

동적기본해의 역FFT에 의한 비선형 지반-말뚝-구조계의  
시간영역 지진응답 해석

**Time Domain Seismic Response Analysis of Nonlinear  
Soil-Pile-Structure Interaction System using Inverse FFT of  
Dynamic Fundamental Solution**

김문겸\*      임윤목\*\*      조석호\*\*\*      박종현\*\*\*      정대회\*\*\*\*  
Kim, Moon Kyum   Lim, Yun Mook   Cho, Seok Ho   Park, Jong Huen   Jung, Dae Hee

---

**ABSTRACT**

In this study, a numerical method is developed for nonlinear analysis for soil-pile-structure interaction system in time domain. Finite elements considering material nonlinearity are used for the near field and boundary elements for the far field. In the near field, frame elements are used for modeling a pile and plane-strain elements for surrounding soil and superstructure. In the far field, boundary element formulation using the dynamic fundamental solution is adopted and coupled with the near field. Transformation of stiffness matrices of boundary elements into time domain is performed by inverse FFT. Stiffness matrices in the near field and far field are coupled. Newmark direct time integration method is applied. Developed soil-pile-structure interaction analysis method is verified with available literature and commercial code. Also, parametric studies by developed numerical method are performed. And seismic response analysis is performed using actual earthquake records.

---

1. 서론

말뚝이 기초로 사용되는 전체 구조계에서 구조물에 인접한 지반과 말뚝의 거동은 그 자체의 손상에만 국한되지 않고 상부구조물의 피해로 이어진다는 점에서 구조물에 직접적인 영향을 미치게 되며, 지반과 말뚝의 영향으로 인해 구조물의 응답이 복잡하게 나타난다. 따라서 기존의 일반적인 구조해석 방법으로는 거동을 예측하기가 어려우며 말뚝으로 지지된 구조물의 정확한 동적거동의 예측을 위해서는 지반-말뚝-구조물계의 상호작용 해석이 필요하다. 또한 최근 빈번하게 발생

---

\* 연세대학교 토목공학과 교수, 정회원  
\*\* 연세대학교 토목공학과 부교수  
\*\*\* 연세대학교 토목공학과 박사과정  
\*\*\*\* (주)동일 기술공사

하고 있는 지진과 같은 특수한 하중에 따른 전체 구조계의 비선형 거동을 고려하기 위해서는 시간영역에서의 해석이 필요하다<sup>[1]</sup>.

본 연구에서는 전체 지반-말뚝-구조계를 구조물, 말뚝, 근역 지반으로 이루어진 내부 영역과 원역 지반으로 이루어진 외부 영역으로 구분하였다. 내부 영역의 경우 구조물과 지반은 평면변형을 요소로 말뚝은 축 하중을 받는 보 요소로 모형화하여 이를 조합하여 유한요소해석을 실시하고, 외부영역은 주파수영역 경계요소 해석을 실시하여 강성도 행렬을 유도하였으며, 유도된 강성도 행렬은 역FFT를 통해 시간영역으로 변환하여 유한요소와 조합하여 유한요소와 경계요소가 갖고있는 장점을 모두 활용할 수 있게 하였다. 조합된 전체 상호작용계에 대하여 직접 적분법을 이용하여 각 해석단계에서의 시간적분을 수행함으로써 구조물의 비선형 거동 특성과 동적거동 특성을 분석하였다.

개발된 수치해석 기법의 타당성을 알아보기 위해 지반-말뚝-구조계에 대한 동적해석을 실시하고, 이를 기존의 연구결과 및 상용프로그램과 비교함으로써 그 타당성을 입증하였으며 비선형 해석의 필요성 여부를 판단하였다. 또, 지반에 가속도 형태로 가해지는 지진하중을 고려하여 실제 지진하중을 입력하여 지진응답해석을 수행함으로써 지진이 지반-말뚝-구조계에 미치는 동적응답 특성을 분석하였다. 추후 연구에서는 지반-말뚝-구조계의 주요인자의 변화에 따른 지진응답해석을 수행하여 주요인자가 지진응답에 미치는 영향등을 살펴보고자 한다.

