

## PID 제어기의 모델기반 동조규칙

· 김도응\*, 신명호\*, 권봉재\*, 유성호\*, 박승수\*, 진강규\*\*

### A Model-Based Tuning Rule of the PID Controller

Do-Eung Kim, Myung-Ho Shin, Bong-Jae Kwon, Sung-Ho Yoo, Seung-Soo Park, Gang-Gyoo Jin

\* 한국해양대학교 대학원 제어계측공학과

\*\* 한국해양대학교 기계·정보공학부

**Abstract:** In this paper, we propose model-based tuning rules of the PID controller incorporating with genetic algorithms. Three sets of optimal PID parameters for step set-point tracking are obtained based on the first-order time delay model of plants and a genetic algorithm which minimizes performance indices(IAE, ISE and ITAE). Then tuning rules are obtained using the tuned parameter sets, potential rule models and a genetic algorithm. Simulation is carried out to verify the effectiveness of the proposed rules.

**Key words:** Model-based tuning rule(모델기반 동조규칙), PID controller(PID 제어기), Genetic algorithms(유전알고리즘)

#### 1. 서 론

최근 제어분야의 비약적인 기술발전에도 불구하고 아직도 산업현장에는 많은 PID 제어기가 이용되고 있다<sup>[1]</sup>. 그 이유는 구조가 단순해 구현이 쉽고, 동조할 계수가 적어서 다루기가 쉽고, 대부분의 산업공정에서 강인하기 때문이다. PID 제어기의 성능은 세 계수에 따라 결정되는데, 주어진 설계사양을 만족하도록 이들을 적절히 선택하는 것을 동조(Tuning)라 한다.

PID 제어를 동조하는 방식에는 여러 가지가 있으나 경험적이고 실험적인 방법들이 대부분이다. 대표적인 것으로는 Ziegler와 Nichols의 개루프법과 페루프법<sup>[2]</sup>, Cohen-Coon법<sup>[3]</sup>이 있다. 이와 같은 고전적인 방법들은 실제 시스템 응답이 외란이나 잡음에 민감하여 정확한 매개변수를 정하기가 어렵고, Z-N의 페루프법은 시스템의 안정성이 중시되는 한 적용하는데 어려움이 따른다. 이런 문제점을 보완하면서 PID 제어기의 파라미터를 결정하는 방법으로는 릴레이 케환을 이용하는 방법<sup>[4]</sup>이 있고, 실시간 적응동조 방법<sup>[5]</sup>, 패턴을 이용한 전문가 동조법<sup>[6]</sup>, 모델기반 동조<sup>[7-9]</sup> 등이 있다. 최근에는 모델과 유전알고리즘을 기반으로 최적의 계수를 구하는 연구가 진행되고 있다<sup>[7]</sup>. GA는 유전학과 자

연도태 현상을 알고리즘으로 구현한 것으로서, 구매에 기초한 탐색 알고리즘과는 달리 연속성, 미분가능성, 단봉성과 같은 부가정보를 요구하지 않기 때문에 성공적으로 이용되고 있다.

본 연구에서는 모델과 유전알고리즘을 이용하여 동조규칙을 얻는 문제를 다룬다. 먼저 1차 시간지연 모델을 기반으로 계단상의 설정치 변화에 최적의 추종성능을 주는 PID 계수를 얻는다. 제어기의 계수들은 세 성능지수(ISE, IAE, ITAE)를 최소화하는 관점에서 결정되고, 여기서 발생하는 최적화 문제는 유전알고리즘으로 해결한다. 다음 동조된 계수, 동조규칙의 모델과 유전알고리즘을 이용하여 세 가지 동조규칙이 유도된다. 제안한 규칙의 성능은 시뮬레이션을 실시하여 확인한다.

#### 2. PID 제어기의 최적 동조

그림1과 같은 PID 제어시스템을 고려하자.

