

Hilbert-Huang 변환을 이용한 교각시스템의 손상위치 추정기법

Damage Detection for Bridge Pier System Using Hilbert-Huang Transform Technique

윤정방¹⁾

Yun, Chung Bang

심성한²⁾

Shim, Sung Han

장신애³⁾

Jang, Shin Ae

요 약

본 연구에서는 최근에 개발된 Hilbert-Huang 변환(HHT) 기법의 교각시스템에서 손상위치추정을 위한 적용성을 분석하였다. HHT기법으로 시계열의 순간주파수를 분석할 수 있음을 이용하여, 손상에 기인한 비선형 거동이 발생하는 때에 순간주파수의 변화를 분석함으로써, 손상부재와 위치를 추정하는 방법이다. 손상을 입은 교각 시스템에 대하여 수치모의실험을 수행하였는데, 이 때에 주파수가 점차로 증가하는 입력하중을 사용하였다. 연구결과로부터, HHT기법이 한정된 갯수의 가속도센서를 이용하여 계측오차가 포함된 조건하에서도 교각에 발생한 손상위치를 적절히 색출할 수 있다는 것을 알 수 있다.

Abstract

A recently developed Hilbert-Huang transform (HHT) technique is applied to detect damage locations of bridge structures. The HHT may be used to identify the locations of damages which exhibit nonlinear and nonstationary behavior, since the HHT can show the instantaneous frequency characteristics of the signal. A series of numerical simulations were conducted for bridge pier systems with damages under a controlled load with sweeping frequency. The results of the numerical simulation study indicate that the HHT method can reasonably identify damage locations using a limited number of acceleration sensors under severe measurement noise condition.

주요어 : Hilbert Transform, Empirical Mode Decomposition, Instantaneous Frequency, Intrinsic Mode Function

1) 정회원. 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 정교수

2) 정회원. 한국과학기술원 건설및환경공학과 석사

3) 정회원. 한국과학기술원 건설및환경공학과 석사과정

1. 서론

대형 토목구조물의 유지관리에 대한 사회적인 수요가 급증함에 따라 구조물의 건전성을 추정하는 여러 가지 방법들이 개발되어 왔다. Hilbert-Huang Transform(HHT)은 최근에 Huang이 고안한 시간-주파수 분석방법인데, 경험적 모드 분해법(Empirical Mode Decomposition)을 이용하면, 순간주파수를 적절히 정의할 수 있어서 비정상 과정을 분석하는데 많이 이용되고 있다[1-2]. Zhang은 HHT를 지진기록을 분석하는데 이용하였으며[3], 또한 측정된 구조물의 진동기록으로부터 손상위치를 추정하는데 이용하였다[4].

이 연구에서는 Zhang이 제안한 비선형거동을 보이는 손상위치 추정을 위한 HHT기법[4]의 응용성을 검토하기 위하여, 네개의 교각을 가진 교량모델에 대하여 수치모의해석을 수행하였다. 주파수가 점차적으로 증가하는 하중하에서 교각에서 측정된 가속도기록의 HHT를 사용하였다.

2. Hilbert 변환

시계열 $X(t)$ 의 Hilbert Transform $\bar{X}(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{X}(t) = H[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} X(u) \frac{1}{\pi(t-u)} du \quad (1)$$

원래의 시계열 $X(t)$ 와 $\bar{X}(t)$ 를 아래와 같이 조합하여, 복소함수 $Z(t)$ 를 정의할 수 있다.

$$Z(t) = X(t) + i\bar{X}(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (2)$$

여기서, $a(t) = [X^2(t) + \bar{X}^2(t)]^{1/2}$ 는 진폭이며, $\theta(t) = \tan^{-1}(\bar{X}(t)/X(t))$ 는 순간위상각이다. 순간위상각 $\theta(t)$ 로부터 순간주파수를 식(3)과 같이 정의할 수 있겠는데,

$$\omega(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \theta(t) \quad (3)$$

이것이 단일값(single-value)을 갖기 위해서는 $X(t)$ 가 아래의 조건을 만족시키는 내재적 모드 함수(Intrinsic mode function; IMF)이어야 한다[1] :

- (1) $X(t)$ 의 극대점의 수와 극소점의 수의 합이 zero-crossing의 수와 같던가 차이가 1이다.
- (2) 극대점끼리 연결하고 극소점끼리 연결한 두 포락곡선의 평균이 영(zero)이다.