## 2. 지반-말뚝-구조물 상호작용계의 모형화

본 연구에서는 지반-구조물 상호작용계에 축 하중을 받는 보 요소를 도입하므로써 그림 1과 같이 지반-말뚝-구조물계를 모형화 하였다. 그림 1(a)와 같이 원지반은 경계요소<sup>[2]</sup>에 의하여 모형화 하였으며 근지반은 유한요소에 의한 평면 변형률 요소로 모형화 하였다. 또한 구조물도 유한요소에 의한 평면변형률 요소로 모형화 하였으며 구조물과 지반 사이에는 축 하중을 받는 보 요소를 사용하여 지반-말뚝-구조물의 상호작용계를 모형화 하였다. 유한요소 해석에 있어서 구조물 요소와 지반요소는 각 요소의 절점당  $x, y$  두 개의 자유도를 갖는 반면 축 하중을 받는 보 요소로 모형화한 말뚝 요소는 각 절점당  $x, y, \theta$  의 3 개의 자유도를 갖는다. 따라서 전체 계에서는 지반과 말뚝, 구조물과 말뚝이 공유하는 절점에서는 세 개의 자유도를 갖게 되며 그 외의 절점에서는 2 개의 자유도를 갖게 된다. 지반과 구조물과 말뚝의 수평방향 변위와 수직방향 변위를 나타내는 2 개의 자유도  $x, y$  와 말뚝 요소의 회전각을 나타내는  $\theta$  사이에는 행렬상에서 개별적으로 작용을 하므로 각각의 연립방정식을 푸는 것과 같다. 따라서 말뚝 요소를 도입하기 전의 전체 행렬 크기  $N$  에 말뚝 요소가 도입함으로써 말뚝요소의 총 절점 개수  $n$  이 추가되어 전체 행렬의 크기는  $N + n$  이 된다.

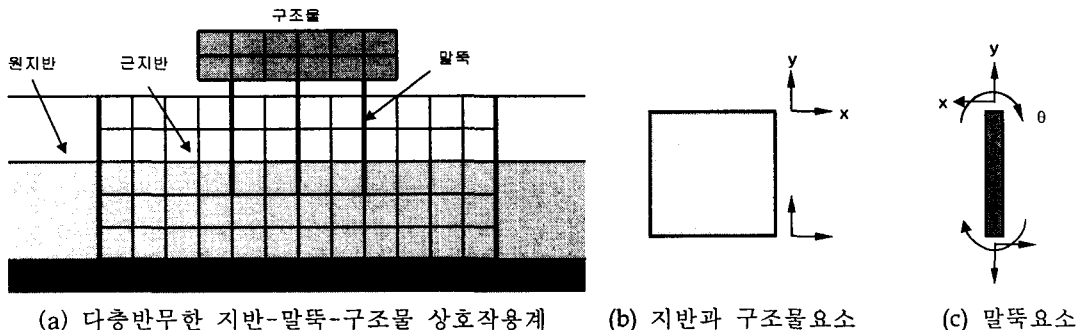


그림 1. 전체 상호작용계와 각 요소

### 3. 전체 계방정식의 형성

지반-구조물 상호작용계에서 내부영역과 외부영역의 경계면을 제외한 내부영역의 자유도를  $s$ 로 나타내고, 내부영역과 외부영역의 경계면에서의 자유도를  $b$ 로 나타내면 전체 상호작용계의 운동방정식은 식 (1) 과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sb}] \\ [M_{bs}] & ([M_{bb}^s] + [M_{bb}^e]) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{ss}] & [C_{sb}] \\ [C_{bs}] & ([C_{bb}^s] + [C_{bb}^e]) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{ss}] & [K_{sb}] \\ [K_{bs}] & ([K_{bb}^s] + [K_{bb}^e]) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\{R_b(t)\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서,  $\{R_b(t)\}$ 는 외부영역으로의 과 전파시 내부영역과 외부영역의 경계면에서 작용하는 상호작용력으로 다음 식 (2) 와 같이 나타낼 수 있다.