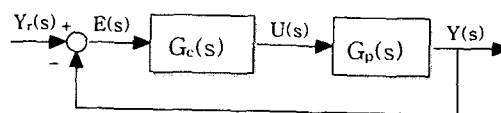


그림 1 PID 제어시스템

## PID 제어기의 모델기반 동조규칙

비례, 적분, 미분 동작의 병렬결합으로 구현되는 PID제어기는 식 (1)과 같이 표시된다.

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) \quad (1)$$

여기서  $K_p$ 는 비례이득,  $\tau_i$ 는 적분시간,  $\tau_d$ 는 미분시간을 의미한다. 비례동작은 항상 포함되는 기본 동작으로서 도달시간을 줄여주지만 정상오차를 제거하는 기능이 없으며, 적분동작은 정상오차를 제거해주나 계수를 잘못 조정하면 과도응답이 나빠진다. 이 때 미분동작을 활용함으로써 오버슈트를 줄이고 과도응답을 개선할 수 있다.

바람직한 PID 제어기 설계는 설정치 변경에 대하여 출력이 잘 추종하도록 제어기의 계수를 조정하는 문제로 귀착된다.

### 2.1 기존의 동조규칙

1942년 Ziegler와 Nichols는 PID 제어기의 동조문제를 연구하면서 개루프법과 폐루프법<sup>[2]</sup>을 제안하였다. 개루프법은 고차의 플랜트를 식 (2)와 같이 시간지연을 갖는 1차 시스템으로 가정하면서 시작된다. 실험적으로 플랜트의 계단 응답곡선을 얻고, 정상이득  $K$ , 시정수  $\tau$ , 시간지연  $L$ 을 구한 다음 규칙표(표 1 참조)로부터 PID 계수를 결정한다.

$$G_p(s) = \frac{K \exp(-Ls)}{1 + \tau s} \quad (2)$$

이 방법은 응답곡선으로부터 정확한 상수를 구하기 위해서는 상당한 현장경험이 요구되며, 플랜트가 위의 가정과 다를 경우에는 적용할 수 없게 된다.

한편 폐루프법은 비례제어만으로 폐루프 시스템을 구성하고 출력신호에서 한계진동이 발생할 때까지 비례계수를 증가시켜, 이 때 얻어지는 한계이득과 한계주기 정보로부터 동조하는 방법이다. Cohen-Coon(C-C) 동조법은 Z-N 동조법을 개선하고자 Cohen과 Coon에 의해 제시된 것이다<sup>[3]</sup>. 이 방법은 Z-N 개루프법과 같이 1차 시간지연 모델의 파라미터를 찾는 과정은 동일하지만 PID 계수는 표 1과 같이 결정한다. 한편 Lopez 등은 1차 시간지연 모델에 대해 "시간곱 절대오차 적분"의 성능지수를 최소화 하

도록 제어기의 계수를 결정하는 방법<sup>[8]</sup>을 제안하였다. 그들은 설정치 추종과 외란제거 목적의 두 규칙을 제안하였다. Morari와 Zafriou는 페루프내에 공칭모델을 포함하여 플랜트와 모델간의 오차를 제거하여 새로운 제어입력을 만드는 IMC(Internal model control)<sup>[9]</sup>을 제안하였다. 이 방법은 플랜트와 모델간의 모델링 오차를 보상할 수 있는 유용한 방법이지만, 사용되는 모델은 일반적으로 플랜트보다 저차이며 플랜트의 불안정한 성분을 포함해야 한다는 제한조건이 있다.

표 1 기존의 동조규칙

Methods	Tuning rules	
Z-N	$KK_p$	$1.2 \tau/L$
	$\tau_i/\tau$	$2L/\tau$
	$\tau_d/\tau$	$0.5L/\tau$
C-C	$KK_p$	$\frac{1}{4} + \frac{4}{3} \tau/L$
	$\tau_i/\tau$	$\frac{32+6L/\tau}{8+13(L/\tau)^{-1}}$
	$\tau_d/\tau$	$\frac{4}{2+11(L/\tau)^{-1}}$
IMC	$KK_p$	$\frac{1}{(1+a)} \left( \frac{1}{2} + \tau/L \right)$
	$\tau_i/\tau$	$1 + \frac{1}{2} L/\tau$
	$\tau_d/\tau$	$\frac{1}{1+2(L/\tau)^{-1}}$
ITAE	$KK_p$	$0.965(\tau/L)^{0.850}$
	$\tau_i/\tau$	$\frac{1}{0.769 - 0.1465(L/\tau)}$
	$\tau_d/\tau$	$0.308(L/\tau)^{0.929}$

