

리미트사이클을 발생하는 신경회로망에 있어서 카오스 신호의 영향

(Effects of Chaotic Signal in the Neural Networks Generating Limit Cycles)

김용수, 박철영

대구대학교 정보통신공학부
e-mail: cypark@daegu.ac.kr

요약 자기결합을 갖고 결합하중치가 비대칭인 순환결합형 뉴럴네트워크는 복수 개의 리미트사이클이 기억 가능하다는 것이 알려져 있다. 현재까지 이산시간 모델의 네트워크에 대한 상태전이 해석은 상세하게 이루어져 왔다. 그러나 연속시간모델에 대한 해석은 네트워크 규모의 증가에 따른 급격한 계산량의 증가 때문에 연구가 그다지 활발하게 이루어지지 않고 있다. 본 논문에서는 연속시간모델 뉴럴네트워크에 대한 상태전이를 조사하여 이산시간 모델에서 기억가능한 리미트사이클과의 차이점을 분석한다. 또한 연속시간 네트워크 모델에 카오스 신호를 인가하여 리미트사이클간의 전이를 제어할 수 있는 가능성을 분석하여 동적정보처리에서의 네트워크 응용가능성을 검토한다.

Abstract It has been reported that neural network with cyclic connections generates limit cycles. The dynamics of discrete time network with cyclic connections has been analyzed. But the dynamics of cyclic network in continuous time has not been known well due to its huge calculation complexity. In this paper, we study the dynamics of the continuous time network with cyclic connections and the effect of chaotic signal in the network for transitions between limit cycles.

1. 서론

종래 뉴럴네트워크의 연구에서는 인간이 행하는 정보의 기억이나 상기 메카니즘을 네트워크가 갖는 안정 고정점에 대응시켜, 주로 정적인 기억에 대한 에너지 함수나 기억용량 등의 연구가 진행되어 왔다[1-3]. 그러나 최근에는 시계열 정보처리 등의 동적인 정보처리에 대하여 여러 가지 연구가 진행되고 있다[4-5]. 그중 하나로 비대칭 시냅스 결합을 갖는 네트워크로부터 카오스나 리미트사이클 등이 나타나는 것이 알려져 있다[6-7]. 특히 뉴럴네트워크에 카오스 다이내믹스를 도입하여 최적해 탐사 능력이 향상되는 연구 결과[8]와 뉴럴네트워크의 각 뉴런에 카오스노이즈를 인가하여 네트워크의 탐사능력을 향상시키는 연구결과가 보고되었다[9]. 이들 카오스노이즈에 의한 최적해 탐사능력의 향상은 카오스신호가 갖는 시간상관에

의한 것으로 알려져 있다. 또한 카오스는 생체의 신경계에서도 관측되어[10] 뉴럴네트워크를 이용한 정보처리에 있어서 카오스와 관계에도 관심이 집중되고 있다.

이상과 같이 정적인 정보처리에 대하여 상태가 시간적으로 변하는 동적정보처리에 뉴럴네트워크를 이용하는 여러 가지 연구가 진행되고 있으며, 시간적으로 상태가 변화하는 네트워크에 리미트사이클을 기억시켜 정보처리에 이용하는 방법이 보고되고 있으며 CRANN 해법[11]에 의한 순환결합형 네트워크에 여러 개의 리미트사이클을 기억시키는 것이 가능하다는 연구결과가 보고되었다.[12]

본 논문에서는 먼저 순환결합형 뉴럴 네트워크에 리미트사이클을 기억시켜 네트워크의 이산시간과 연속시간 모델에서의 상태전이를 시뮬레이션과 이론적 해석을 통하여 분석한다. 또한 해석 결과로부터 네트워크는 이산시간 모델과 연속시간 모델에서 각각 기억이 가능한 리미트사이

클의 수와 형태가 다르다는 것을 보여준다. 마지막으로 연속시간 모델 네트워크에 카오스 신호를 인가하여 리미트사이클간의 천이 제어와 동적정보처리에 응용하기위한 가능성을 검토한다.