$$\{R_b(t)\} = [M_{bb}^e] \ddot{u}_b(t) + [C_{bb}^e] \dot{u}_b(t) + [K_{bb}^e] u_b(t) \quad (2)$$

식 (1) 을 주파수영역으로 변환시킨 후 지반의 내부영역절점의 모든 자유도를 줄이고 자유장에서의 동적강성도행렬을 지반 및 굴착지반부의 동적강성도행렬로 표현하게 되면 전체 지반-구조물 상호작용계의 운동방정식은 다음 식 (3) 과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}(\omega)] & [S_{sb}(\omega)] \\ [S_{bs}(\omega)] & [S_{bb}^s(\omega)] + [S_{bb}^e(\omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s(\omega) \\ u_b(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [S_{bb}^e(\omega)] \{u_b^e(\omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [S_{bb}^e(\omega)] \{u_b^e(\omega)\} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

식 (3) 을 시간영역으로 다시 변환하면 최종적으로 식 (4) 와 같은 지반-구조물 상호작용계의 시간영역 운동방정식을 유도할 수 있으며 이 식을 이용하여 시간영역에서 Newmark 직접적분법을 통해 비선형해석을 수행할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sb}] \\ [M_{bs}] & [M_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s(t) \\ \ddot{u}_b(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_s(t)\} \\ \{P_b(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ -\{R_b(t)\} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서  $\{P\}$  는 근역부분의 비선형성을 나타내는 하중벡터이다.

상호작용력 벡터인  $\{R_b(t)\}$  를 시간영역상에서 도출해내기 위해서는  $[S_{bb}^e(t)]$  와 지반의 상대변위  $\{u_b(t)\}$  에 대해 convolution 적분을 수행해야 하는데, 실질적으로  $[S_{bb}^e(t)]$  를 산정하기 위해서는 주파수영역에서 산정된 원역지반의 동적 강성도행렬에 대해서  $\omega$  가 무한대일 때의 점근해를 갖는 singular part 와 나머지 부분인 regular part로 구분하여 적분을 수행해야 하며 시간영역에서의 상호작용력을 수치적으로 산정하기 위해서 다시 Fourier 역변환을 가해주어야 한다. 최종적인 식은 (5) 와 같다.

$$R_b(t) = K_{bb}^g u_b(t) + C_{bb}^g \dot{u}_b(t) + \int_0^t S_{\tau,bb}^g(t-\tau) u_b(\tau) d\tau \quad (5)$$

식 (5)를 이용하여 시간영역에서의 상호작용력이 수치적으로 직접 산정될 수 있다.

#### 4. 해석결과 및 분석

##### 4.1 비선형 유한요소 해석기법의 검증

본 연구에서 개발된 비선형 지반-말뚝-구조계의 수치해석 프로그램은 구조물과 근역지반을 모형화하기 위해 평면변형률 요소를 이용하고, 말뚝을 모형화하기 위해서는 축 하중을 받는 보 요소를 이용하였다. 먼저 상용프로그램인 ANSYS의 비선형해석과 본 프로그램의 결과를 비교하므로써 본 연구에서 내부영역의 비선형성을 해석하기 위해 개발된 비선형 유한요소 프로그램의 적용성과 타당성을 검증하였다. 지반과 구조물을 모형화하는데 사용되는 평면변형률 요소는 그림 2에서 나타난 것으로 가로와 세로가 각각 1.0m인 정사각형인 형태로 모형화하였고, 말뚝을 모형화하는데 사용되는 축 하중을 받는 보 요소를 평면변형률 요소에 삽입하였다. 이때 재료의 물성은 표 1 과 같다.

