

# Bezier 곡선을 이용한 축구로봇의 경로 계획

## Path Planning of Soccer Robot using Bezier Curve

조규상\*, 이종운\*\*

\*동양대학교 컴퓨터 공학부,

\*\*동양대학교 컴퓨터제어 공학과

GyuSang Cho\*, Jong W. Lee\*\*

\*School of Computer Eng., DongYang Univ.

\*\*Dept. of Computer Control Eng., DongYang Univ.

### Abstract

This paper describe a trajectory generation method for a soccer robot using cubic Bezier curve. It is proposed that the method to determine the location of control points. The control points are determined by the distance and the velocity parameters of start and target positions. Simulation results show its traceability of the trajectory of mobile robot.

### 1. 서 론

최근에 로봇의 한 응용분야로써 등장한 로봇축구는 많은 사람의 관심을 이끌어내고 있다. 이것은 로봇 관련 기술의 발전과 일반 대중들의 인식이 높아진데서 기인한다. 로봇 축구를 하기 위한 필요기술 중에서 가장 주요한 기술은 이동 로봇의 제어를 위한 제어기 설계기술과 카메라로 로봇과 볼을 인식하기 위한 인식기술, 그리고 로봇간의 협력과 전략 제어를 위한 전략시스템 등으로 크게 나눌 수 있다.

이 중에서 이동 로봇의 제어를 위한 기술은 이미 많은 연구가 있었는데 로봇의 속도와 위치, 경로의 추종에 관한 여러 가지의 제어 문제와 장애물 충돌회피 등에 관한 많은 연구들이 있었다[1].

로봇이 원하는 위치와 방향으로 부드러운 곡선을 따라서 움직이게 하기 위한 연구들이 있었다. 초기에는 그 경로는 직선, 원호, clothoid와 그것들의 혼합된 형태로 사용되었다[2]. 경로를 생성할 때 불연속점이 발생할 수 있는데 이것으로 인해서 미끄러짐이나 편차문제등 이 발생할 수 있기 때문에 주행시에 정지한 후에 다시 방향을 조정한 후에 이동하는 방식을 사용한다. 이를 극복하기 위해 기구학적인 제약이 있는 차륜형 로봇의 연속 곡률을 갖는 경로에 대한 연구가 Nelsen 등

[3] 및 Kanayama[4]등에 의해 수행되었다.

Lin등[5]은 로봇의 이동 경로를 생성하는 방법으로 스플라인 형태의 곡선을 이용한 방법을 도입하였다. 그 후에 Arakawa등[6]은 비전 시스템에 의한 인식의 결과를 이용하여 Bezier곡선에 의해서 경로를 생성하고 그 경로를 추종하는 방법을 제안하였다. Komoriya[7] 등은 Bezier와 유사한 B-spline곡선에 의한 경로제어 알고리즘을 제안하였다. 생성된 경로가 이륜 구동형 이동로봇의 추종 가능성을 곡선의 곡률값을 이용하여 기구학적 제약이 있는 로봇의 속도 제어 문제에 적용하고 그 방법의 유용성을 실험을 통하여 입증하였다. 최근에 Paulos[8]는 B-spline 곡선을 다중 로봇시스템의 충돌회피 문제에 적용하였다. Kwon등[9]은 축구로봇의 경로 생성을 위한 알고리즘으로 다개체 시스템의 협력문제와 로봇의 경로 생성을 위한 Bezier곡선을 이용한 방법을 사용하였다.

본 논문에서는 어떤 위치에서도 축구로봇이 슛동작과 패스동작을 정확히 할 수 있도록 현재의 자세에서 공의 위치로 원하는 자세로 이동할 수 있는 경로를 Bezier 곡선에 의해서 생성하는 문제를 다룬다. 시작점과 목표점의 위치와 자세가 각각 주어지면 3차 Bezier곡선의 함수에 의해서 곡선을 생성한다. 이 곡선 상에 생성되는 점들은 Bezier곡선의 제어점의 위치에 따라 결정된다. 본 논문에서는 이 제어점들의 위치를 초기와 목표지점의 거리 파라미터와 속도 파라미터에 따라 결정하는 방법을 제안하고 이 방법에 의해서 생성된 곡선의 궤적을 축구로봇이 제대로 추종할 수 있는지 시뮬레이션을 통하여 알아보하고자 한다.