2. 순환결합형 네트워크와 리미트사이클

2.1 순환결합형 네트워크

본 논문에서는 동적정보처리를 하는 네트워크로서 자기결합이외의 결합하중치는 ± 1 을 갖는 비대칭 자기결합을 갖는 네트워크를 이용한다. 순환결합형 네트워크의 결합하중치 W 는 다음 식으로 나타난다.

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 & \cdots & w_n \\ w_n & w_1 & w_2 & \cdots & w_{n-1} \\ w_{n-1} & w_n & w_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & w_2 \\ w_2 & w_3 & \cdots & w_n & w_1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

순환결합형 신경회로망은 진동패턴을 생성하는 가장 간단한 구조의 네트워크이며 각 뉴런은 자기결합과 k -인접 뉴런과의 결합으로 구성된다. 따라서 각 뉴런이 전체 뉴런과 결합된 상호결합형 네트워크에 비해 네트워크의 구성이 간단하면서도 많은 수의 다양한 동적 패턴을 실현할 수 있다. 제한된 결합하중 ± 1 을 갖는 간단한 네트워크의 분석은 여러 가지 응용을 위해서 뿐만 아니라 신경회로망의 기본적인 성능분석을 위해서도 유용하다. 특히 네트워크를 하드웨어로 구현할 때 결합하중치 회로의 설계가 간단하게 된다.

이러한 네트워크는 W 를 변화시킴으로써 여러 가지 순환결합 네트워크를 실현할 수 있다. 또한 적절한 하중치를 선택함으로써 뉴런의 내부상태가 시간에 대하여 주기적으로 변화하는 복수개의 리미트사이클을 생성한다. 기억된 리미트사이클의 어느 계열을 가지는가는 네트워크의 초기상태에 의해 결정된다. 초기치에 의해 과도적 상태천이를 하여 리미트사이클에 천이하여가는 경우도 있다. 또한 기억된 리미트사이클의 각각은 안정상태에 있기 때문에 하나의 계열에 들어가면 그 계열이 안정상태가 된다. 예를 들면 네트워크가 하나의 리미트사이클의 상태를 천이하고 있으면 외란이 없는 한 다른 리미트사이클의 계열로 천이하는 일은 없다. 그러나 이러한 리미트사이클의 계열을 천이하게 하고 또한 제어하는 것이 가능하면 동적 메모리와 같은 곳에 네트워크의 응용이 크게 기대된다. 순환결합형 네트워크는 식 (1)의 결합하중치가 식 (2)

와 같을 때 기억 가능한 리미트사이클의 수가 가장 많은 것으로 알려져 있다[12].

$$W(w_1, \dots, w_n) = \begin{cases} w_1 = \alpha & (1 < \alpha < 2) \\ w_2 = -1 \\ w_n = +1 \\ w_i = 0 & (i=3, 4, \dots, n-1) \end{cases} \quad (2)$$

본 논문의 해석에서는 식(2)에서 $\alpha=1.2$ 인 순환결합형 네트워크에 대해서 고찰한다.

2.2 이산시간과 연속시간 네트워크에 저장되는 리미트 사이클의 수와 형태

결합하중치 w_{ij} 를 이용하여 이산 시간 및 연속시간의 네트워크 모델을 기술하면 이산시간 뉴런 모델은 다음 식과 같다.

$$u_i[t+1] = \sum_{j=1}^n w_{ij}v_j[t] + h_i \quad (3)$$

$$v_i[t] = \theta(u_i[t]) \quad (4)$$

여기서, n 은 뉴런(소자)의 수 w_{ij} 는 결합하중을 나타내고, $u_i[t], v_i[t], h_i$ 는 각각 i 번째 뉴런의 막전위, 뉴런의 출력, 외부로부터의 바이어스를 나타내며 $\theta(\cdot)$ 는 출력이 ± 1 의 스텝함수이다.

