

Morlet 웨이블릿을 이용한 연속보의 동적 파라미터 추정

Determination of Dynamic Parameters of Continuous Beam Using Morlet Wavelet

박종열*
Park, Jong Yeol

박형기**
Park, Hyung Ghee

김규학***
Kim, Kyu Hag

ABSTRACT

This paper presents the application of continuous wavelet transform for determination of dynamic parameters of continuous beam subjected to moving load. Morlet wavelet is used as mother wavelet in wavelet transform. Dynamic parameters are estimated from the magnitudes and arguments of the wavelet coefficients obtained by wavelet transforming the response time histories of joints on the beam. This study shows that the estimated parameters such as natural frequencies, damping ratios and mode shapes are to be well-compared with those of the finite element analysis.

1. 서론

질량행렬(mass matrix), 감쇠행렬(damping matrix)과 강성도행렬(stiffness matrix)로부터 구할 수 있는 구조물의 동특성인 고유진동수(natural frequency), 모드감쇠(modal damping), 진동모드형상(mode shape)은 구조물의 동적 응답 해석에 중요한 인자가 될 뿐만 아니라, 손상도 및 안전성 검증을 위해서도 반드시 구해야되는 요소들이다.

구조물의 동특성을 추정하기 위한 실험적 방법으로는 가진기를 이용하여 구조물을 가진시켜 그 응답을 분석하는 방법과 충격해머(impact hammer)등을 이용한 충격시험으로부터 추정하는 방법이 이용되고 있으나, 토목구조물의 경우 많은 비용과 시간이 소요된다. 특히 교량의 경우는 교통 통행의 제한 등 많은 위험적 요소와 어려움이 있으므로 바람, 통행차량에 의한 상시미진동 계측 데이터를 사용하여 대형구조물의 동특성을 추정하는 많은 연구가 진행되어 왔으며,⁽¹⁻⁴⁾ 최근에는 신호분석에 웨이블릿변환(wavelet transform)을 이용하는 연구가 이루어지고 있다.⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾

* 인천대학교 토목환경시스템공학과 박사과정

** 인천대학교 토목환경시스템공학과 교수

*** 인천대학교 토목환경시스템공학과, 석사과정

시간 및 진동수 분해능을 증가시키는 웨이블릿변환은 저진동수에서 진동수 분해능을 증가시키고, 고진동수에서는 시간 분해능을 증가시킴으로써 충격신호와 같은 비정상신호의 시간-진동수 해석에 많이 이용되어 질 수 있다. 본 논문에서는 웨이블릿 변환 중 Morlet웨이블릿을 사용한 연속 웨이블릿변환(continuous wavelet transform)을 이용하여 이동하중의 통행에 의해 발생하는 교량의 가속도시간이력 신호로부터 자유진동 구간대 신호를 분해하여 교량의 동특성을 추정하였다. 이동하중을 받는 연속보에 대하여 범용구조해석 프로그램 MIDAS⁽⁸⁾로 동적해석을 수행하였으며, 동적해석 결과로 얻어진 절점의 가속도시간이력을 사용하여 제안된 이론의 동특성 추정 결과를 해석적 방법의 결과와 비교 검증하였다.

2. 이론적 배경

2.1 고유진동수의 추정⁽⁶⁾

푸리에스펙트럼에 의해 얻어진 침투진동수에 적당한 Morlet웨이블릿의 w_g 를 사용해서 연속웨이블릿변환을 수행하고 관심대상의 진동수 f_i 에 상응하는 스케일 a_i 에 대한 웨이블릿계수의 크기(magnitude)와 편각(argument)을 찾는다. 동일 편각 사이의 시간차를 Δt_i 라 놓으면, 다음과 같은 자유진동 판정기준을 세울 수 있다.

$$|\Delta t_i - \frac{1}{2f_i}| \leq \Delta t_a \quad (1)$$

이때 진동수 f_i 에 해당되는 주기에 $\pm 5\%$ 를 허용시간차로 택하면 식(1)의 Δt_a 는 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta t_a = \frac{1}{40f_i} \quad (2)$$

2.2 계측신호를 이용한 감쇠율 추정⁽⁶⁾

대역필터를 통과시킨 계측신호를 Morlet웨이블릿을 사용해서 연속웨이블릿변환을 하여 자유진동 스케일 a_i 에 해당되는 웨이블릿계수 $W_\psi f(a_i, b)$ 의 크기와 편각을 얻은 후, 크기에 자연대수를 취하여 시간의 함수로 나타내면 그림 1과 같다.