3. 경험적 모드 분해

경험적 모드(Empirical Mode)분해기법은 함수 $X(t)$ 를 여러개의 IMF성분으로 분해한 후 각 IMF의 순간주파수를 구하는 방법으로서, 그 절차는 아래와 같다.[1]

- (1) $X(t)$ 의 극대점들과 극소점들을 각기 3차 Spline함수로 연결하여 상·하 포락곡선을 구하고, 이들의 평균을 $m_1(t)$ 라 정의한다.

(2) $X(t)$ 와 $m_1(t)$ 의 차이 $h_1(t)$ 를 구한다.

(3) $h_1(t)$ 에 대하여 (1)과 (2)의 과정을 연속시행하여, k 번째 차이 $h_{1k}(t)$ 가 IMF 조건을 만족하면 이를 $X(t)$ 의 첫 경험적 모드함수 $c_1(t)$ 로 택한다.

(4) $X(t)$ 에서 $c_1(t)$ 를 뺀 잔여함수 $r_1(t)$ 를 구한 후, $r_1(t)$ 에 위의 단계들을 지속적으로 적용하여 마지막 $c_n(t)$ 가 일정한 오차 이내로 작아지던가 $r_n(t)$ 가 더 이상 경험적 모드성분을 추출할 수 없는 단순함수가 될 때까지 수행한다.

위의 과정을 그림1에 나타내었다. 위의 결과로부터 $X(t)$ 는 아래와 같이 경험적 모드함수의 합으로 나타낼 수 있다.

$$X(t) = \sum_{j=1}^n c_j(t) + r_n(t) \quad (4)$$

일반적 시계열 $X(t)$ 가 여러 주파수를 가지는 성분들의 조합으로 구성된 것과 이 성분들이 비정상 특성을 가질 수 있음을 감안할 때, 식 (4)에서 보인 $X(t)$ 의 경험적 모드 분해는 매우 효과적인 표현이다. 그림 2에 시계열을 경험적 모드 분해(EMD)하여 내재적 모드함수(IMF)성분으로 나타낸 예를 보였다.

4. Hilbert 스펙트럼

각각의 경험적 모드 성분 $c_j(t)$ 을 Hilbert 변환한 후에 조합하면 $X(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$X(t) = Re \left\{ \sum_{j=1}^n a_j(t) \exp \left(i \int \omega_j(t) dt \right) \right\} \quad (5)$$

여기서, $a_j(t)$ 와 $\omega_j(t)$ 는 $c_j(t)$ 의 시간종속 진폭과 순간주파수이다.

비교를 목적으로, $X(t)$ 를 종래의 Fourier 급수로 표현하면 아래와 같다.

$$X(t) = Re \left\{ \sum_{j=1}^n \tilde{X}(\omega_j) e^{i\omega_j t} \right\} \quad (6)$$

여기서 $\tilde{X}(\omega_j)$ 는 $X(t)$ 의 복소 Fourier계수이다. 식(5)와 (6)을 비교하면, HHT가 일반화된 Fourier급수임을 알 수 있다. 즉, 종래의 Fourier급수에서 진폭과 주파수가 상수인 반면, HHT에서 진폭과 주파수가 시간의 함수이므로 비정상 데이터의 분석에 적합하다.