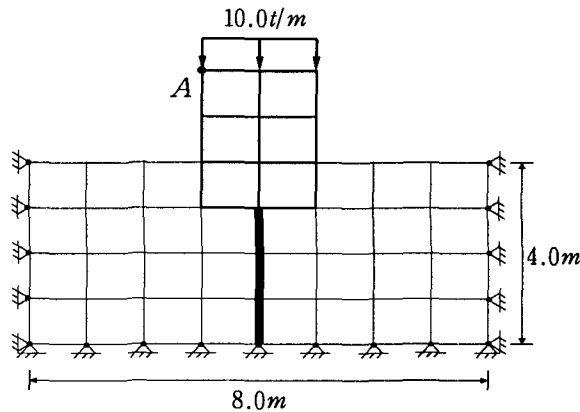


그림 2 해석대상 지반-말뚝-구조계

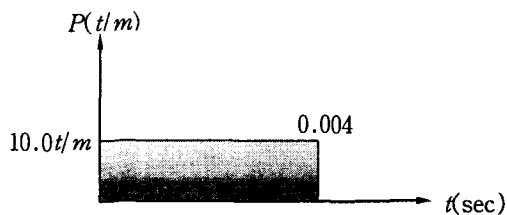


그림 3 작용 분포하중 조건

표 1 지반-말뚝-구조계의 물성

요소	물성종류	물성치
상부 구조	탄성계수	$E_S$ $2.04 \times 10^7 \text{ ton/m}^2$
	포아송비	$\nu_S$ 0.3
	밀도	$\rho_S$ $3.5 \text{ ton/m}^3$
	높이	$H$ 6.0m
	폭	$W$ 4.0m
원역 지반	탄성계수	$E_B$ $3.06 \times 10^6 \text{ ton/m}^2$
	포아송비	$\nu_B$ 0.3
	밀도	$\rho_B$ $2.3 \text{ ton/m}^3$
	높이 및 폭	$H \times W$ $4.0\text{m} \times 8.0\text{m}$
말뚝	탄성계수	$E_P$ $2.04 \times 10^7 \text{ ton/m}^2$
	포아송비	$\nu_P$ 0.3
	밀도	$\rho_P$ $3.5 \text{ ton/m}^3$
	면적	$A$ $6.84 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
	단면2차 모멘트	$I$ $49.5 \times 10^{-6} \text{ m}^4$

여기에 그림 3 과 같이 분포하중의 형태로 하중이 0.004초 동안 10.0t/m가 가해졌고, 1초 동안 동적해석을 실시하여 발생하는 변위를 ANSYS에서 도출되는 수평, 수직변위와 비교하였다. 해석을 수행한 결과, 그림 4 에서 볼 수 있는 것처럼 수평변위와 수직변위의 경우 모두 상용프로그램

의 결과와 매우 유사한 결과를 보였다. 따라서 전체 지반-말뚝-구조계를 모형화하기 위해 평면 변형률 요소와 프레임 요소를 조합한 유한요소해석 기법은 지반-말뚝-구조계에서 근역지반과 말뚝, 그리고 구조물로 이루어진 내부영역의 해석에 있어서 그 적용성과 타당성이 합리적으로 입증되었다고 생각된다. 결론적으로 본 연구에서 개발된 비선형 유한요소 해석기법은 전체 지반-말뚝-구조계의 상호작용계에서 직접 비선형성이 발생하는 내부영역 해석에 있어서 비선형성을 모형화하고 이를 유한요소 경계요소 조합으로 이루어진 전체 지반-말뚝-구조계의 해석시 반영하는데 적합하다고 사료된다. 또 본 비선형 유한요소 기법이 지반-말뚝-구조계의 지진응답해석을 수행하기에 적합한지 확인하기 위하여 1940년 발생한 Elcentro 지진가속도 자료 중 20 단계의 가속도 하중을 위와 동일한 대상 구조계에 적용하여 지진해석을 수행하였다. 해석결과 그림 5 에서 알 수 있듯이 본 수치해석 기법에 가속도 하중을 가한 경우 상용프로그램인 ANSYS 와 거의 일치하는 결과를 얻을 수 있었다. 따라서 본 수치해석 기법은 비선형 지반-말뚝-구조계의 지진을 가속도 하중의 형태로 고려하여 지진응답해석을 수행하는데 적합함을 확인할 수 있었다.

