

## GA-SMC를 이용한 이중 탱크의 정밀한 수위 제어

박 현철\* 지 석준\* 정 종원\* 최 우진\* 이 준탁\*\*

### Control of Coupled Tank Level using GA-SMC

Hyun-Chul Park\* Suk-Joon Ji\* Jong-Won Jeong\* Woo-Jin Choi\*. Joon-Tark Lee\*

\* 동아대학교 대학원 전기공학과

\*\* 동아대학교 전기전자컴퓨터공학부

#### Abstract

Even though, tanks are used at the many industry plants, it is very difficult to control the tank level without any overflow and shortage; moreover, cause of its complication of dynamics and nonlinearity, it's impossible to realize the accurate control using the mathematical model which can be applied to the various operation modes.

However, the sliding mode controller(SMC) is known as having the robust variable structures for the nonlinear control systems with the parametric perturbations and with the sudden disturbances, but the auto-tuning of parameters was a problem. Therefore, in this paper, a Genetic Algorithm based Sliding Mode Controller (GA-SMC) for the precise control of the coupled tank level was tried. GA optimized the SMCs switching parameters easily and rapidly.

The simulation results are shown that the tank level could be satisfactorily controlled with less overshoot and steady-state error by the proposed GA-SMC.

**Key Word** : Coupled Tank Level, Sliding Mode Controller(SMC), Genetic Algorithm(GA).

#### 1. 서론

일반적인 산업현장에서 많이 사용되는 이중 탱크 시스템은 큰 시간지연과 비선형성으로 인해 정확한 수학적 모델링이 어렵다. 뿐만 아니라 모델링을 하더라도 넓은 동작 영역에서 만족스러운 결과를 얻기 어렵다. 따라서, 일반적으로는 동작점 근방에서 피드백 선형화 하는 고전 제어기법이 이용되며, 무모델 제어가 가

능한 Fuzzy, 신경회로망, GA등의 지능제어 기법들도 제안되고 있다. 그러나 이들 제어기 역시 외란이나 다양한 동작 모드들에 따른 제어기 파라미터들의 적응성의 저하로 인한 안정화 가능 영역의 협소로 인하여 시스템의 불안정을 초래한다.

한편, 슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control)은 파라미터의 변동, 외란에 둔감한 특징을 갖고 있다. 그러나, 변화되어지는 시스템의 상태에 따른 최적의 슬라이딩 평면

설정이 곤란하다. 따라서, 본 논문에서는 이중 탱크 시스템의 수위 제어를 위해, 넓은 범위의 동작 모드와 파라미터의 변동과 외란에 강인한 유전 알고리즘 슬라이딩 모드 제어기(Genetic Algorithm Sliding Mode Controller, GA-SMC)를 제안한다.

GA-SMC의 우수성은 종래의 PID 제어기와 의 시뮬레이션 결과의 비교를 통하여 입증하고자 한다.

## 2. 이중 탱크 시스템의 수학적 모델링

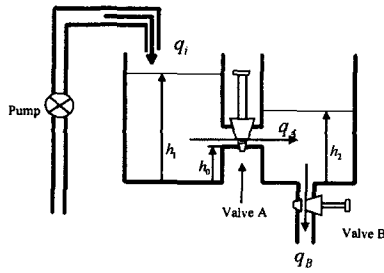


그림1 이중탱크 시스템  
Fig.1 Coupled tank system

그림 1에서 탱크 1의 유입을  $q_i$  와 밸브 A의 유출을  $q_A$ , 그리고, 밸브 B의 유출을  $q_B$  로 정의하면, 탱크 1 및 2에서의 유량 변화율은

$$q_i - q_A = \frac{dv_1}{dt} = S \frac{dh_1}{dt} \quad (1)$$

$$q_A - q_B = \frac{dv_2}{dt} = S \frac{dh_2}{dt} \quad (2)$$

로 각각 구해진다. 식 (2)에서  $q_A$  와  $q_B$ 가 모든 동작조건에서 수위  $h_1$  및  $h_2$ 의 제곱근에 비례한다고 근사하면,

$$q_A = f(h_1 - h_2) = a_A c_A \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (3)$$

$$q_B = f(h_2) = a_B c_B \sqrt{2g(h_2 - h_0)} \quad (4)$$

로 된다. 물은 탱크1을 통해 탱크2로 유입되므로 식 (3) 근호안의 값은 양수이다. 외란  $d$  [cm/sec]를 고려하면, 식 (1), 식 (2)는

$$\begin{cases} S\dot{h}_1 = u - a_A c_A \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \\ S\dot{h}_2 = a_A c_A \sqrt{2g(h_1 - h_2)} - a_B c_B \sqrt{2g(h_2 - h_0)} + d \end{cases} \quad (5)$$