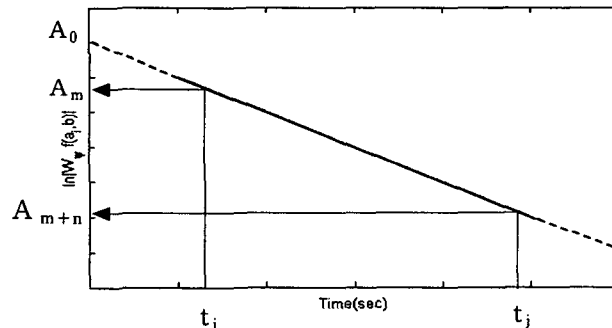


그림 1. 웨이블릿계수의 크기에 대해 자연대수를 취한 시간에 따른 변화 개형

낮은 감쇠율 $\xi < 0.2$ 에서는 $w_n \approx w_D$ 이므로, 그림 1에서 감쇠율은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\xi = \frac{A_m - A_{m+n}}{w_n t_{ij}} = \frac{A_m - A_{m+n}}{2 \pi f_n t_{ij}} \quad (3)$$

여기서, $A_m = W_\phi f(m)$

$$A_{m+n} = W_\phi f(m+n) \quad \xi = \frac{A_0 - A(t)}{w_n t} = \frac{A_0 - A(t)}{2 \pi f_n t}$$

$$t_{ij} = t_j - t_i$$

2.3 웨이블릿계수를 이용한 모드형상 추정

모드형상은 구조물의 고유진동수에 따른 scale a_i 에 대하여 Morlet 웨이블릿을 이용하여 얻어진 각 절점별 웨이블릿계수 $W_\phi f(a_i, b)$ 로부터 동일 시각의 신호에 대한 크기와 편각을 계산한다. 모드형상을 구하기 위해서, 각 모드별 기준점을 선택하고 식 (4)를 이용하여 기준점에 대한 웨이블릿계수 크기의 비로부터 모드형상을 결정할 수 있다.

$$\phi = \frac{|W_\phi^x f(a_i, b_0)|}{|W_\phi^R f(a_i, b_0)|} \quad (4)$$

여기서, $|W_\phi^x f(a_i, b_0)|$ = 절점 x 에서 웨이블릿 계수의 크기

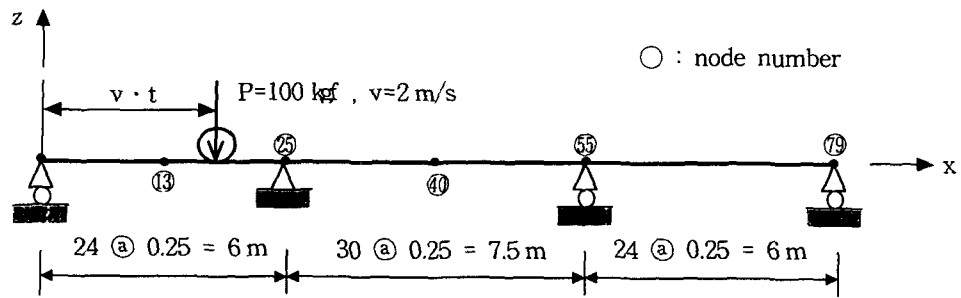
$|W_\phi^R f(a_i, b_0)|$ = 각 모드별 기준이 되는 절점에서 웨이블릿 계수의 크기

모드형상은 기준점에 대한 편각의 차 $\Delta\theta_x$ 를 식 (5)로 구하여 결정된다.