### 2.2 GA를 이용한 최적동조

본 연구에서는 플랜트 모델을 기반으로 계단상의 설정치 변화에 최적의 추종성능을 주는 PID 계수를 결정한다. 제어대상으로 1차 시간지연 모델을 가정하였고, 고차 시스템의 경우에 모델 근사화는 저자가 제안한 기법<sup>[10]</sup>을 이용한다.

제어시스템의 매개변수들을 무차원화하기 위해  $t$ 를 플랜트 시정수로 나눈 것을  $t' = t/\tau$ 라 하면, 주파수 영역에서  $s' = \tau s$ 의 관계가 성립되므로 식 (1)-(2)는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$G_c(s') = K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s'} + \frac{\tau_d}{\tau} s' \right) \quad (3)$$

$$G_p(s') = \frac{K \exp(-\frac{L}{\tau} s')}{1 + s'} \quad (4)$$

그림 2는 무차원 제어시스템으로부터 PID 제어를 최적으로 동조하는 블록선도를 보여주고 있다. 유전알고리즘은 주어진 성능지수 값이 최소가 되도록 세 계수를 조정하게 된다.

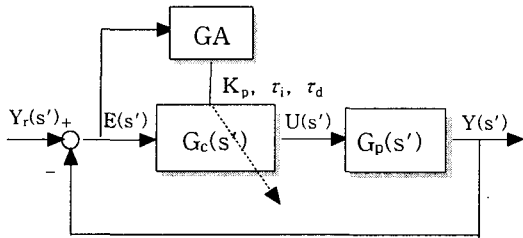


그림 2 GA를 이용한 PID 제어기의 최적동조

최적화 문제는 실수코딩 유전알고리즘 (Real-coded genetic algorithm: RCGA)을 이용하여 해결한다. 실수코딩을 채용함으로써 염색체는 세 계수의 벡터 결합, 즉  $s = (K_p, \tau_i, \tau_d)$ 로 표현된다. RCGA는 PID 제어기의 성능이 좋고 나쁨을 정량적으로 평가할 수 있는 성능지수를 필요로 한다. 아래와 같이 제곱오차 적분(ISE), 절대오차 적분(IAE), 시간곱 절대오차 적분(ITAE) 세 가지 성능지수가 고려되었다.

$$ISE: J(K_p, \tau_i, \tau_d) = \int_0^{t_f} e^2(t) dt \quad (5)$$

$$IAE: J(K_p, \tau_i, \tau_d) = \int_0^{t_f} |e(t)| dt \quad (6)$$

$$ITAE: J(K_p, \tau_i, \tau_d) = \int_0^{t_f} t |e(t)| dt \quad (7)$$

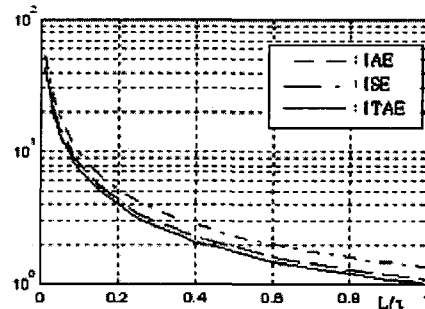
여기서 시간  $t_f$ 는 이 이후의 오차가 무시되어도 좋을 정도로 충분히 큰 값이다. ISE는 해석이 용이하여 최적제어기 설계 등에 자주 이용되나 오차가 클 때는 큰 벌점을 작을 때는 작은 벌점을 주는 결과를 초래해 최적해 부근에서 계수의 변화에 둔감하며, IAE는 오차의 절대크기

를 그대로 사용함으로써 ISE보다 나은 감도를 나타내며, 반면 ITAE는 장시간의 과도현상에 대해 시간 벌점을 주어서 IAE나 ISE보다 훨씬 더 변별력이 있다. 한편 최소화 문제를 최대화 문제로 전환해주도록 다음 적합도 함수가 사용된다.