### 2. 이동로봇의 기구학

두 개의 모터에 의해서 구동되는 로봇의 기구학은 다

음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서, 로봇 중심의 선속도(tangential velocity)를  $v$  라 하고, 이고 반시계 방향의 로봇의 각속도(angular velocity)를  $\omega$  라고 한다. 좌표( $x, y$ )는 실세계 시스템에 대한 로봇의 위치 나타내고,  $\theta$ 는 로봇의 조향각을 나타낸다. 여기서  $v$  와  $\omega$  는 다음과 같은 관계식에서 구할 수 있다.

$$V_R = r \omega_R, V_L = r \omega_L \quad (2)$$

여기서,  $V_R, V_L$ 은 각각 오른쪽, 왼쪽바퀴의 선속도를 나타낸다.  $\omega_R, \omega_L$ 는 각각 오른쪽과 왼쪽바퀴의 각속도를 나타내고,  $r$  은 바퀴의 반지름을 나타낸다.

$$\omega = \frac{V_R - V_L}{L} = r \frac{\omega_R - \omega_L}{L} \quad (3)$$

$$v = \frac{V_R + V_L}{2} = r \frac{\omega_R + \omega_L}{2} \quad (4)$$

각속도에 따라서 다음과 같이 수식을 구분할 수 있는데, (5)-(7)는 각속도가 0이 아닌 경우, 즉, 회전운동을 하는 경우이다.

$$x^{k+1} = x^k + \frac{v}{\omega} [\sin(\theta^{k+1}) - \sin(\theta^k)] \quad (5)$$

$$y^{k+1} = y^k - \frac{v}{\omega} [\cos(\theta^{k+1}) - \cos(\theta^k)] \quad (6)$$

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \omega t \quad (7)$$

각속도가 0인 경우, 즉, 직선운동을 하는 경우는 식 (8)-(10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x^{k+1} = x^k + vt \cos(\theta^k) \quad (8)$$

$$y^{k+1} = y^k + vt \sin(\theta^k) \quad (9)$$

$$\theta^{k+1} = \theta^k \quad (10)$$

### 3. Bezier 곡선을 이용한 경로점 설정

#### 3.1 Bezier 곡선

$n$ 차 Bezier곡선의 다항식은 다음과 같이 정의된다.

$$P(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) p_i \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (11)$$

여기서, 각  $p_i$ 들은 2차원 평면상의 점의 좌표를 나타내

고 이것을 제어점이라고 부른다. 기저(basis)함수  $B_{i,n}(u)$ 는 다음과 같이 정의되는  $n$ 차 Bernstein다항식이다.

$$B_{i,n}(u) = C_{n,i} u^i (1-u)^{n-i} \quad (12)$$

여기서,

$$C_{n,i}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (13)$$

이다.  $n=3$ 인 경우에 위의 식들은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} B_{0,3} &= (1-u)^3 \\ B_{1,3} &= 3u(1-u)^2 \\ B_{2,3} &= 3u^2(1-u) \\ B_{3,3} &= u^3 \end{aligned} \quad (14)$$

위의 값들을 식(11)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$P(u) = (1-u)^3 p_0 + 3u(1-u)^2 p_1 + 3u^2(1-u) p_2 + u^3 p_3 \quad (15)$$

여기서,  $p_0$ 는 곡선의 시작점을 의미하고,  $p_3$ 은 끝점을 의미한다. 그 이외의  $p_1, p_2$ 점 들은 곡선의 모양 형성에 주요한 역할을 하는 제어점이 된다.

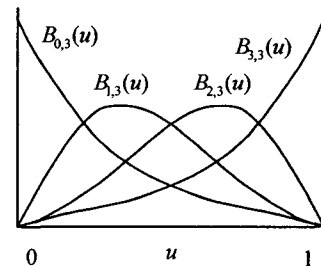


그림 1. 3차 Bezier 곡선에서의 배합함수

#### 3.2 로봇의 경로 계획을 위한 제어점의 위치 결정

3차 Bezier 곡선에서의 제어점은 4개의 점으로 이 점들을 각각  $P_0, P_1, P_2, P_3$ 라고 하자. 시작점은  $P_0$ 가 되고, 목표점은  $P_3$ 가 된다. 시작점과 목표점의 위치가 주어지고, 로봇이 향하고 있는 초기자세  $\theta_s$ 와 목표자세  $\theta_t$ 가 주어지면, 곡선경로를 생성을 위해서 두 개의 제어점  $P_1$ 과  $P_2$ 가 결정되어야 한다(그림 2). 시작점  $F_0$ 와 연관된 제어점  $P_1$ 은 시작점의 접선 상에 놓이게 된다. 마찬가지로 목표점  $P_3$ 와 연관된 제어점  $P_2$ 는 목표점의 접선 상에 놓이게 된다. 제어점들의 방향은 로봇의 초기자세와 목표자세에 의해서 결정되므로 선분의 길이를 구하면 제어점의 위치가 결정될 수 있다.