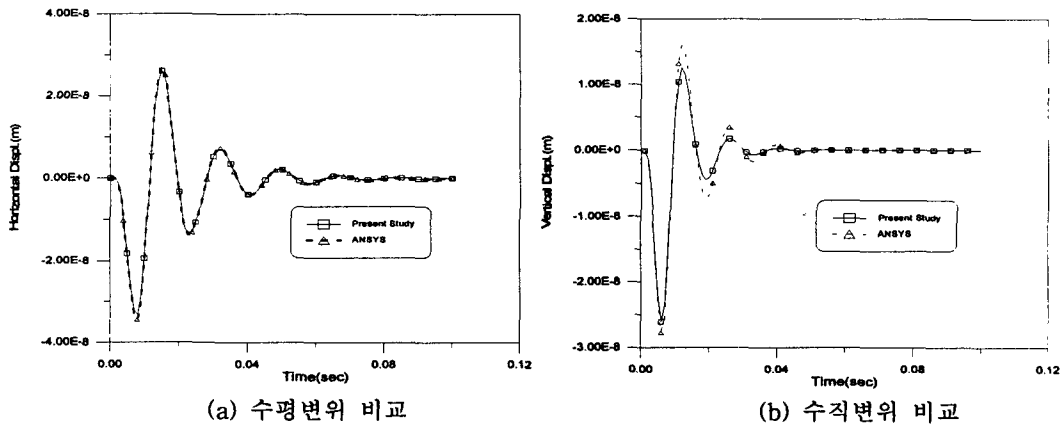


그림 4 지진하중에 의한 A점 응답비교

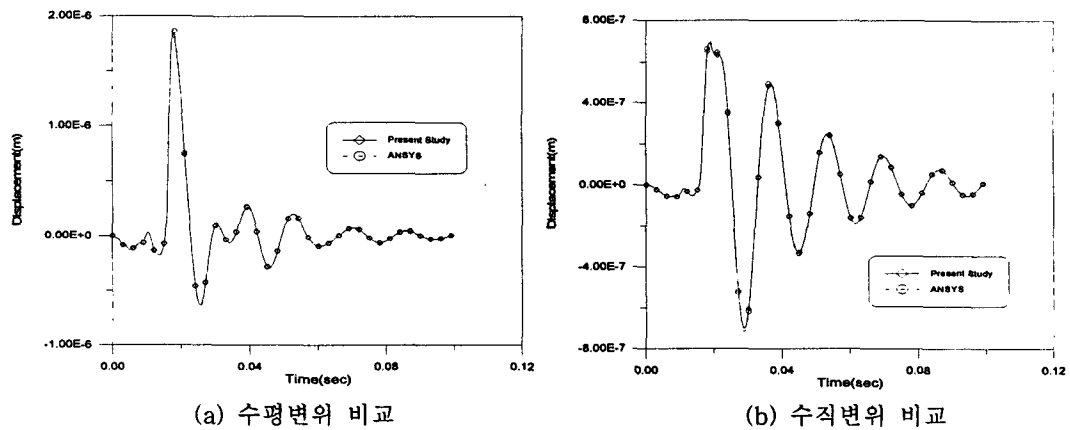


그림 5 지진하중에 의한 A점 응답비교

#### 4.2 비선형 지반-말뚝-구조물 상호작용 해석기법의 검증

해석 대상 구조물이 기반암과 같은 강성이 매우 큰 지반구조계 상에 있는 상태가 아닐 경우 구조물의 동적 하중에 대한 거동은 지반-구조물 상호작용을 고려하여 정확히 산출되어야 한다. 이들 구조물이 진동하게 되면 에너지는 물체파 혹은 표면파의 형태로 지반에 전달되어 방사되며 방사된 에너지는 구조물을 제외한 원지반만의 운동과는 다른 형태로 나타나게 된다. 그러므로 본 연구에서는 경계요소와 유한요소를 조합하여 유한요소만으로 모형화한 경우에 발생하는 파반사 문제를 고려하였다. 제안된 비선형 유한요소해석기법을 이용하여 지반-말뚝-구조계 내에서 근역 지반의 비선형성을 고려하고, 이를 균일 반무한지반 위에 위치한 구조물에 적용함으로써 전체 상호작용계의 해석을 시도하였다. 즉, 다층반무한체인 원역지반을 주파수영역 경계요소해석을 실시하여 이를 시간영역으로 변환하고, 근역지반에 대하여는 Mohr-Coulomb 파괴기준을, 구조물에 대하여 von Mises의 파괴기준을 적용한 시간영역 유한요소해석을 수행하여 경계요소와 조합을 실시하였다. 조합된 경계요소-유한요소 강성도행렬에 의한 응답을 직접 시간적분법에 의해 구조물의 동적응답을 산정하며, 이 해석결과를 von Estorff<sup>[3]</sup>의 지반-구조물계에 대한 연구결과와 비교하므로써 본 연구에서 제안된 수치해석기법의 타당성과 적용성을 검증하였다.

