B_L^T D B_0 dV + \int_V B_L^T D B_L dV \quad (2.6)$$

여기에서,  $B_0, B_L, K_0, K_L, K_T$  는 아래와 같다.

$B_0$  = 선형 미소변형률 행렬(linear strain matrix)  
 $B_L$  = 비선형 변형률 행렬(non-linear strain matrix)  
 $K_0$  = 미소변위 강성행렬  
 (small displacement stiffness matrix)  
 $K_L$  = 대변위 강성행렬  
 (large displacement stiffness matrix)  
 $K_T$  = 총 강성행렬(total stiffness matrix)

## 2.3 비선형 해석방법

비선형 문제의 해석 방법으로는 순차 하중 증가법(incremental loading)을 주로 사용한다.

이는 각 하중 증가 step마다 반복계산을 통해 평형 하중 상태를 찾아가게 되는데, 본 연구에서는 비선형 해석 특성상 수많은 반복계산을 해야하기 때문에 강성행렬의 재계산 절차가 없어서 계산속도가 매우 빠른 Modified Newton Raphson 기법<sup>3)</sup>을 사용하였다. 그러나 이 기법은 수렴성은 다소 떨어져서 반복계산 횟수가 늘어나는 단점이 있다.

## 2.4 재료의 특성

타이어에 이용되어지는 재료는 크게 고무와 같은 등방성재료(elastomer)와 Carcass Ply, Belt Ply와 같이 Cord와 고무를 복합재료로 구성된 직교이방성(Orthotropic) 재료로 구성된다. 등방성재료인 고무재료는 비선형거동이 나타나며, 비압축성재료로 알려져있다. 고무재료에 관한 모델은 Neo-Hookean, Mooney-Rivlin, Ogden 등의 재료모델들이 개발되어 있으며, 본 연구에서는 실제 타이어에서 예상되는 변형률 50%이내의 영역을 잘 묘사 할 수 있는 Mooney-Rivlin 재료 모델을 이용하였으며 물성치는 Table 1과 같다. 또한 타이어의 부품에 작용하는 대부분의 하중을 지지하는 Carcass와 2장의 Belt 물성치는 Table 2와 같으며, local coordinate system을 사용하여 복합체의 방향성을 고려하였다.

Table 1 Material properties of elastomer

Componets	E(MPa)	C <sub>10</sub>	C <sub>01</sub>
Tread	3.89	94	24
Sidewall	2.89	70	17

Table 2 Material properties of Orthotropic (N/mm<sup>2</sup>)

Comp	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub> =E <sub>3</sub>	$\nu_{12} = \nu_{13}$	$\nu_{23}$	G <sub>12</sub> =G <sub>13</sub>	G <sub>23</sub>	Ang
Belt.1	270E02	26.5	0.44	0.49	17.57	17.22	+24
Belt.2	270E02	26.5	0.44	0.49	17.57	17.22	-24
Carcass	324.8	18.7	0.47	0.49	15.46	15.25	90

### 3. 실험장치 및 실험

실험에 사용된 Force and moment 타이어 시험기 (Fig. 2)는 실험 타이어가 장착되어 수직하중이 가해지고, 타이어 하부 컨베이어 벨트의 구동에 의해 타이어가 회전하게 된다. 실험은 공기압 262kpa의 타이어에 수직하중 5049N과 횡하중 3579N을 가하여 발생하는 변위를 측정하였다.

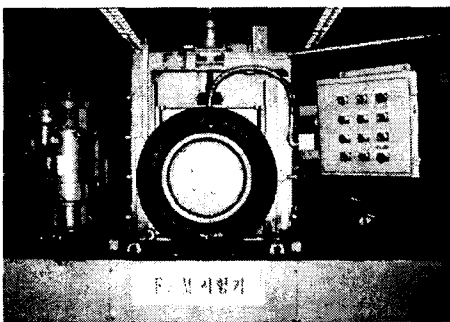


Fig. 2 Force and moment test

### 4. 유한요소해석

#### 4.1 해석방법 및 결과

본 연구에서 이용되는 타이어로서는 승용차용 레이디얼 타이어 규격인 175/70R13을 사용하였으며, Patran(MSC)으로 모델링을 하였고, 범용 유한 요소 해석 프로그램인 ABAQUS을 이용하여 비선형 접촉해석을 수행하였다.