로 된다. 여기서,

$v_{1,2}$  : 탱크 1, 2의 액체 용적[cm<sup>3</sup>]

$h_{1,2}$  : 탱크 1, 2의 수위 [cm]

$S$  : 탱크 1과 탱크 2의 단면적 [cm<sup>2</sup>]

$q_{A,B}$  : 밸브 A,B의 유입율[cm<sup>3</sup>/sec]

$q_i$  : 탱크 1로의 유입율 [cm<sup>3</sup>/sec]

$a_{A,B}$  : 오리피스 A, B의 단면적 [cm<sup>2</sup>]

$c_{A,B}$  : 오리피스 A, B의 유량계수[cm]

$h_0$  : 오프셋[cm]

$g$  : 중력가속도[cm<sup>2</sup>/sec]

## 3. SMC

SMC는 설정된 스위칭 평면을 중심으로 스위칭 특성을 발생하는 비선형 제어기로서, 상태궤적이 스위칭 평면 근방을 추종할 수 있도록 제어기의 구조를 변화시키는 제어방식이다. 먼저, 비선형 시스템을

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (8)$$

와 같이 정의한다. 여기서,  $\mathbf{x} \in R^n$  : 상태 벡터,  $\mathbf{u} \in R^m$  : 입력 벡터,  $n$  : 시스템의 차수,  $m$  : 입력 수를 각각 나타낸다. 이 때, 발생되는 슬라이딩 평면  $s(\mathbf{e}, t)$ 는

$$s(\mathbf{e}, t) = \mathbf{h}_a^T \mathbf{e}(t) = 0 \quad (9)$$

로 정의될 수 있다. 여기서,  $h_a \in R^n$ 은 슬라이딩 평면의 기울기를 나타낸다. 이중 탱크 시스템의 경우, 탱크 2의 목표 수위  $h_2^*$ 에 대한 오차  $e_{h2}$ 는,  $e_{h2}^{(n-1)}$ 을  $e_{h2}$ 의  $(n-1)$ 차 도함수로 정의할 때,

$$e_{h2} = h_2 - h_2^* = [e_{h2} \ e_{h2}^{\dot{}} \ \dots \ e_{h2}^{(n-1)}]^T \quad (10)$$

로 되므로, 시변 슬라이딩 평면  $s(t)$ 는

$$s(e_{h2}; t) = \left(\frac{d}{dt} + h_a\right)^{n-1} \cdot e_{h2} = 0 \quad (11)$$

와 같이 상태공간  $R^2$ 에서 정의된다. 따라서, 식 (9)로부터 2차 상태궤적 문제는 다음의 Lyapunov 함수  $V$ 에 의해,

$$V = \frac{1}{2} \cdot s^2 > 0$$

$$\dot{V} = s \cdot \dot{s} \leq 0 \quad (12)$$

와 같은 조건을 만족하며,  $s \rightarrow 0$ 이 되는 1차 안정화 문제로 간략화할 수 있다. 이 경우 안정상태에 대한 강인성은 Lyapunov 함수로부터 유도되며, 식 (12)으로부터 수렴조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$s \cdot \dot{s} \leq -\lambda |s| \quad (13)$$

여기서,  $\lambda$ 는 양의 상수이며,  $s \cdot \dot{s}$ 의 최대값  $\beta$ 를 구하기 위해 스위칭 평면  $s$ 를

$$|s| \geq \frac{\beta}{\lambda} = \delta \quad (14)$$

과 같이 슬라이딩 영역으로 변환하면, 슬라이딩 모드 제어입력은 식 (15)과 같이 구해질 수 있다.

$$u = -k \cdot \text{sgn}(s \cdot \dot{s}) + u_{smc} \quad (15)$$

여기서,

$$\text{sgn}(s \cdot \dot{s}) = \begin{cases} +1, & s \cdot \dot{s} > 0 \\ 0, & s \cdot \dot{s} = 0 \\ -1, & s \cdot \dot{s} < 0 \end{cases}$$