한편 연속시간 뉴런네트워크의 다이내믹스는 식 (5)과 같은 비선형 미분방정식으로 주어진다.

$$\tau \frac{du_i}{dt} = -u_i + \sum_{j=1}^n w_{ij}v_j + h_i \quad (5)$$

$$v_i = f(u_i) = \tanh(u_i/T) \quad (6)$$

여기서, n 은 뉴런(소자)의 수, w_{ij} 는 결합하중을 나타내고, τ, u_i, v_i, h_i 는 각각 i 번째 뉴런의 시정수, 막전위, 단조증가인 시그모이드 전달함수, 외부로부터의 바이어스를 나타낸다. 본 논문에서는 식 (3)과 식 (5)의 이산 시간과 연속시간 모델에서 모두 외부로부터의 바이어스 $h_i=0$ 로 한다.

시뮬레이션은 뉴런의 수를 변화시키면서 수행하였고 대표적으로 뉴런의 수가 5개인 경우의 이산시간과 연속시간 모델에서 기억 가능한 리미트사이클의 패턴을 조사하여 각각 표 1 및 표 2에 나타내었다. 각각의 표에서 나타낸

수치는 뉴런의 발화상태(+1 혹은 -1)를 이진수에 대응시켜(즉 +1은 1, -1은 0) 10진수로 변환하여 나타낸 것이다.

표 2. 5뉴런의 순환결합네트워크에 기억가능한 리미트 사이클(이산시간)

고정점	0, 32
(1)5주기	3→6→12→24→17→3
(2)5주기	7→14→28→25→19→7
(3)10주기	5→13→9→11→10→26→18→22→20→21→5

표 3. 5뉴런의 순환결합네트워크에 기억가능한 리미트 사이클(연속시간)

고정점	0, 32
(1)10주기	3→7→6→14→12→28→24→25→17→19→3
(2)10주기	5→13→9→11→10→26→18→22→20→21→5

여기서 이산시간과 연속시간에서 기억 가능한 리미트사이클의 수는 다르다는 것을 알 수 있다. 표 1의 이산시간에 있어서 10주기의 리미트사이클 (3)과 표 2의 연속시간에서의 10주기의 리미트사이클 (2)는 같은 천이계열을 갖는다. 또한 연속시간의 10주기의 리미트사이클 (2)는 이산시간의 5주기의 리미트사이클 (1)과 (2)의 상태를 번갈아가며 천이한다. 이러한 상태천이를 뉴런의 출력에서 보면, 표 1의 이산시간 모델의 5주기 리미트사이클 (1)는 (+1,+1,-1,-1)→(-1,+1,+1,-1)→(-1,-1,+1,+1)→(-1,-1,+1,+1)→(+1,+1,-1,-1)로 어느 시각에 2개의 뉴런이 발화하고 있다. 다른 5주기 리미트사이클 (2)는 (+1,+1,+1,-1)→(-1,+1,+1,+1)→(-1,-1,+1,+1)→(+1,+1,-1,-1)→(+1,+1,-1,-1)로 어느 시각에 3개의 뉴런이 발화하고 있다. 또한 10주기 리미트사이클 (3)는 (+1,-1,+1,-1)→(+1,-1,+1,-1)→(+1,+1,-1,+1)→(-1,+1,-1,+1)→(-1,+1,-1,+1)→(-1,-1,+1,-1)→(+1,-1,+1,-1)→(+1,-1,+1,-1)가 되며 어느 시각에 2개의 뉴런이 발화하는 것과 3개 뉴런이 발화하는 것이 반복된다.

표 2의 연속시간의 경우에도 이산시간과 비슷하게 10주기 리미트사이클 (1)은 (+1,+1,-1,-1)→(+1,+1,-1,-1)→(-1,+1,+1,-1)→(-1,+1,+1,-1)→(-1,-1,+1,+1)→(-1,-1,+1,+1)→(+1,+1,+1,+1)→(+1,+1,+1,+1)→(+1,-1,-1,+1)→(+1,-1,-1,+1)→(+1,-1,-1,

-1,+1)→(+1,+1,-1,-1,+1)→(+1,+1,-1,-1,-1)가 된다. 10주기 리미트사이클 (2)는 이산시간의 10주기 리미트사이클 (3)과 같다. 이것으로부터 연속시간 모델에서 뉴런은 2뉴런 발화와 3뉴런 발화를 반복하며 상태를 천이해간다. 식 (2)의 결합하중치를 이용하여 뉴런수에 대한 이산시간과 연속시간에서 기억 가능한 리미트사이클의 수를 시뮬레이션한 결과는 표 3과 같다.