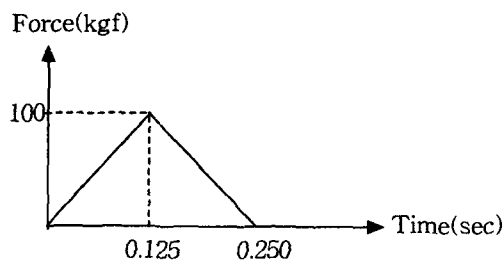
$$\Delta\theta_x = \arg(W_\phi^x f(a_i, b_0)) - \arg(W_\phi^R f(a_i, b_0)) \quad (5)$$

3. 해석모델을 이용한 결과 분석

본 연구에서 사용한 모델은 이동하중을 이용한 3경간 연속보로서 최대값 100kgf의 크기를 갖는 하중을 이용하였다. 이동하중은 각 절점에 짧은 시간동안 가해지고 사라지는 충격하중이므로 그림 2(b)와 같이 삼각형 형태의 하중으로 이상화시켰으며, 이 때 삼각형 형태의 하중 시간은 차량의 주행속도(2m/s)와 모델링한 절점간격(0.25m)에 따라서 결정되었다. 범용 구조해석 프로그램인 MIDAS를 사용하여 구조해석을 수행한 후 각 절점에서 가속도신호를 추출하여 웨이블릿변환을 통하여 동적 파라메타를 추정하였다.



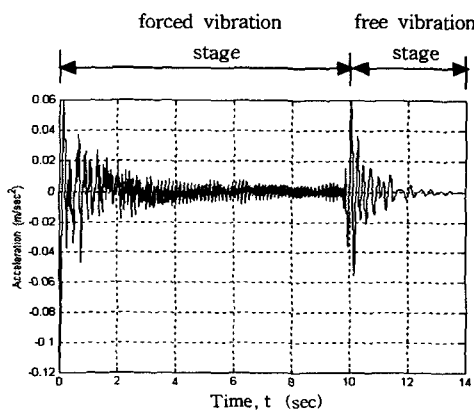
(a) 예제모델



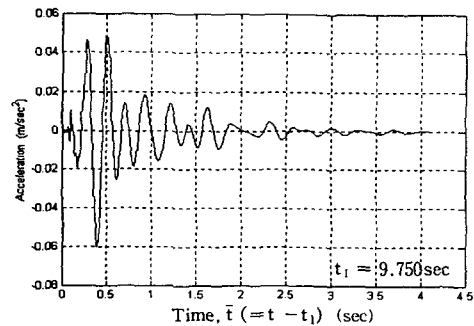
(b) 이동하중을 삼각형하중으로 이상화

그림 2. 이동하중을 이용한 3경간 연속보의 해석 모델

예제 모델에서 추출된 데이터 중에는 다양한 진동수 성분과 노이즈가 포함되어 있으므로 관심진동수대역만을 고려하기 위해서 무한임펄스응답(infinite impulse response)필터의 일종인 Butterworth 필터를 사용하여 대역필터링을 수행하였다. 3경간 연속보의 시간이력해석 결과로부터 얻어진 고유진동수를 근거로 하여 관심대역을 1.5~30.0 Hz로 설정하였다. 그림 3과 4의 (a)에는 원신호를 (b)에는 대역필터를 통과시킨 이후의 자유진동 시간대 신호를 나타내었다.