이며, 슬라이딩 영역으로 진입하게 되면, 식 (15)의 두 번째 항  $u_{smc}$ 는 다음과 같이 종래의 PID 제어기에 의해 발생하는 등가 제어 입력  $u_{eq}$ 로 변환된다.

$$u_{eq} = -u_0 - (K_P \cdot e_{h2} + \frac{K_I}{T_I} \int e_{h2} \cdot dt + K_D \cdot T_D \cdot \dot{e}_{h2}) \quad (16)$$

여기서,  $T_I$ 는 적분 시간,  $T_D$ 는 미분 시간을 각각 나타내며, 또한, 일반화된 스위칭 동작을 행하는 SMC의 이득 파라미터들은

$$u_0 = \begin{cases} u_{11}, & s < 0 \\ u_{12}, & s > 0 \end{cases} \quad K_P = \begin{cases} K_{P1}, & e_{h2} \cdot s < 0 \\ K_{P2}, & e_{h2} \cdot s > 0 \end{cases}$$

$$K_I = \begin{cases} K_{I1}, & s \cdot \dot{s} < 0 \\ K_{I2}, & s \cdot \dot{s} > 0 \end{cases}, \quad K_D = \begin{cases} K_{D1}, & \dot{e}_{h2} \cdot \dot{s} < 0 \\ K_{D2}, & \dot{e}_{h2} \cdot \dot{s} > 0 \end{cases} \quad (17)$$

로 정의된다. 스위칭 조건에 상태 변수가 곱해진 것은 시스템의 상태를 요구궤적에 신속·정확히 추종시키기 위한 것이다.

#### 4. GA-SMC의 설계

본 논문에서는 이중 탱크 시스템의 정밀한 수위제어를 위해 GA-SMC를 제안한다. GA를 이용하여 식 (17)의 SMC 파라미터들을 최적화함으로써, 목표 수위에 신속·정확히 추종하며, 파라미터의 변동과 외란에 강인한 제어를 설계하고자 한다.

본 논문에서 GA에 의해 식(17)의 8개 이득 파라미터들과  $H_a^T = [h_a \ 1]$ 에 의해 결정되는 식(9)의 슬라이딩 평면을 구성하는 파라미터

GA-SMC를 이용한 이중 탱크의 정밀한 수위 제어

$h_a$ 를 탐색하는 문제 즉,

$$P = [h_a \ u_0 \ u_{02} \ K_{P1} \ K_{P2} \ K_{I1} \ K_{I2} \ K_{D1} \ K_{D2}]^T \quad (18)$$

와 같은 파라미터 벡터  $P$ 의 최적화 문제로 요약된다.

5. 시뮬레이션 결과 및 고찰

제안된 GA-SMC의 성능을 입증을 위해 PID 제어기와의 시뮬레이션 결과와 비교하였다. 0~500[sec], 500~1000[sec]의 시간 축을 구간 I, II으로 설정하였으며, 이들 각 구간의 목표 수위는 15[cm], 10[cm]로 각각 설정하였다. 또한, 외란은 Tank2에  $d=20[cm/sec]$ 로 200~250[sec], 700~750[sec] 동안에 인가하였다.

5.1 PID 제어결과

시뮬레이션에 사용된 종래의 PID 제어기의 파라미터를  $K_P=15$ ,  $K_I=5$ ,  $K_D=5$ 로 설정하였으며, 시뮬레이션 결과는 그림 6 과 그림 7 과 같다.

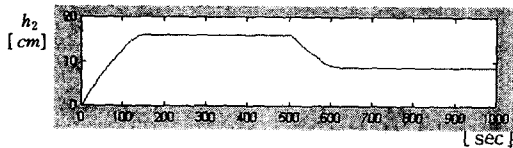


그림2 외란 미 부과시 PID 제어 결과  
Fig.2 Result of PID controller without Disturbance

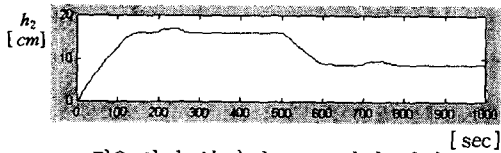


그림3 외란 부과시 PID 제어 결과  
Fig.3 Result of PID controller with Disturbance

PID 제어의 경우, I 구간에서 목표수위에 1.8

[cm]나 미달하는 하였으며, II 구간 에서도 목표 수위에 1.2[cm] 미달하는 결과를 보였다. 외란부과시, 탱크2의 수위가 1.1[cm]정도 증가함을 보였으며, 외란종료 후 45[sec]간 외란의 영향을 보였다.