시작점  $P_0$ 의 좌표가  $(x_0, y_0)$ 이고, 목표점  $P_3$ 의 좌표가  $(x_3, y_3)$ 일 때, 두점간의 거리를  $m$ 등분한 값은 다음과 같이 결정된다.

$$l_{dist} = \frac{\sqrt{(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2}}{m} \quad (16)$$

여기서,  $m$ 은 시작점  $P_0$ 와 끝점  $P_3$ 간의 거리를 임의의 간격으로 등분하기 위한 값이다.

시작점  $P_0$ 에서의 로봇의 속도를  $v_s$ 라고 하고, 목표지점에서의 속도를  $v_t$ 라고 하자. 이 두 요소는 제어점의 위치를 결정하는데 다음과 같이 작용한다. 시작점에서 다음과 같이  $\alpha_s$ 를 구하게 된다.

$$\alpha_s = a \left( 1 - \frac{v_s}{v_{max}} \right) \quad (17)$$

마찬가지로 목표점에서의  $\alpha_t$ 는 다음과 같다.

$$\alpha_t = a \left( 1 - \frac{v_t}{v_{max}} \right) \quad (18)$$

여기서  $a$ 는 0-1사이의 상수이다. 식(16)에서 구한  $l_{dist}$ 에 식(17)과 (18)로부터 다음을 구하게 된다.

$$l_s = (1 - \alpha_s) \cdot l_{dist} \quad (19)$$

$$l_t = (1 - \alpha_t) \cdot l_{dist} \quad (20)$$

$l_s$ 는  $P_0$ 와  $P_1$ 사이이고  $l_t$ 는  $P_2$ 와  $P_3$ 사이의 거리이다.  $P_0$ 와  $P_1$ 의 각도는  $\theta_s$ 이고,  $P_2$ 와  $P_3$ 의 각도는  $\theta_t$ 이다. 그러므로  $P_1$ 의 좌표는  $P_0$ 을 기준으로  $(x_0 + l_s, y_0)$ 를  $\theta_s$ 만큼 회전시킨 것이고,  $P_2$ 의 좌표는  $P_3$ 를 기준으로  $(x_3 - l_t, y_3)$ 를  $P_3$ 를 기준으로  $\theta_t$ 만큼 회전시킨 것이다. 그러므로  $P_2$ 와  $P_3$ 는 식(21),(22)에 의하여 구한다.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_s & -\sin \theta_s \\ \sin \theta_s & \cos \theta_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 + l_s \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_t & -\sin \theta_t \\ \sin \theta_t & \cos \theta_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 - l_t \\ y_3 \end{bmatrix} \quad (22)$$

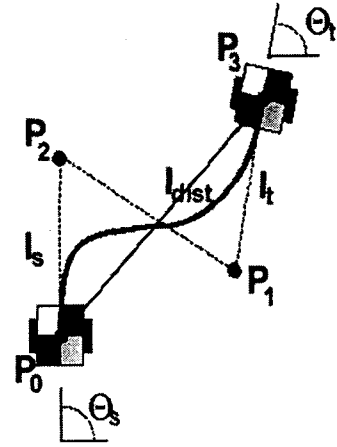


그림 2. 제어점  $P_2$ 와  $P_3$ 의 결정

#### 4. 시뮬레이션

다음의 3가지 시뮬레이션은 축구로봇이 시작위치의 어떤 자세에서 목표지점의 어떤 자세를 이루는 경로를 만들기 위해 Bezier 곡선을 이용한 예를 보인 것이다.

그림 3,4는 초기자세가  $\theta_s = 0.5\pi [rad]$ 이고 목표자세도  $\theta_t = 0.5\pi [rad]$ 이다. 그림 3는  $m = 2$ 이고,  $\alpha_s = 0$ 이고,  $\alpha_t = 0$ 인 경우이고, 그림 4는  $m = 3$ 이고,  $\alpha_s = 0.5$ 이고,  $\alpha_t = 0.2$ 인 경우이다. 그림 3의 제어점들은 시작점과 목표점에서 멀리 있는 경우이므로 이것에 의해 생성된 곡선의 길이는 그림 4의 경우보다 가 길다. 그림 4의 경우는 로봇이 저속인 경우 생성된 곡선이다. 이 곡선은 길이가 짧은 대신 급하게 회전하는 경우가 많으므로 고속인 경우에 미끄러짐이 많이 발생할 수 있다.