식(5)의 각 경험적 모드 성분에 대한 시간-주파수 분포는 아래와 같이 진폭 a_j 의 값으로 나타낼 수 있다.

$$H_j(\omega; t) = a_j(t, \omega(t)) \quad (7)$$

이때에 $H_j(\omega, t)$ 를 해당모드성분의 Hilbert 스펙트럼이라 정의한다.[1] $X(t)$ 의 Hilbert 스펙트럼은 각 경험적 모드성분에 대한 $H_j(\omega; t)$ 을 시간-주파수 공간에서 한꺼번에 등고선 또는 3차원 도표로 그려서 나타낼 수 있다. Hilbert 스펙트럼을 이용하면, 어떤 시점 t 에서 $X(t)$ 가 동시에 가지는 여러 개의 순간주파수성분의 크기를 효과적으로 분석할 수 있다.

5. 손상위치추정: 수치모의실험

그림 2와 같이 4개의 동일한 크기의 교각을 가진 교량모형에서, 손상이 교각의 지면에 가까운 부분에 발생한 경우를 분석하였다. 손상이 발생되기 이전의 구조적 특성은 표 1에 보였으며, 구조손상부위의 비선형거동은 Wen의 소성모델로 모형화하였다.

본 연구에서는 Zhang[4]이 최근에 제안한 손상추정방법을 이용하였다. 즉, 주파수가 점차적으로 증가하는 하중(Sweeping Load)을 교량상판 또는 교각에 작용시키고, 이 때 측정된 교각에서의 가속도기록의 HHT를 바탕으로 손상된 교각과 교각내의 손상부위를 단계적으로 추정하였다. 가해진 Sweeping 하중 $p(t)$ 는 아래와 같다.

$$p(t) = b(t) \cdot \sin 2\pi f(t)t \quad (8)$$

여기서, $b(t) = \frac{p_0}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-10}{\sigma}\right)^2}$, $f(t) = \frac{1}{4}t$, 그리고 p_0 와 σ 는 상수이다. $p(t)$ 의 시계열과 Hilbert 스펙트럼은 그림 2와 3에 진폭의 크기를 색깔로 구분하여 보였다. 손상위치추정에 대한 수치모의실험은 아래의 세 경우에 대하여 수행하였다.

5.1 Intact Case

모든 교각이 건전한 경우인데, 상판 중앙(A)에 $p(t)$ 를 가했을 때, 각 교각중점(S_1, S_3, S_5, S_7)에서의 거동은 동일하다. 이 중 S_1 의 Hilbert 스펙트럼은 그림 4에 보였는데, Sweeping 하중 $p(t)$ 에 의해 순간주파수가 전반적으로 시간에 선형적으로 증가함을 알 수 있다. 그림 3의 하중에 대한 Hilbert 스펙트럼과 비교할 때, 6-9초 구간에서 순간주파수가 약간 변화하는데, 이는 구조물의 고유주파수(2.98 Hz)와 공진이 발생하는 구간인 때문으로 판단된다.

5.2 Damage Case I

손상이 교각 4의 하단에 발생한 경우인데, 상판에 작용된 하중 $p(t)$ 에 의한 교각1과 4의 중점(S_1, S_7)에서 측정된 가속도의 Hilbert 스펙트럼을 그림 5에서 비교하였다. S_7 에서의 가속도가 손상에 따른 비선형거동에 의해 순간주파수 성분이 손상을 입지 않은 교각의 거동(S_8)에 비해 크게 흐트러져 분포가 큰 주파수로 편중됨을 관찰함으로써, 교각 4에 손상이 발생했음을 알 수 있다. 2 단계로 교각 4 내에서의 손상부위를 추정하기 위하여 교각상부(B)에 Sweeping하중을 작용시키며, 교각내의 3점(S_6, S_7, S_8)에서 가속도를 측정하였다. 이들의 Hilbert 스펙트럼은 그림 6에 보였는데, 손상부위에 근접한 S_8 에서의 순간주파수 성분이 가장 크게 흐트러짐을 보아서 S_8 부근(교각하부)에서 손상이 발생했음을 추정할 수 있다.

5.3 Damage Case II

손상이 교각 2와 4의 하부에 동시에 발생한 경우인데, 그림 7에서 보인 교각 중점들에서의 주파수 성분을 분석하면, 손상이 교각 2와 4에 발생되었음을 알 수 있다. 2단계로 교각 2와 4의 상부(C,B)를 각각 가진하여 얻은 가속도 기록을 분석하여 그림 6과 유사한 결과를 얻을 수 있었는데, 이로부터 각 교각의 하부에 손상이 발생했음을 추정할 수 있었다.