5.2 GA-SMC의 결과

GA-SMC의 최적화된 파라미터들은 식 (19)와 같다.

$$h = 0.18,$$

$$u_0 = \begin{cases} 0.253, s < 0 \\ 77.250, s > 0 \end{cases} \quad K_P = \begin{cases} 5.802, e_{h2} \cdot s < 0 \\ 99.051, e_{h2} \cdot s > 0 \end{cases}$$

$$K_I = \begin{cases} 98.863, s \cdot \dot{s} < 0 \\ 60.024, s \cdot \dot{s} > 0 \end{cases} \quad K_D = \begin{cases} 72.6161, \dot{e}_{h2} \cdot \dot{s} < 0 \\ 2.454, \dot{e}_{h2} \cdot \dot{s} > 0 \end{cases} \quad (19)$$

그림 4 및 5은 제안된 GA-SMC의 결과이다.

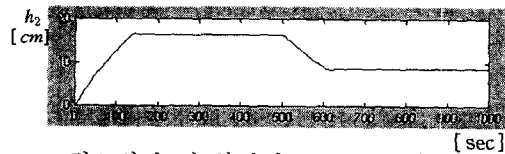


그림4 외란 미 부과시 GA-SMC의 결과  
Fig.8 Result of GA-SMC without disturbance

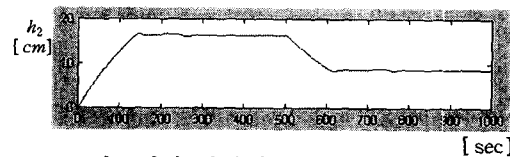


그림5 외란 부과시 GA-SMC의 결과  
Fig.9 Result of GA-SMC with disturbance

GA-SMC의 경우, 외란유무에 상관없이 목표 수위에 도달하였으며, 외란부과시, 탱크2의 수위가 0.5[cm]증가, 0.4[cm]감소 후 목표수위로 복귀하였으며, 외란종료 후 30[sec]간 외란의 영향을 보였다.

이상과 같은 일련의 시뮬레이션에 의해 제안된 GA-SMC가 외란에 대한 강인성을 가지고,

정확하게 목표 수위에 도달하는 우수한 성능을 나타냄을 알 수 있었다.

(Reading, MA: Addison-Wesley), 1989.

[6] CE105/105MV Coupled Tanks Apparatus Techquipment Ltd, 1993.

### 6. 결론

GA-SMC는 GA에 의해 최적 스위칭 파라미터 값들을 설정하며, 슬라이딩 모션이라는 독특한 스위칭 특성으로 파라미터 변동, 외란에 강인한 비선형 제어기를 설계하였다.

시뮬레이션 결과, 종래의 PID 제어기는 목표 수위에 도달하지 못 하였으나, GA-SMC는 미소한 오버슈트와 언더슈트를 내며, 정확히 목표 수위에 도달하는 성능과 외란에 대한 강인성을 보였다.

향후, GA-SMC의 하드웨어적인 실현 및 실제 산업용 프로세스에 적용하는 방법에 대한 연구가 뒤따른 것이다.

### 참 고 문 헌

- [1] J. M. Fernandes, C. E. DE Souza, G. C. Goodwin., "Adaptive Control of a Coupled Tank Apparatus", Int. Journal of Control and Signal Processing, Vol. 3, pp. 319-331, 1989.
- [2] LI, Y., "Modern information technology for control systems design and implementation", proc 2nd Asia-Pacific Conf. Control and measurement, ChongQing, xna, pp. 17-22, 1995.
- [3] LI, Y., and Tan, K, C., "Physical Parametric Modelling of Nonlinear Systems by Evolution", technical report CSC-95010, Centre for systems and control, University of Glasgow, 9 June, 1995.
- [4] Hunt, K. J., "Polynomial LQG and  $H^\infty$  Controller Synthesis a Genetic Algorithm Solution", Proc.31st IEEE Conf. Decision and Control, Tucson, AZ, 4, (865), pp. 3604-3609, 1992.
- [5] Goldberg, D., "Genetic algorithms in search, optimization and machine learning"