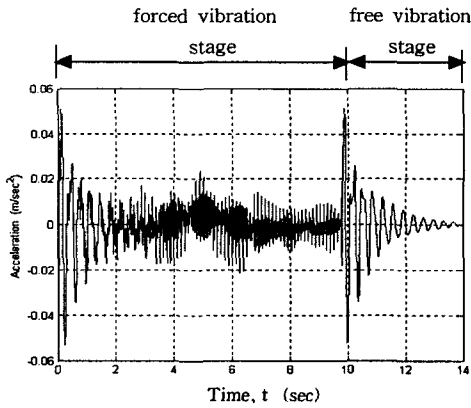


(a) 계산된 가속도시간이력

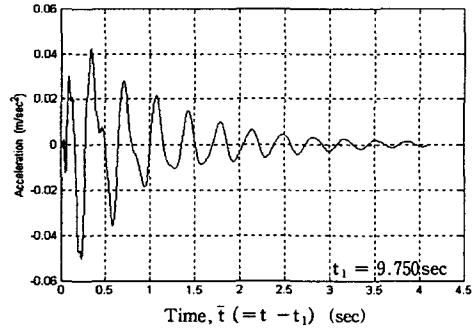


(b) 대역필터를 통과시킨 자유진동
시간대의 가속도시간이력

그림 3. 3경간 연속보의 측경간 중앙점(13번 절점)에서 계산된 가속도시간이력



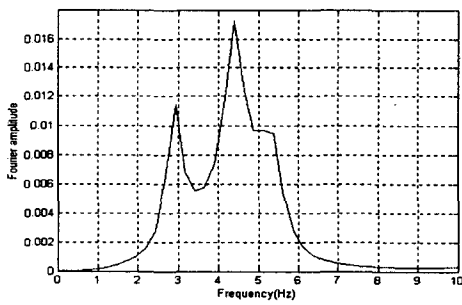
(a) 계산된 가속도시간이력



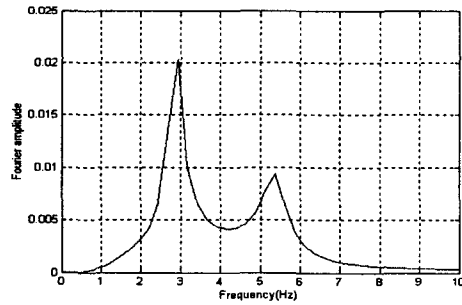
(b) 대역필터를 통과시킨 자유진동 시간대의 가속도시간이력

그림 4. 3경간 연속보의 중앙경간(40번 절점)에서 계산된 가속도시간이력

계산된 가속도시간이력 데이터 중에서 자유진동 시간대 4096개의 가속도시간이력 데이터를 사용하였다. 사용된 자유진동 시간대의 가속도시간이력 데이터를 푸리에변환하여 그림 5에 나타내었고, 절점 13번과 40번의 가속도시간이력에 대하여 연속웨이블릿변환을 수행하여 그림 6에 나타내었다.

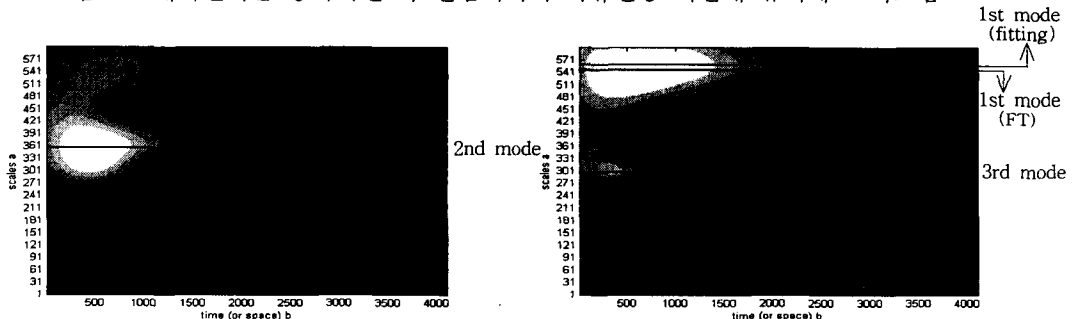


(a) 13번 절점



(b) 40번 절점

그림 5. 대역필터를 통과시킨 각 절점에서의 자유진동 시간대 푸리에 스펙트럼



(a) 13번 절점

(b) 40번 절점

그림 6. 자유진동 시간대의 시간이력에 대한 Morlet 웨이블릿변환 ($\omega_g = 10$)

제시한 절차 적용의 한 예로서 40번 절점 신호로부터 구해진 관심침두진동수 중에서 3차 진동 모드에 해당되는 5.37Hz를 선택하였다. Morlet웨이블렛 $w_g = 10$ 을 이용하여 연속웨이블렛변환을 수행하고 이로부터 구해진 웨이블렛계수의 크기와 편각을 시간에 대하여 그림 7에 나타내었다.