그림 5-7에서는 측정오차가 없는 경우를 분석한 경우인데, 측정오차가 자승평균의 제곱근 (Root Mean Square; RMS) 수준으로 3%와 10%인 경우에 분석한 결과, 본 HHT기법이 손상부재와 부위를 적절히 추정할 수 있음을 알 수 있었다.

6. 결론

HHT기법을 이용하여 교량에서 손상위치를 규명하는 방법에 대하여 연구하였는데, 수치모의실험을 통하여 얻은 결론과 추후 연구과제는 아래와 같다.

- (1) HHT는 진동기록의 순간주파수성분을 보여주기때문에, 구조물이 손상에 기인하여 비선형 및 비정상 거동을 할 경우, 순간주파수성분의 변화를 관찰하여 손상의 위치를 규명하는데 효과적으로 이용될 수 있다.
- (2) 모드형상의 측정이 필요한 재래의 Fourier 변환기법에 비하여, 이 방법에서는 적은 수의 센서가 필요하다.
- (3) 본 방법은 측정오차가 포함된 경우에도 비교적 적절한 결과를 준다.
- (4) 복잡한 구조물에 대한 본 방법의 적용성에 대한 연구가 추가적으로 필요하다.

References

- [1] Huang, N.E., S. Zheng, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Shih, Q. Zheng, N-C. Yen, C.C. Tung, and M.H. Liu, 1998, "The Empirical Mode Decomposition And Hilbert Spectrum For Nonlinear And Nonstationary Time Series Analysis." Proc. Roy. Soc Lond., A 454 903-995.
- [2] Huang, N.E., Z. Shen, and R.S. Long, 1999, A new view of nonlinear water waves -Hilbert Spectrum , Ann. Rev. Fluid Mech. 31,417-457.
- [3] R.R. Zhang, and S. Ma, 2001, HHT Analysis of Earthquake Motion Recordings and its Implications to Simulation of Ground Motion , Monte Carlo Simulation, 483-490
- [4] R.R. Zhang, R. King, L. Olson, and Y. Xu, An HHT View of Structural Damage from Vibration Recordings, working paper

표 1 교량 모델의 구조적 특성

상판질량(kg)	2.4×10^4	교각탄성계수(Pa)	3.0×10^{10}
교각질량(kg)	1.12×10^3	교각 단면이차모멘트(m^4)	0.00213
H(m)	2	Modal damping	0.05
L(m)	7	1 st natural frequency	2.98