표 4. 뉴런 수에 대한 순환결합 네트워크에 저장 가능한 리미트사이클의 수

뉴런수	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
이산시간	1	1	3	6	6	11	13	26	27	57
연속시간	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5

연속시간에 있어서 기억 가능한 리미트사이클의 수는 이산시간인 경우에 비하여 뉴런 수 N이 증가할수록 급격하게 감소한다. 연속시간 네트워크에 있어서 리미트사이클의 수는 다음과 같이 예측이 가능하다.

$$N_{LC} = \begin{cases} \frac{N-1}{2} & (N : odd) \\ \frac{N-2}{2} & (N : even) \end{cases} \quad (7)$$

3. 카오스신호에 의한 리미트사이클간의 천이

순환결합형 네트워크에 카오스신호를 인가하여 다른 리미트사이클로 천이하는 가능성에 대하여 검토한다. 뉴런의 수는 5개로 연속시간 뉴런모델을 이용하며 모델식은 다음과 같다.

$$\frac{du_i}{dt} = -u_i + \sum_{j=1}^n w_{ij}v_j + n_i \quad (8)$$

$$v_i = f(u_i) = \tanh(u_i/T) \quad (9)$$

각 파라미터 u_i, w_{ij}, v_j 는 연속시간 모델을 나타내는 식 (5)에서 설명한 것과 같다. n_i 는 노이즈신호로 1차원 로지스틱 맵(logistic map)에서 얻어진 카오스 신호와 랜덤노이즈를 이용하였고 로지스틱 맵은 다음 식과 같다.

$$x_{t+1} = f(x_t) = Rx_t(1-x_t) \quad (10)$$

$$R = 4b + 3 \quad (0 < b < 0.25) \quad (11)$$

여기서 R 은 제어 파라미터이며 R 을 변화시키면 카오스 신호의 성질을 변화시키는 것이 가능하다. 식 (8)에서 n_i 는 식 (10)과 식 (11)을 이용하여 $n_i = 0.01(-2x_i + 1)$ 로 인가하였다. 카오스신호는 5개의 뉴런 가운데 하나의 뉴런에 시정수의 1/20으로 인가하여 표 2의 연속시간 네트워크에서 발생하는 두 개의 10주기 리미트사이클 (1)과 (2)로부터의 상태천이에 대하여 조사하였다. 또한 노이즈 신호의 인가는 시각 30에서 인가하여 시각 65에서 인가를 중지하였다.

그림 1은 초기치 3에서 시작하는 표 2의 연속시간 네트워크에서의 10주기 리미트사이클 (1)에 카오스신호를 인가한 결과를 나타낸다. 카오스신호는 초기상태의 영향이 없어지도록 충분한 시간이 지난 후에 인가하였다. 제어파라미터 R 에 의해 $R=3.6$ 인 경우에 리미트사이클 (1)에서 (2)로의 천이가 확인되었다. 그러나 10주기 리미트사이클 (2)에 같은 카오스 신호를 인가한 경우는 천이가 일어나지 않고 원래의 리미트사이클을 유지한다. $R=3.84$ 인 경우는 리미트사이클 (1)과 (2)에 카오스신호가 인가되어도 원래의 리미트사이클을 유지하며 천이는 일어나지 않았다. 그림 3은 초기치 5에서 시작하는 표 2의 10주기 리미트사이클 (2)에 카오스신호를 인가한 결과로 그림 1인 경우의 천이와는 역으로 리미트사이클 (2)에서 (1)로 천이하는 것을 확인할 수 있다. 이러한 상태천이를 일으키는 이유로서는 카오스신호의 분포에 있다.