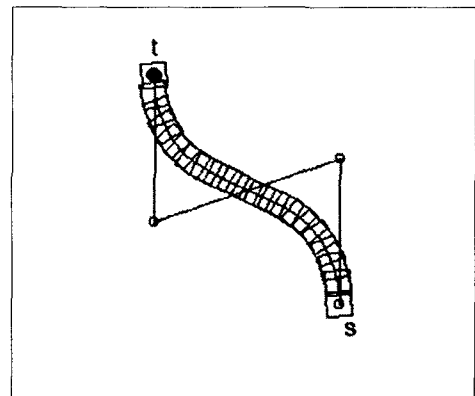


그림 3  $m = 2, \theta_s = 0.5\pi [rad], \theta_t = 0.5\pi [rad]$   
 $\alpha_s = 0, \alpha_t = 0$

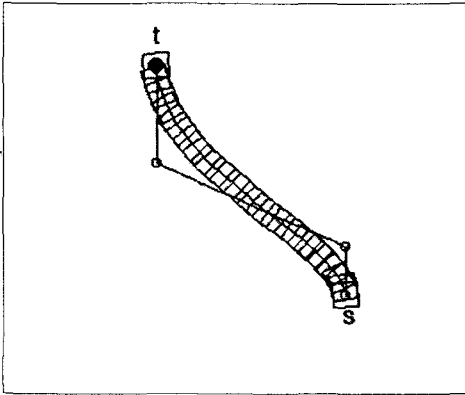


그림 4  $m=3, \theta_s=0.5\pi[\text{rad}], \theta_t=0.5\pi[\text{rad}]$   
 $\alpha_s=0.5, \alpha_t=0.2$

그림 5,6은 초기자세가  $\theta_s=0[\text{rad}]$ 이고 목표자세는  $\theta_t=0.5\pi[\text{rad}]$ 이다. 그림 5는  $m=2$ 이고,  $\alpha_s=0$ 이고,  $\alpha_t=0$ 인 경우이고, 그림 6은  $m=2$ 이고,  $\alpha_s=0.5$ 이고,  $\alpha_t=0$ 인 경우이다. 그림 6의 시작점 부근에서 곡률의 변화가 크다는 것을 알 수 있다.

그림 7,8은 초기자세가  $\theta_s=0[\text{rad}]$ 이고 목표자세는  $\theta_t=\pi[\text{rad}]$ 이다. 그림 7은  $m=1.5$ 이고,  $\alpha_s=0$ 이고,  $\alpha_t=0$ 인 경우이고, 그림 8은  $m=2$ 이고,  $\alpha_s=0.1$ 이고,  $\alpha_t=0.3$ 인 경우이다.

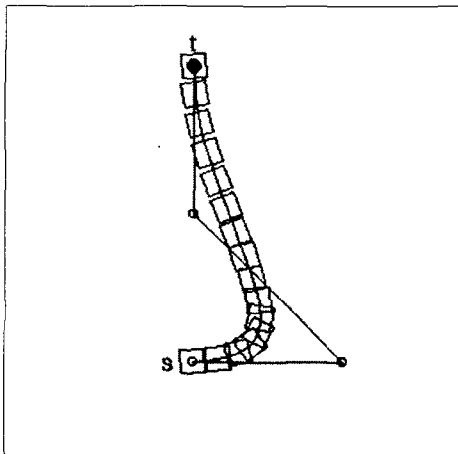


그림 5  $m=2, \theta_s=0[\text{rad}], \theta_t=0.5\pi[\text{rad}]$   
 $\alpha_s=0, \alpha_t=0$

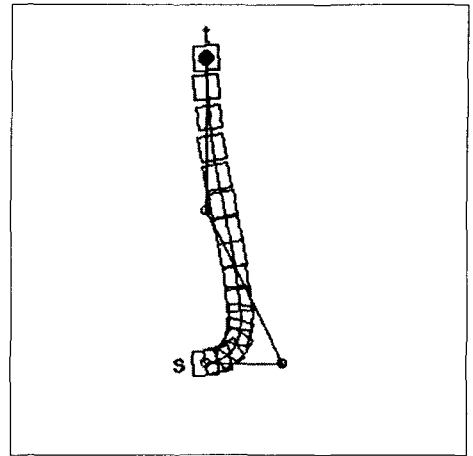


그림 6  $m=2, \theta_s=0[\text{rad}], \theta_t=0.5\pi[\text{rad}]$   
 $\alpha_s=0.5, \alpha_t=0$