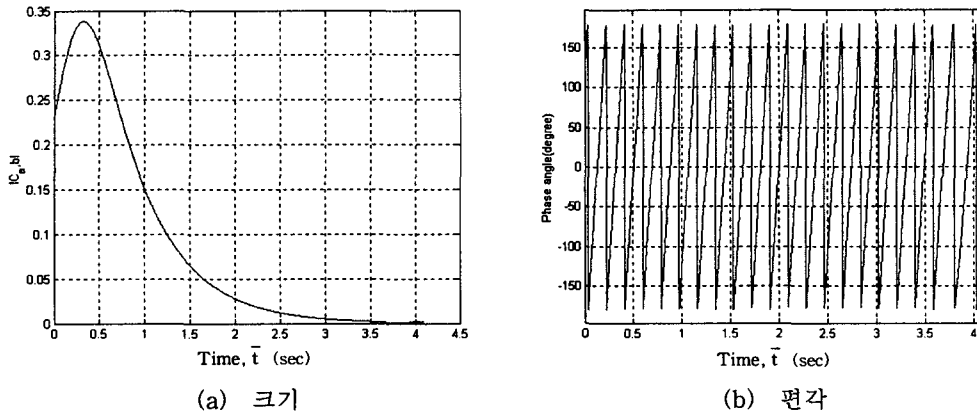


그림 7. 진동수 5.37Hz에 상응하는 스케일 296에 대한 웨이블렛계수의 크기와 편각 ($w_g = 10$)

그림 7(b)에 대한 시간에 따른 편각의 변화량은 그림 8에 나타내었으며, 그림 8은 제시한 식(1)의 조건을 만족시키므로 5.37Hz를 고유진동수로 추정할 수 있다. 또한 감쇠율 추정을 위해 그림 7(a)의 웨이블렛계수의 크기에 자연대수를 취했으며 이는 그림 9에 나타내었다.

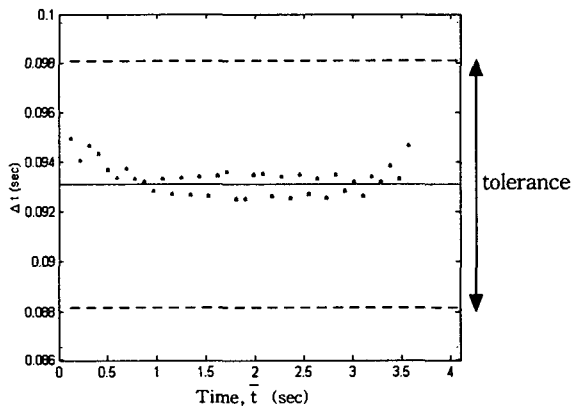


그림 8. 시간에 따른 편각의 변화량

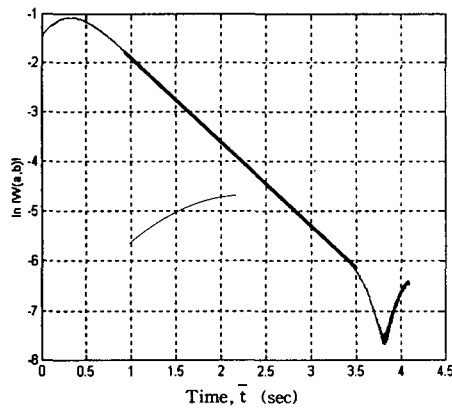


그림 9. 스케일 296에 대한 웨이블렛계수의 크기 변화량에 대해 자연대수를 취한 값

자유진동구간에서 최소자승법(least-square method)을 이용한 직선회귀분석을 한 후 식(3)을 이용하여 구조물의 감쇠율을 구한결과 0.05를 얻었다. 각 모드에 대한 관심고유진동수와 감쇠율을 정리하여 표 1에 나타내었다.

표 1. 이동하중을 지지하는 연속보의 동특성 해석 결과 비교

Mode Number	Frequency (Hz)			Damping Factor (%)			비 고
	Analytical Solution	This Study Solution	Error (%)	Analytical Solution	This Study Solution	Error (%)	
1	2.87	2.87	0.00	5.0	5.0	0.00	fitting 결과 이용
2	4.37	4.39	0.46	5.0	5.0	0.00	
3	5.38	5.37	0.19	5.0	5.0	0.00	

모드형상은 1차와 3차 진동모드에 대해서는 40번 절점에 대한 가속도 응답을 기준으로, 2차 진동모드에 대해서는 13번 절점에 대한 가속도 응답을 기준으로 하여 식(4)를 이용하여 각 절점에 대한 웨이블릿계수의 크기 비로부터 추정하였다. 또한 각 절점의 데이터로부터 식(5)를 사용한 편각의 차로 모드형상을 확인할 수 있었으며 이를 그림 10에 나타내었다.