그림 2와 그림 4는 제어파라미터 $R=3.6$ 와 $R=3.96$ 인 경우의 카오스 시계열과 분포를 각각 나타낸다. 카오스 시계열은 초기치 $x_0 = 0.14$ 에서 500까지 반복하여 얻어진 결과를 나타내며 카오스 분포는 10^7 까지 반복하여 얻어진 결과를 구간을 1,000으로 분할하여 분포를 나타내었다. 뉴런에 카오스신호를 인가할 때 카오스신호는 리미트사이클의 주기에 비해서 약 1,000~2,000회 정도의 계열을 인가하고 있기 때문이다. 이것을 보다 확실하게 확인하기 위하여 균일 노이즈를 인가한 경우는 상태천이를 하지 않는 것을 시뮬레이션을 통하여 확인하였다. 이것은 외부신호를 인가할 때 $n_i = 0.01(-2x_i + 1)$ 로 인가하므로 랜덤노이즈는 1,000회의 단위로 적분하면 뉴런에 주어지는 영향이 0이 되기 때문이다. 이들 결과는 카오스신호의 분포 특징을 이용함으로써 리미트사이클간의 천이를 선택할 수 있다는 것을 나타낸다. 맵 카오스는 제어파라미터 하나를 조절하면 여러 가지 분포를 얻는 것이 가능하므로 본 논문에서 해석한 동적정보처리를 수행하는 순환결합형 신경회로망에 이용할 때 대단히 유효하다.

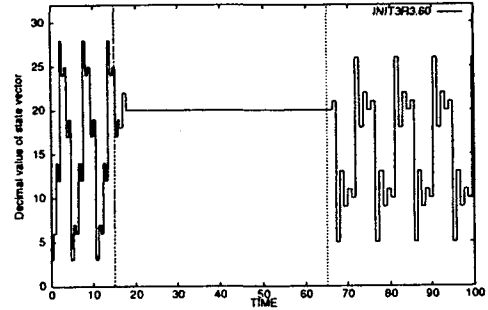
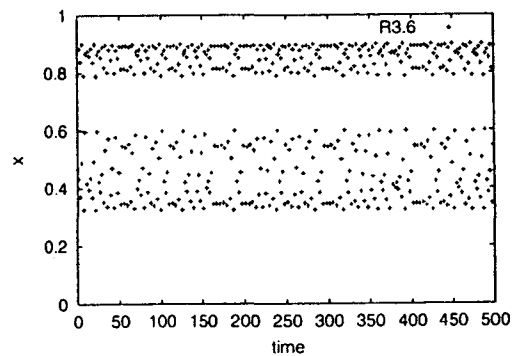
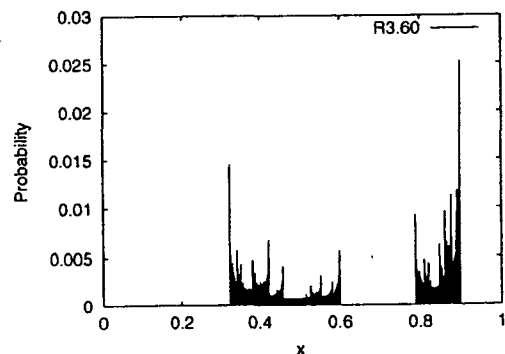


그림 1. $R=3.6$ 인 경우 카오스신호에 의한 연속시간 모델에서의 10주기 리미트사이클 (1)에서 (2)로의 천이



(a) 카오스계열



(b) 카오스 분포

그림 2. $R=3.6$ 인 경우 카오스 계열과 분포

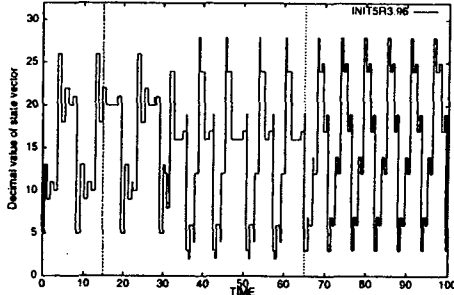
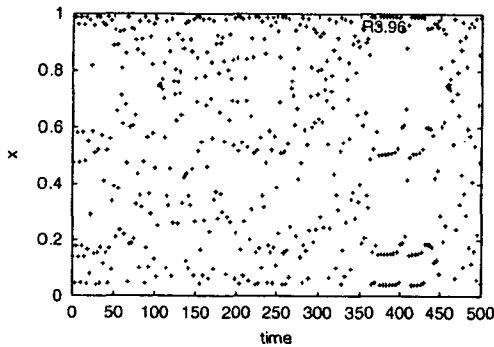
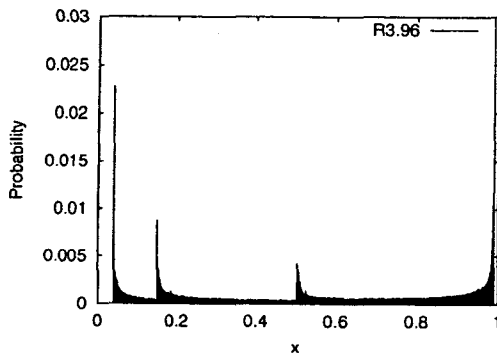