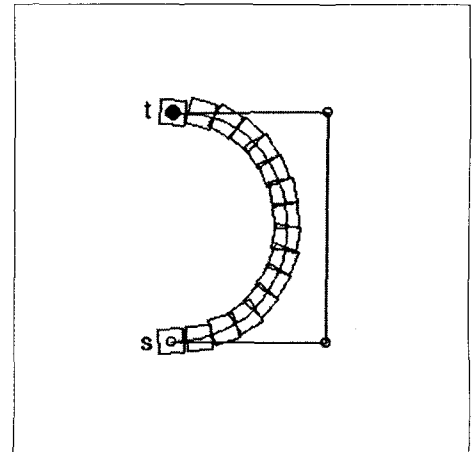


그림 7  $m=1.5, \theta_s=0[\text{rad}], \theta_t=\pi[\text{rad}]$   
 $\alpha_s=0, \alpha_t=0$

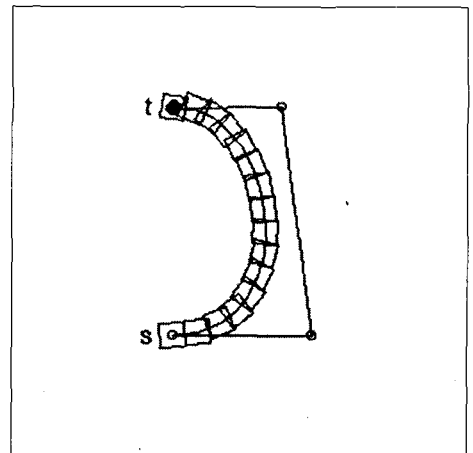


그림 8은  $m=2, \theta_s=0[\text{rad}], \theta_t=\pi[\text{rad}]$   
 $\alpha_s=0.1, \alpha_t=0.3$

## 5. 결 론

본 논문에서는 축구로봇이 어떤 초기 자세에서 목표 자세로 이동하기 위한 경로를 계획하는 방법을 Bezier 곡선에 의해 생성하는 방법을 제안하였다. 이 곡선을 형성하는 주요한 요소인 제어점 들에 의해서 다양한 형태의 곡률을 갖는 경로가 생성된다. 이런 제어점의 위치는 시작점과 목표점의 거리에 의해서 결정되는 파라미터와 초기 속도와 목표점에서의 속도에 의해서 결정되는 파라미터의 관계식으로 제어점의 위치가 결정된다. 제안한 방법이 타당성을 갖는지 시뮬레이션을 통해서 입증하였다.

본 논문에서는 시뮬레이션 과정만으로 경로계획 방법을 소개하고 있다. 완전한 구현을 위해서는 Bezier곡선에 의해서 형성된 궤적이 실제에 적용하기 적합한 것인가는 기구학적인 제약조건을 만족하는가에 대한 조사가 선행되어야 하고, 미끄러짐이 발생하지 않는 곡률을 갖는 조건에 대해서도 조사가 이루어져야 한다. 또한 장애물(상대팀 로봇)이 있는 경우에 대한 회피 문제 또한 고려되어야 한다.

### [참 고 문 헌]

- [1] Yuan F Zheng, Recent Trends in Mobile Robots, World Scientific, 1993.
- [2] A. Segovia, et.al, "Comparative study of the different methods of path generation for a mobile robot in a free environment", 5th International Conference on Advanced Robotics, 1991. 'Robots in Unstructured Environments', Vol. 2, pp. 1667-1670, 1991
- [3] W. L. Nelson. "Continuous curvature paths for autonomous vehicles". Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, vol. 3, pp. 1260-1264, Scottsdale, AZ (US), May 1989.
- [4] Y. Kanayama and B.I. Harman, "Smooth local path planning for autonomous vehicles", Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, vol. 3, pp. 1265-1270, Scottsdale, AZ (US), May 1989.
- [5] Chun-Sin Lin et.al, "Formulation and optimization of cubic polynomial joint trajectories for industrial robots", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 28, Dec 1983.

- [6] Arakawa, A. et.al., "Trajectory generation for wheeled mobile robot based on landmarks", IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 1995. Intelligent Systems for the 21st Century., vol. 2, pp. 1273-1278,
- [7] K.Komoriya and K. Tanie, "Trajectory Design and Control of a Wheel-type Mobile Robot Using B-spline Curve", IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems '89, Sep. 4-5, Tsukuba, Japan, pp. 398-405, 1989.
- [8] Eric Paulos, "On-line Collision Avoidance for Multiple Robots Using B-Spline", U.C. Berkeley Report, CSD-98-977, pp. 1-15, Jan. 1998.
- [9] Young D. Kwon, Dong Min Shin, Jin M. Won, Jin S. Lee, "Multi Agents Cooperation Strategy for Soccer Robots.", FIRA Robot World Cup 98 Proceeding, Paris, June, 1998.