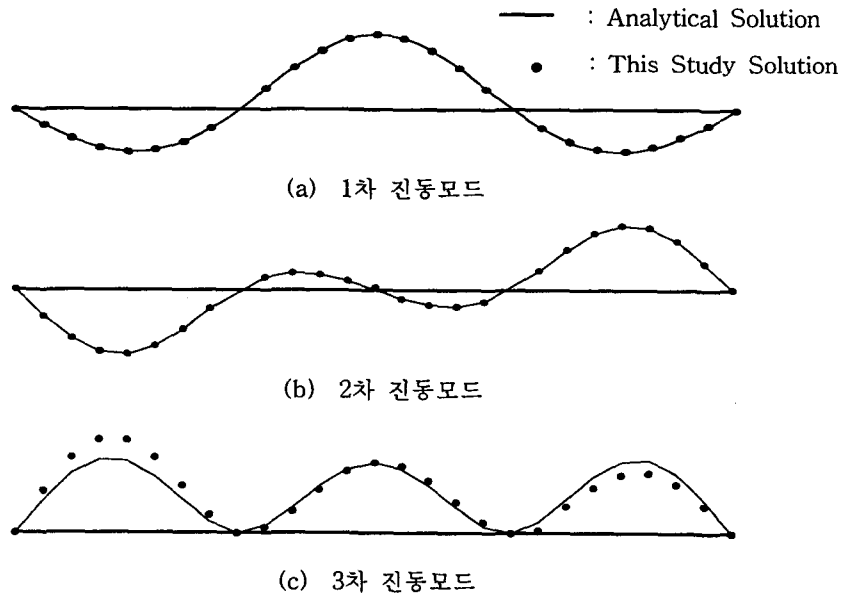


그림 10. 연속보의 진동모드형상 비교

7. 결론

본 연구에서는 3경간 연속보를 이상화시킨 이동하중에 대하여 시간이력해석을 수행하고 이로부터 발생하는 가속도 데이터를 웨이블릿 변환시켜 그 결과로부터 동특성을 추정하였다. Morlet웨이

블렛을 가지고 연속웨이블렛변환을 이용하여 추정된 고유진동수, 감쇠비, 진동모드가 MIDAS를 이용한 구조해석 결과와 잘 일치하여 본 연구에서 제시한 방법이 신뢰성을 가짐을 확인할 수 있었다.

본 논문은 범용 구조해석 프로그램을 이용한 시간이력해석 결과로부터 얻어진 데이터를 사용하여 구조물의 동특성을 추정하였으나, 앞으로는 실제 교량으로부터 계측된 상시미진동 계측데이터를 신호처리하여 사용한 연속웨이블렛변환의 적용성에 대한 연구가 요구된다.

참고문헌

1. Gavin, H., Yuan, S., Grossman, J., Pekelis, E. and Jacob, K., "Low-Level Dynamic Characteristic of Four Tall Flat-Plate Building in New York City", Technical Report NCEER-92-0034., 1992.
2. Feng, M. Q., Kim, J. -M. and Xue, H., "Identification of a Dynamic System Using Ambient Vibration Measurements", Journal of Applied Mechanics., Vol.65, 1998. pp.1010-1021.
3. Cunha, A. and Calcada, R., "Ambient Vibration Test of a Steel Trussed Arch Bridge", Proceedings of IMAC-XVIII : A Conference on Structural Dynamics, SAN ANTONIO, TEXAS, U.S.A., Vol.I, 2000, pp.807-813.
4. 이종원, 김웅석, "교통하중에 의한 상시미진동을 이용한 교량의 건전도 감시기법", 한국지진공학회 춘계학술발표회 논문집, 제4권 1호, 2000, pp.218-225.
5. 이상권, "웨이브렛 변환 이용한 감쇠율 예측과 승용차 하쉬니스 평가에의 응용," 한국소음진동 공학회, 제9권 3호, 1999, pp.577-586.
6. 박종열, 김동규, 박형기, "웨이블렛 변환을 이용한 구조물의 동특성 분석", 한국지진공학회 추계학술 발표회 논문집, 제5권 2호, 2001, pp.391-398.
7. 김동규, "Morlet 웨이블렛 변환을 이용한 구조물의 동특성 분석", 석사학위논문, 인천대학교, 2001.
8. MIDAS GENw, (주) 포스마이다스.