그림 3. $R=3.96$ 인 경우 카오스신호에 의한 연속시간 모델에서의 10 주기 리미트사이클 (2)에서 (1)로의 천이



(a) 카오스계열



(b) 카오스 분포

그림 4. $R=3.96$ 인 경우 카오스 계열과 분포

4. 결론

본 논문에서는 CRANN해석에 의해 순환결합형 결합하중을 이용한 네트워크에 리미트사이클을 기억시켜 시계열신호를 발생시켰다. 기억된 리미트사이클은 이산시간과 연속시간에서는 다르고 연속시간의 경우 네트워크에 기억이 가능한 리미트사이클의 수가 감소하는 것을 확인하였다. 또한 연속시간 네트워크 모델에 카오스 노이즈를 인가하여 리미트사이클간의 천이 가능성을 보여주었다.

본 연구 결과는 향후 동화상이나 음성 등의 아날로그 시계열정보를 직접 처리할 수 있는 시스템 실현을 위한 하드웨어 구성 등의 연구에 응용함으로써 실시간 인식 처리에 유효하다.

참고 문헌

- [1] J. J. Hopfield, "Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons," Proc. Natl. Acad. Sci. USA, pp.3088-3092, 1984.
- [2] D. J. Amit, H. Gutfreund and H. Sompolinsky, "Storing infinite number of patterns in spin-glass model of neural networks," Phys. Rev. Lett. 55, pp. 1530-1533, 1985.
- [3] J. H. Li, A. N. Michel and W. Porod, "Qualitative analysis and synthesis of a class of neural network," IEEE Trans. CAS, vol. 35, no. 8, pp. 976-986, 1988.
- [4] Y. Hayashi, "Oscillatory neural network and learning of continuously transformed patterns," Neural Networks, vol. 7, pp. 219-231, 1994.
- [5] Y. Yao, and W. J. Freeman, "Model of biological pattern recognition with spatially chaotic dynamics," Neural Networks, vol. 3, pp. 153-170, 1990.
- [6] H. Sompolinsky and I. Kanter, "Temporal association in asymmetric neural networks," Phys. Rev. Lett., vol. 57, pp. 2861-2864, 1986,
- [7] Y. Mori, P. Davis and S. Nara, "Pattern retrieval in an asymmetric neural network with embedded limit cycles", Journal of Phys., vol. A22, pp. L525-532, 1989.
- [8] M. Inoue and Q. Nagaoshi, "A chaos neuro-computer," Phys. Lett. A 158, pp. 373-376, 1991.
- [9] Y. Hayakawa, A. Marumoto, and Y. Sawada, "Effect

of the noise in the performance of a neural network model for optimization problems," *Phys. Rev. E*, vol. 51, pp. 2693-2696, 1995.

[10] C. A. Skarda and W. J. Freeman, "How brains make chaos in order to the sense of the world", *Behavioral and Brain Sciences*, vol. 10, pp. 161-195, 1987.

[11] K. Nakajima and Y. Hayakawa, "Correct Reaction Neural Network," *Neural Networks*, vol. 6, pp. 217-222, 1993.

[12] C. Y. Park, Y. Hayakawa, K. Nakajima and Y. Sawada, "Limit cycles of one-dimensional neural networks with the cyclic connection matrix," *IEICE Trans. on Fundamentals*, vol. E79-A, no. 6, pp. 752-757, 1996.