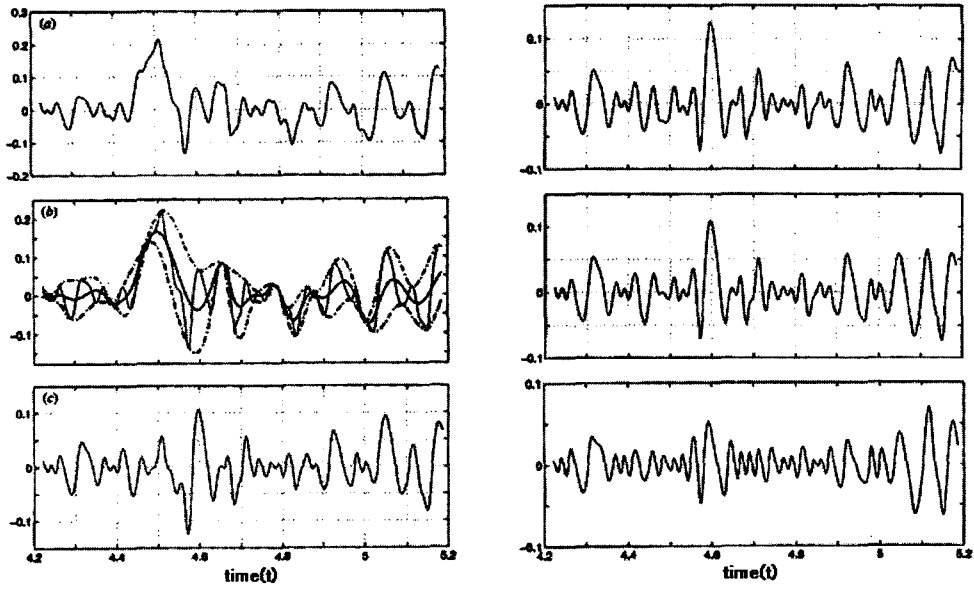


그림 1 내재적 모드 분해(Empirical Mode Decomposition)