먼저 von Estorff의 선형 연구결과와 비교하므로써 본 연구에서 제안된 수치해석기법의 타당성과 적용성을 검증하였다. 그림 6 과 같이 균일 반무한지반 상에 사각형 요소로 단순화시킨 구조물을 위치시키고 구조물의 상부에 동적하중을 그림 7 과 같이 등분포로 재하시킬 경우에 대한 A 점에서의 수직 및 수평변위를 구하였으며 이를 그림 8 에 나타내었다. 표 2 에 나타낸 바와 같이 높이 12.0m, 폭 8.0m 의 크기를 갖는 상부구조물은 평면변형을 유한요소로 모형화하였으며 요소의 크기는 1.0m×1.0m 를 적용하였다. 균일반무한지반은 선형 경계요소로 모형화하였으며 반무한지반의 포아송비 및 밀도는 상부구조물의 물성과 동일한 것으로 하였다.

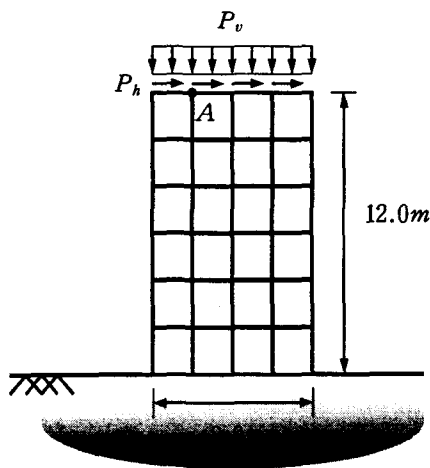


그림 6 균일 반무한 지반-구조물계

표 2 균일 반무한 지반-구조물계의 물성

요소	물성종류	물성치
상부 구조물	탄성계수	$E_S$ $3.06 \times 10^6 \text{ ton/m}^2$
	포아송비	$\nu_S$ 0.25
	밀도	$\rho_B$ $2.0 \text{ ton/m}^3$
	높이	$H$ 12.0 m
	폭	$W$ 8.0 m
균일 반무한 지반	탄성계수	$E_B$ $3.06 \times 10^6 \text{ ton/m}^2$
	포아송비	$\nu_B$ 0.25
	밀도	$\rho_P$ $2.0 \text{ ton/m}^3$

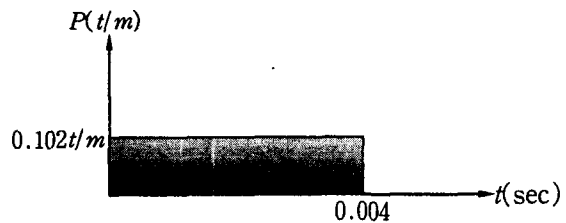


그림 7 작용 하중 조건

그림 8 에서 볼 수 있는 것과 같이 수평변위는 주기에서 약간의 차이를 보이고 있으나, 그 차이가 미소하며 최대값과 최소값이 거의 근사한 것으로 보아 비교적 일치하는 것으로 볼 수 있다. 또한 수직변위에 있어서도 첫번째 주기가 끝난 후에 주기가 von Estorff 의 해석값보다 늦게 줄어드는 것을 볼 수 있으나, 수평변위의 경우와 마찬가지로 최대값과 최소값이 거의 근사하므로 잘 일치한다고 할 수 있다.