Fig. 3에서 보는 바와 같이 2차원 타이어 제품도 상에서 절점갯수를 150개, isoparametric linear solid element를 106개로 나누었으며, 3차원 모델의 경우 Fig. 4에서와 같이 60개의 섹터로 잘게 나누었으며, 절점갯수가 9,000개이고, Hex-Element 6240개와 Wed-Element 120개로 구성된 총 6,360개의 Solid Element를 이용하여 유한요소 모델링을 하였다. 타이어와 립에서의 경계조건은 단순화를 위해서 립을 강체 보로 사용하여 타이어의 비이드 부위와 접촉하도록 하였고, 립의 중앙인 타이어 회전 중심축의 절점(axle node)을 고정하였다. 또한 타이어와 노면의 접촉을 위해 노면은 강체(rigid body)로 묘사하고, 타이어 표면인 트레드와 노면이 접촉하게 될 때, 두 접촉물체 사이의 마찰은 마찰 계수 0.8과 Coulomb friction model을 적용하였다.

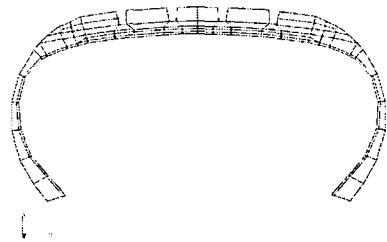


Fig. 3 Two dimensional model

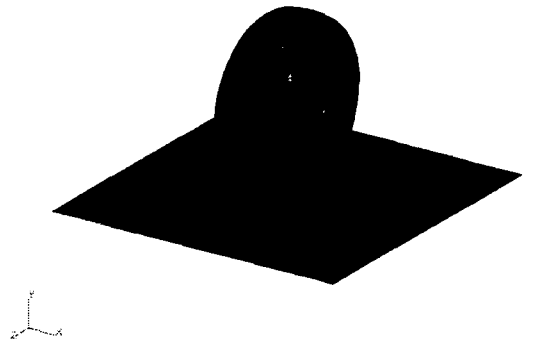


Fig. 4 Three dimensional model

#### 4.2 공기압 주입(Inflate)

공기압을 반경방향으로 2kgf/mm<sup>2</sup>을 주었을 때 타이어의 형상은 Fig. 5에서 보이는 바와 같이 원주방향으로 일정한 변형이 일어나고 있음을 알 수 있었다. 이때 반경방향의 최대 변위는 2.37mm이며, 실제 타이어의 편평도[타이어 단면높이 / 타이어 단면폭] 70과 유사한 값을 나타낸다.

#### 4.3 연직강성(Vertical stiffness)

공기압 주입 후 수직하중 5000N을 증첩시킨 타이어

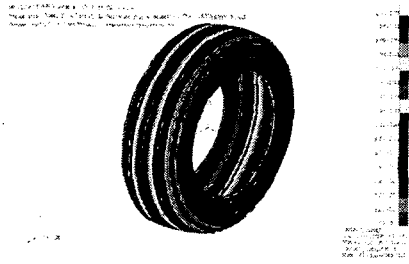


Fig. 5 Displacement [Inflate]

어의 응력상태를 Fig. 6에서 보여주고 있다.