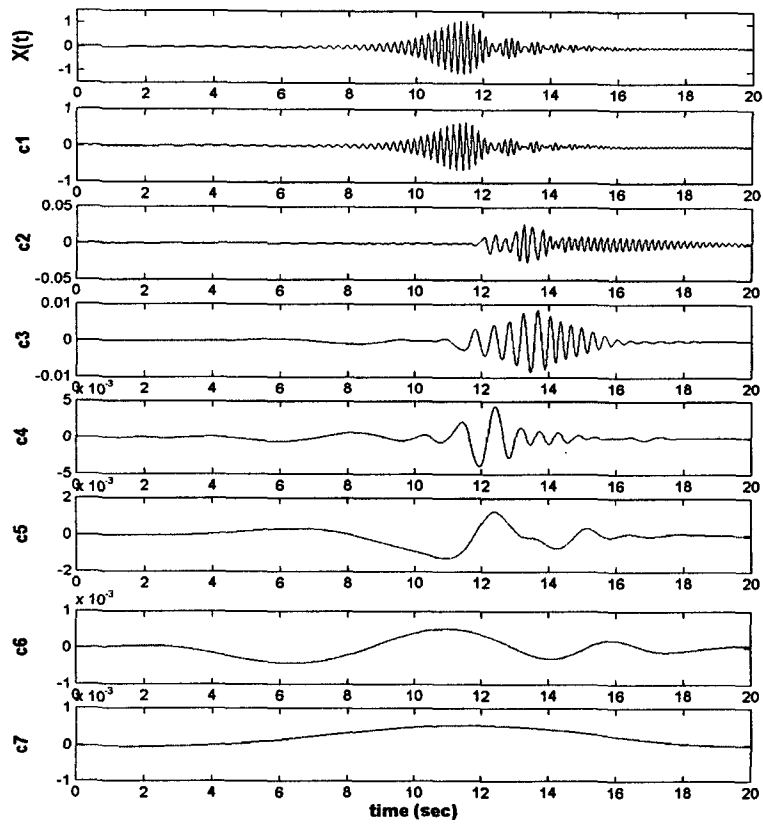


그림 2 내재적 모드 분해(EMD)의 예

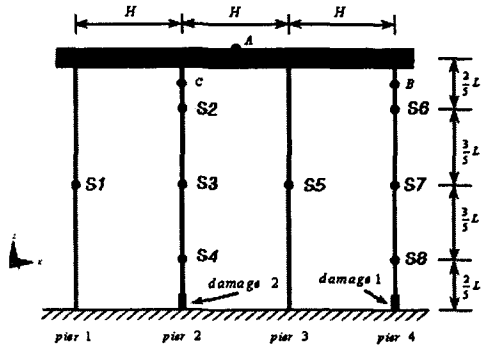


그림 2 교량 모델

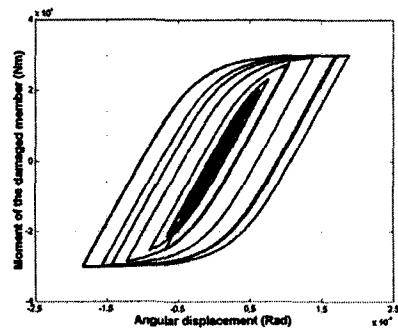


그림 3 Hysteretic Behavior by Bouc Wen's Model

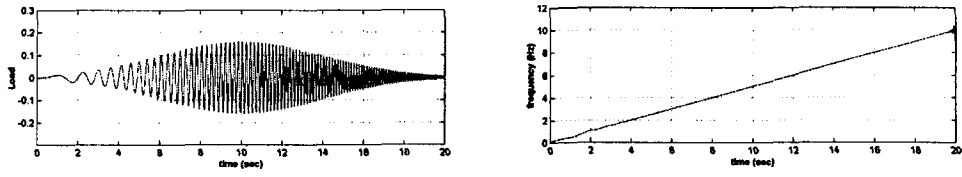


그림 4 하중의 시계열 및 순간주파수

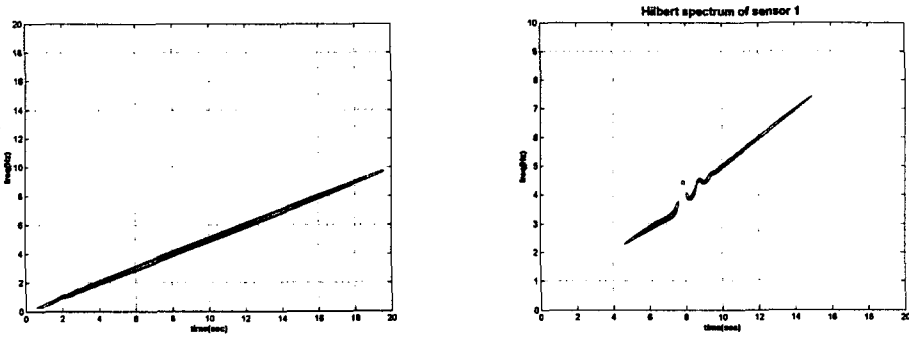