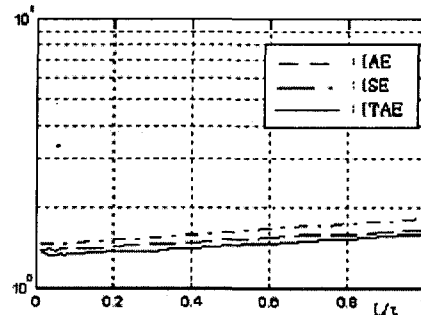
$$f = -J + \gamma(f > 0) \quad (8)$$

여기서  $\gamma$ 는 좋은 개체와 더 나은 개체의 구별이 용이하도록 세대마다 적절히 변경되는 매개변수이다<sup>[11]</sup>.

각각의 성능지수에 대해 최적의 동조 계수를 얻기 위해 RCGA의 제어 변수로는 집단의 크기  $N=20$ , 재생산 계수  $\eta_i=1.7$ , 교배확률  $P_c=0.9$ , 돌연변이 확률  $P_m=0.1$ 을 사용하였고, 계수들은 각각 구간  $0 \leq K_p \leq K_{pm}$ ,  $0 \leq \tau_i \leq \tau_{im}$ ,  $0 \leq \tau_d \leq \tau_{dm}$ 에서 탐색되었다<sup>[12]</sup>. 여기서  $K_{pm}$ ,  $\tau_{im}$ ,  $\tau_{dm}$ 은 탐색되어야 할 계수들의 경계값이다. 그림 3은 무차원값  $L/\tau$ 을 0에서 1까지 변경하면서  $KK_p$ ,  $\tau_i/\tau$  값을 구하고 그린 것이다.

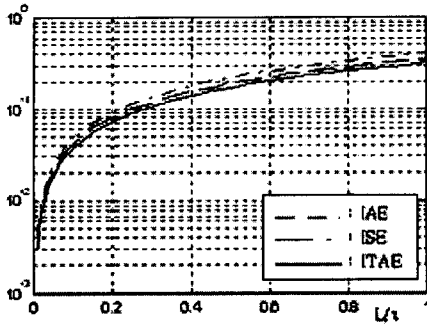


(a)  $KK_p$



(b)  $\tau_i/\tau$

PID 제어기의 모델기반 동조규칙



(c)  $\tau_d/\tau$

그림 3 계단상의 설정치 추종에 대한 최적 PID 계수

3. 제안한 동조규칙

앞 절에서는 세 가지 성능지수에 대하여 그 값이 최소가 되도록 PID 계수를 결정하였다. 이를 이용하여 새로운 규칙을 얻기 위하여 표 2와 같이  $KK_p$ ,  $\tau_i/\tau$ ,  $\tau_d/\tau$ 에 대해 각각 2, 3, 2개의 동조규칙 모델을 고려하였다. 이들은 기존의 규칙을 일반화한 것이다.

표 2 동조규칙 모델

Parameters	Tuning rule models	Remarks
$KK_p$	$a_0(\tau/L)^{a_1}$	ITAE
	$a_0 + a_1 \tau/L$	IMC, Z-N, C-C
$\tau_i/\tau$	$a_0 + a_1 L/\tau$	IMC, Z-N
	$\frac{a_1 + a_2 L/\tau}{1 + a_0(L/\tau)^{-1}}$	C-C
	$\frac{1}{a_0 - a_1 L/\tau}$	ITAE
$\tau_d/\tau$	$\frac{a_2}{a_0 + a_1(L/\tau)^{-1}}$	C-C, IMC
	$a_0(L/\tau)^{a_1}$	Z-N, ITAE

여기서 발생하는 최적화 문제에도 RCGA를 적용하며 RCGA는 IAE 형의 목적함수 값이 최소가 되도록 표 2의 모델 파라미터를 조정하게 된다. 각각의 성능지수와 모델에 대해 독립된 씨드로 프로그램을 5번 실행하고 평균한 결과 목적함수 값이 최소가 되는 규칙을 얻을 수 있

었다. 표 3은 동조계수, 모델, RCGA로 최적화된 PID 동조규칙을 나타낸 것이다.