접지압력은 Tread의 중심부에서 나타나며, 수직하중에 따른 연직처짐의 관계로부터 수직강성( $K_1$ )을 파악할 수 있다. 연직하중 5000N일때 19.1mm의 연직처짐량이 발생함을 알 수 있었다. 일반적으로 타이어의 연직강성을 구하는 방법은 연직하중 60%와 100%시 secant slope를 이용하여 식(3.1)<sup>4)</sup>과 같이 구하며, 구해진 이론 값( $K_1$ )은 실제 타이어 실험치 243.37N/mm와 유사한 값을 나타내고 있음을 알 수 있다.

$$K_1 = \frac{F_y(100\%) - F_y(60\%)}{\Delta(100\%) - \Delta(60\%)} \quad (3.1)$$

$$= 261.5 \frac{N}{mm}$$

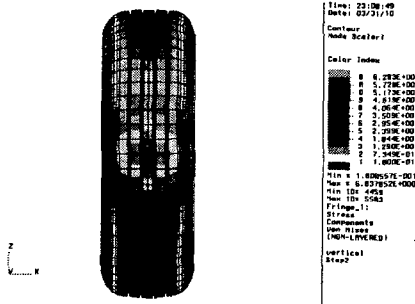


Fig. 6 Stress [Load Vertically]

#### 4.4 횡강성(Lateral stiffness)

Fig. 7에서 보이는 바와 같이 공기압 주입과 수직하중을 부과한 다음 해석한 결과에 횡력을 증첩시켰다. 횡력에 의한 shear strain은 노면과의 접촉면보다 belt와 sidewall이 만나는 부분에서 최대값이 나타나는 것을 알 수 있었다. 또한 식(3.1)과 동일한 방법으로 횡강성( $K_2$ ) 111.2N/mm을 구할 수 있었다.

#### 결론

본 연구에서는 공기압에 의한 내압과 차량의 자중

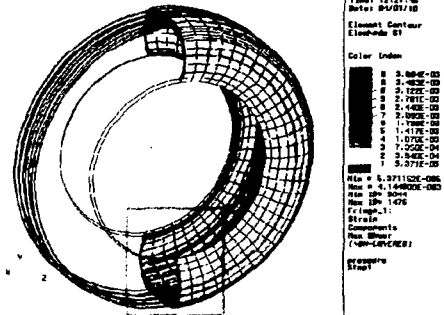


Fig. 7 Shear strain [Load Laterally]

및 횡력에 의한 강성계수를 고찰하였으며, 비선형 반복계산과 순차적인 증첩법을 사용하여 유한요소 해석을 실시하였다. 이에 따른 타이어의 강성계수의 결과 값으로 다음과 같이 요약할 수 있다.

1. 공기압 주입(inflate)에 따른 타이어의 변형을 살펴 본 결과 편평도가 실제 타이어의 재원과 유사함으로서 타이어 모델의 신뢰성을 확보할 수 있었다.

2. 연직강성과 횡강성이 실험치와 근접한 값을 나타내고 있으며, 이는 타이어의 승차감을 예측하는데 중요한 결과치로 이용될 것으로 사료된다.

3. 횡력에 의한 타이어의 shear strain을 살펴보면 노면의 접지면 보다 belt와 sidewall이 만나는 부분에서 90% 크게 발생함으로서 차후에 이 부분에 대한 연구가 더 필요할 것으로 보인다.

#### 참고문헌

1. Sakai H., "Theoretical and Experimental Studies on the Dynamic Properties of Tyres, Part 2: Experimental Investigation of Rubber Friction and Deformation of a Tyre", International Journal of Vehicle Design, Vol.2, No.2, 1981.
2. H.Rothert and R. Gall, "On the Three-Dimensional Computation of Steel Belted Tires", TSTCA, Vol.14, No. 2, pp.116-124, 1986.
3. Murakoshi H., Ide H., Nishihata S., "An Approach to Vehicle Pull Using a Tire Finite Element Model", Tire Science and Technology, TSTCA, Vol.20, No.4, Oct.~Dec., pp. 212~229, 1992.
4. 김항우 "유한요소법에 대한 타이어 코너링 특성 예측기법 개발에 대한 연구" 한국자동차공학회 논문집 제 6권 제 1호, pp.151-162, 1998.