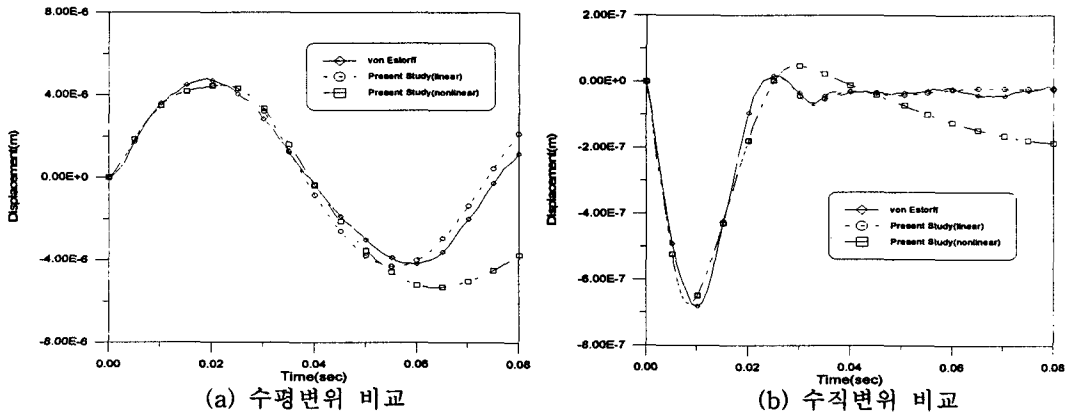


그림 8 균일 반무한 지반-구조물계의 A점 응답비교

다음으로 von Estorff 의 비선형 지반-구조물 상호작용계의 해석과 본 수치해석의 결과를 비교하였다. 그림 9 와 같이 상호작용계를 단순화시킨 후 구조물의 상부에 그림 10 의 동하중을 수평방향 등분포로 재하시킨 후 A점에서의 수평변위를 구하였으며 이를 그림 11 로 나타내었다. 상부구조물은 평면변형을 유한요소로 모형화하였으며, 요소의 크기는  $0.5m \times 0.5m$  를 적용하였다. 균일반무한지반은 근역의 경우 구조물과 같은 크기의 평면변형을 유한요소로, 원역지반은 선형 경계요소로 모형화하였으며, 포아송비 및 밀도와 같은 지반과 구조물의 물성은 von Estorff 의 연구에서 사용한 것과 동일하게 하였다. 전체 해석대상의 체적 및 물성은 표 3 과 같다.

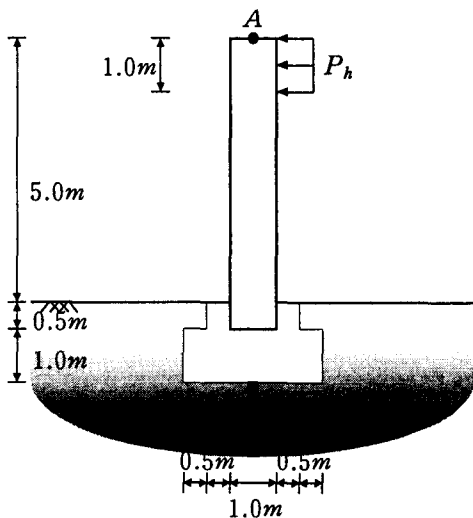


그림 9 비선형 지반-구조물 상호작용계

표 3 비선형 지반-구조물 상호작용계의 물성

요소	물성종류	물성치
상부 구조물	탄성계수 $E_S$	$3.0 \times 10^4 \text{ MPa}$
	포아송비 $\nu_S$	0.16
	밀도 $\rho_S$	$2200 \text{ kg/m}^3$
	높이 $H$	5.5m
균일 반무한 지반	탄성계수 $E_B$	57MPa
	포아송비 $\nu_B$	0.25
	밀도 $\rho_B$	$1700 \text{ kg/m}^3$