그림 5 하중의 Hilbert 스펙트럼 그림 6 가속도 S_1 의 Hilbert 스펙트럼 : Intact Case

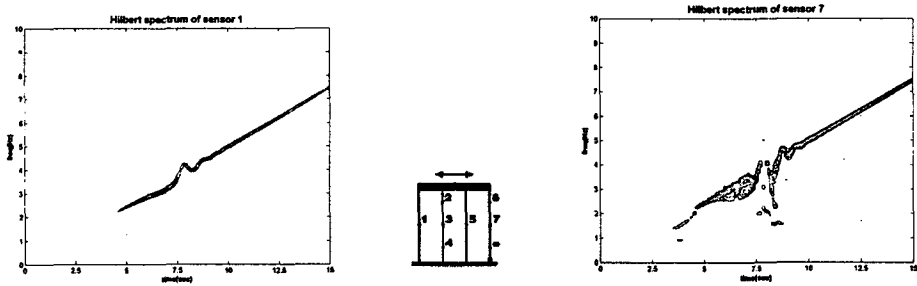


그림 7 가속도 S_1 과 S_7 의 Hilbert 스펙트럼 : Damage Case I

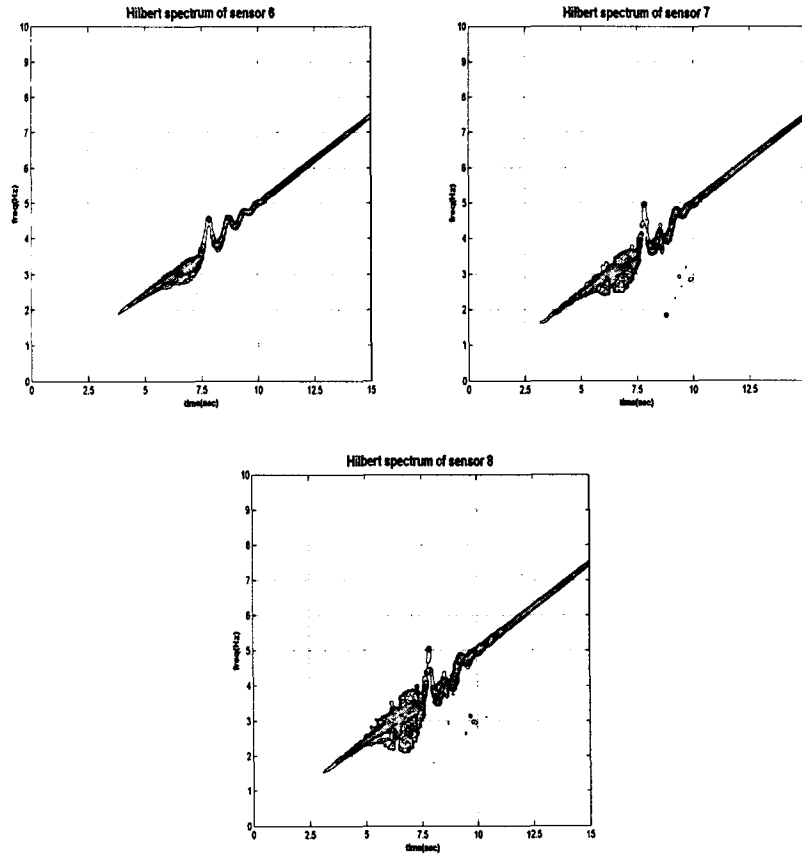


그림 8 가속도 S_6 , S_7 과 S_8 의 Hilbert 스펙트라 : Damage Case I

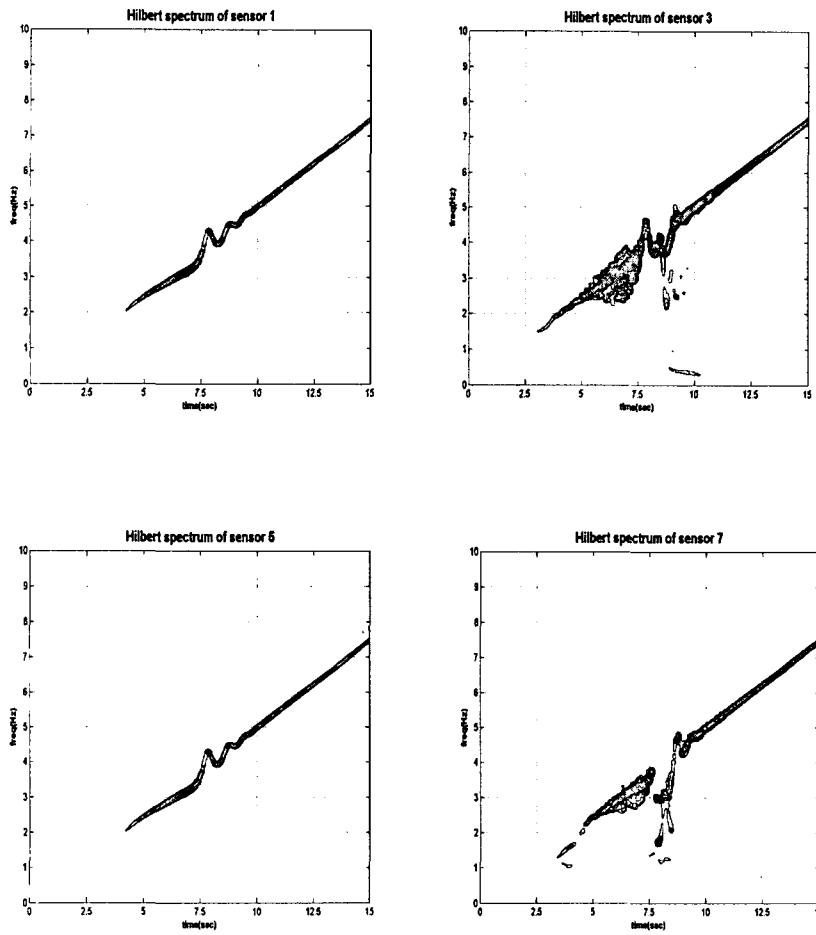


그림 9 가속도 S_1 , S_3 , S_5 와 S_7 의 Hilbert 스펙트라 : Damage Case II