표 3 계단상의 설정치 추종에 대한 최적 PID 동조규칙

J	Tuning rules	
IAE	$K_p$	$\frac{1.0794}{K} (\tau/L)^{0.8432}$
	$\tau_i$	$\tau(1.3751 + 0.2692 L/\tau)$
	$\tau_d$	$\frac{4.7641 \tau}{2.6445 + 11.1878(L/\tau)^{-1}}$
ISE	$K_p$	$\frac{1.3276}{K} (\tau/L)^{0.8337}$
	$\tau_i$	$\tau(1.4311 + 0.3804 L/\tau)$
	$\tau_d$	$\frac{5.1668 \tau}{2.1867 + 10.5765(L/\tau)^{-1}}$
ITAE	$K_p$	$\frac{0.9851}{K} (\tau/L)^{0.8577}$
	$\tau_i$	$\tau(1.3024 + 0.2812 L/\tau)$
	$\tau_d$	$\frac{4.1268 \tau}{2.5855 + 10.5684(L/\tau)^{-1}}$

4. 시뮬레이션 및 결과 검토

제안한 동조규칙의 유효성을 검증하기 위해 시뮬레이션을 실시하였다.

4.1 제어대상

제어대상으로 3차 시스템이 고려되었다.

$$G_p(s) = \frac{\exp(-0.1s)}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} \quad (9)$$

모델의 근사화에 RCGA가 사용되었고, 파라미터들은 각각  $0 \leq K \leq 50$ ,  $0 \leq \tau \leq 50$ ,  $0 \leq L \leq 10$ 의 구간에서 탐색되었다. 사용된 샘플링 시간은  $h = 0.01$ 이었다. 시뮬레이션 결과 약 300세대에서 다음과 같은 1차 시간지연 모델을 얻을 수 있었다.

$$G_p(s) = \frac{1.001 \exp(-1.47s)}{1 + 1.775s} \quad (10)$$

4.2 응답 비교

추정한 모델에 제안한 방법과 기존의 동조규칙을 적용하여 응답실험을 실시하고 오우버슈트( $M_p$ ), 도달시간( $t_r$ ), 5% 정정시간( $t_s$ ), 최대입력

( $u_{max}$ )을 구해 비교하였다(표 4 참조). 그림 6은 20초간 단위 계단응답을 그린 것이다.

그림 6 PID 제어기의 응답비교

표 4 동조법에 따른 PID 계수와 제어성능 비교

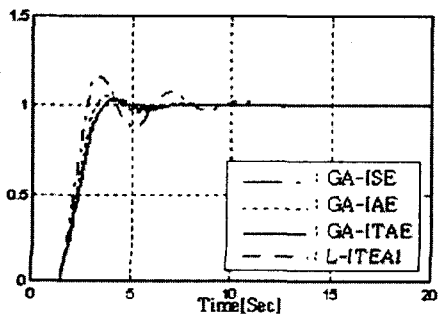
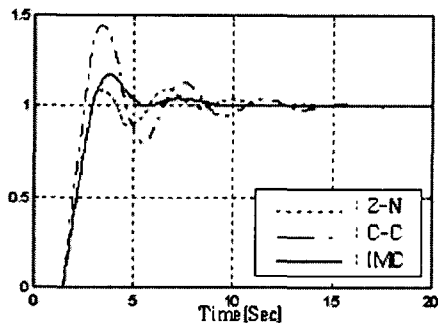
Tuning methods	$K_p$	$\tau_i$	$\tau_d$	$M_p$	$t_r$	$t_s$	$u_{max}$
Z-N	1.4482	2.9390	0.7348	8.92	1.11	7.30	2.18
C-C	1.8590	2.7683	0.4644	44.03	0.84	9.88	2.85
IMC	1.3652	2.5095	0.5196	16.89	1.14	4.81	2.17
L-ITAE	1.1321	2.6320	0.4587	3.54	1.50	3.32	1.77
GA-ISE	1.5542	3.0088	0.6129	15.92	1.04	7.36	2.29
GA-IAE	1.2647	2.8358	0.5233	5.61	1.29	4.04	1.92
GA ITAE	1.1574	2.7246	0.4772	2.84	1.46	3.29	1.79