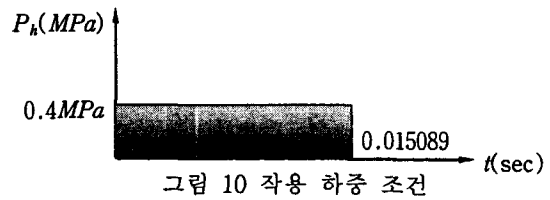


그림 10 작용 하중 조건

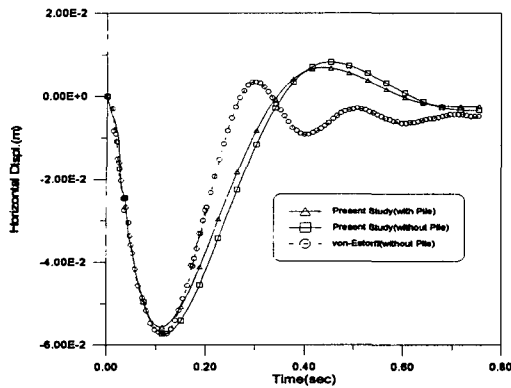


그림 11 비선형 상호작용계 수평변위 비교

그림 11에서 볼 수 있는 것과 같이 수평변위는 주기에서 약간의 차이를 보이고 있으나, 비교적 일치하는 결과를 나타내었다. 본 연구와 von Estorff의 비선형연구 결과에서 차이가 발생하는 이유는 본 연구에서 비선형을 고려하기 위해 점착력  $5t/m^2$ , 마찰각  $35^\circ$ 인 지반에 대하여 Mohr-Coulomb의 파괴모델을 적용한 반면, von Estorff는 변형률을 조절하여 일정한 변형률에서 탄성계수 값을 Bilinear로 변화시켜주는 방식으로 비선형성을 고려했기 때문이라 사료된다. 또 본 연구는 지반-구조물계에 축 하중을 받는 보요소를 삽입하여 강성을 증가시켰기 때문에 주기 및 영구지반 변위가 감소된 것이라 사료된다.

## 5. 결론

본 연구에서는 동적기본해의 역 FFT를 이용한 경계요소법과 근역지반의 비선형성을 고려한 유한요소법의 조합을 통하여 전체 지반-말뚝-구조물 상호작용계 내에서 근역지반의 비선형성을 고려할 수 있는 비선형 지반-말뚝-구조물 상호작용 수치해석 기법을 개발하였다. 본 연구의 결론은 다음과 같다.

- 1) 본 연구에서 제안된 수치해석 기법을 이용한 비선형 유한요소 해석결과를 상용프로그램의 결과와 비교하므로써 본 수치해석 기법이 근역지반 및 구조물의 비선형 거동을 합리적으로 예측할 수 있음을 보였으며, 평면변형률 요소와 프레임 요소를 도입한 본 연구의 유한요소 기법이 동적 기본해의 역 FFT를 이용한 전체 지반-말뚝-구조물 상호작용계의 비선형 수치해석 기법 개발의 적용에 있어 타당함을 보였다.
- 2) 경계요소와 유한요소의 조합을 통한 비선형 지반-말뚝-구조물 상호작용 수치해석 기법을 이용하여 동적 해석을 실시하였으며, 결과를 von Estorff의 기존 연구와 비교하므로써 타당성을 검토하였다. 또한 기존의 선형해석으로는 영구변위의 발생 및 지반 비선형성이 전체 구조계에 미치는 영향을 확인할 수 없으므로 상대적으로 연약한 지반에 대해서는 비선형성을 고려한 상호작용계의 해석이 이루어져야 할 것으로 사료된다.

## 감사의 글

본 연구는 과학재단 연구과제(1999-1-311-02-3) 및 KEERC 4-4 과제 "지반변형 발생시 지반-라이프라인 상호작용력 산정에 관한 연구"의 일환으로 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

## 참고문헌

- 1) Wolf, J.P., *Dynamic Soil-Structure-Interaction*, Prentice-Hall, 1985.
- 2) Kim, M.K., Lim, Y.M., and Rhee, J.W., "Dynamic Analysis of Layered Half Planes by Coupled Finite and Boundary Elements," *Engineering Structures*, Vol. 22, No. 6, pp. 670-680, February, 2000.
- 3) von Estorff, P., "Dynamic Response of Elastic Blocks by Time Domain BEM and FEM," *Computers and Structures*, Vol.38, No.3, 1991, pp.287-300