IMC의 경우  $\alpha=0.25$ 를 사용하였고, L-ITAE는 Lopez 등의 결과이고, GA-ISE, GA-IAE, GA-ITAE는 제안한 세 가지 동조규칙의 결과이다. GA-ISE는 기대했듯이 GA-IAE, GA-ITAE보다 오버슈트와 정정시간이 길고 GA-IAE는 두 ITAE 규칙 보다는 성능이 뒤지지만 나머지 규칙보다는 앞서며, 두 ITAE는 오차에 시간 가중치를 사용하기 때문에 최적의 결과를 보여주었다. 특히 GA-ITAE가 L-ITAE보다 성능이 두드러짐을 확인할 수 있었다.

5. 결론

본 논문에서는 세 가지 성능지수 ISE, IAE, ITAE를 사용하여 계단상의 설정치 변화에 대한 추종성능이 개선되도록 모델과 유전알고리즘을 이용하여 PID 제어기의 최적 동조규칙을 얻었다. 1차 시간지연 모델에 대해서 유전알고리즘은 성능지수를 최소화하도록 PID 계수들을 결정하고, 계산된 계수, 규칙모델, 유전알고리즘을 이용하여 PID 동조규칙을 유도하였다. 주어진 고차 시스템을 온라인 파라미터 추정기법을 사용하여 1차 시간지연 모델로 근사화하여 제안한 동조규칙을 적용하고 계단상의 설정치 변경에 대한 추종성능 최도를 비교하였다. 성능비교를 통하여 GA-IAE, GA-ITAE는 만족스러운 제어성능을 줄 수 확인할 수 있었다. 차후 연구로 외란제거 성능에 대한 체계적인 연구가 필요하다.

이 논문은 BK21 사업에 의해 지원받았습니다



참고문헌

- [1] Y. Nozaka, "Trend of New Control Theory Application in Industrial Process Control (Survey)," Proc. IFAC 12th Triennial World Cong., Vol. 4, pp. 215-218, 1993
- [2] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum Setting for PID Controllers," Trans. ASME, Vol. 64, pp. 759-768, 1942
- [3] G. H. Cohen and G. A. Coon, "Theoretical Considerations of Retarded Control," Trans. ASME, Vol. 75, pp. 827, 1953
- [4] K. J. Åström and T. Hägglund, "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins," Automatica, Vol. 20, pp. 645-651, 1984
- [5] T. Yamamoto et al., "Intelligent Tuning PID Controllers," Proc. IEEE Int. Conf. on SMC, Vol. 5, pp. 2610-2615, 1995

- [6] E. H. Bristol, "Pattern Recognition: an Alternative to Parameter Identification in Adaptive Control," *Automatica*, Vol. 13, pp. 197-202, 1977
- [7] P. Wang and D.P. Kwok, "Optimal Design of PID Process Controllers Based on Genetic Algorithms," *Proc. 12th Triennial World Congress of IFAC*, Sydney, Australia, Vol. 4, pp. 193-197, 1993
- [8] A. M. Lopez, C. L. Miller and C. L. Murill, "Tuning Controller With Error-Integral Criteria," *Instrumentation Technology*, Vol. 14(2), 72, 1967
- [9] M. Morari, E. Zafiriou, *Robust Process Control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989
- [10] G. Jin, *Intelligent Fuzzy Logic Control of Processes with Time Delays*, PhD Thesis, University of Wales Cardiff, UK, 1996
- [11] J. J. Grefenstette, "Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, Vol. SMC-16, pp. 122-128, 1986
- [12] 진강규, *유전알고리즘과 그 응용*, 교우사, 2000