

Van der Waerden의 통계량을 이용한 영상에서의 효율적인 에지검출기법

최명희, *이호근, **김주원, *하영호
대구산업정보대학, *경북대, **LG전자
053-749-7216/053-741-8518

An Efficient Edge Detection

Using Van der Waerden's Statistic in Images

Myong Hui Choi, *Ho Keun Lee, **Joo Won Kim, *Yeong-Ho Ha
Faculty of Information Communacation, Daegu PolyTechnic College,
*School of Electrical Engineering & Computer Science, Kyungpook Nat'l Univ.,
**LG Electronics Inc.

E-mail : mhchoi@mail.tpic.ac.kr

Abstract

The edges of an image hold much of the information in that image. The edges tell where objects are, their shape and size, and something about their texture. An edge is where the intensity of an image moves from a low value to a high value.

We introduce the edge detection using the differential operator with Sobel operator and describe a nonparametric Wilcoxon test based on statistical hypothesis testing for the detection of edges.

This paper proposes an efficient edge detection using Van der Waerden's statistic in original and noisy images. We use the threshold determined by specifying significance level α and an edge-height parameter. Comparison with our statistical test and Sobel operator shows that Van der Waerden method perform more effectively in both noisy and noise-free images.

서 론

영상에서 에지는 입력 영상에 대한 정보들인 물체의 모양과 크기, 질감, 위치 등을 제공한다. 에지는 영상의 밝기값이 낮은 값에서 높은 값으로 또는 높은 값에

서 낮은 값으로 급격히 변하는 경계에 존재한다. 일반적으로 잡음 영상에서는 영상에 잡음과 에지 모두가 고주파 성분을 가지며 존재하므로 잡음을 줄이기 위해 저주파 여과기로 여과시켜서는 에지도 흐리게 하므로 에지 만을 검출하는 것이 매우 어렵다. 기존의 에지 검출 방법인 Sobel 방법은 주로 임계값에 따라 에지가 달라지므로 잡음 영상에서 적당한 임계값을 선택하는데 어려움이 있으며 에지 정보가 손실되는 문제점이 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 에지를 검출할 때 통계적인 기법을 많이 이용한다.

Bovik 등^[1]은 인접한 화소 근방에 있는 밝기값들의 차이에 대한 이표본 위치 문제에 대해 비모수 통계 방법인 Wilcoxon 방법과 Median 방법 및 모수 통계 방법인 최소 제곱법에 기초한 방법을 가지고 에지높이와 임계값을 사용하여 에지를 검출하였으나 임계값을 최대통계량의 일정비율로 정함으로써 비율에 따라 에지가 달라지는 단점을 가진다.

Huang 등^[2]은 에지가 고주파에 속하므로 잡음을 필터링하는 것은 에지를 흐리게 하는 단점을 보완하는 방법으로 필터링과 에지 검출을 동시에 할 수 있는 방법인 통계적 가설 검정 방법을 제안한다. 변화점 문제에 대한 우도비 검정법을 기초하여 에지를 검출하였으나 에지를 검출함에 있어 계산량이 많다는 단점이 있다.

Lim and Park^[3]은 이표본 위치문제에서 대표적인 Wilcoxon검정법과 T 검정법을 사용하여 잡음영상에서 에지를 검출한다. 잡음을 제거하기 위해 에지 높이 모수를 사용하여 얻은 수정된 밝기값 상에서 검정통계량

을 계산하고 유의수준에 의해 결정된 임계값과 비교하여 예지 유무를 판정한다.

본 논문에서는 잡음영상에서 예지 검출을 위해 Van der Waerden의 통계량을 이용한 검정법을 제안하고, 이것을 비모수 통계 방법인 Wilcoxon 검정법과 비교한다. 예지 높이 모형에서 Van der Waerden과 Wilcoxon 검정 통계량들을 계산하고 유의수준에 의해 정해진 임계값을 사용하여 예지 유무를 결정한다. 일반적인 영상처리에서 주관적인 임계값을 사용하는 기존의 방법인 Sobel 방법과 예지 검출 성능을 비교 분석하고자 한다.

II장에서는 예지 높이 모형에서 통계적인 방법을 이용하여 예지를 검출하는 방법인 Van der Waerden 검정법을 제안한다. III장에서는 기존의 예지 검출에 대한 방법들과 Van der Waerden의 통계량을 이용한 방법을 잡음이 없는 영상과 잡음이 있는 영상으로 나누어서 적용하여 결과를 비교 분석한다. 마지막으로 결론에서는 III장의 영상처리 결과들에 대한 결론을 내린다.

II. 제안한 Van der Waerden 방법

이 장에서는 예지 높이 모형에서 통계적인 방법을 이용하여 예지를 검출하는 방법들인 Van der Waerden의 순위 검정 통계량을 이용한 검정법을 제안한다.

예지 가능 원소에 인접한 두 개의 $n \times n$ 정방형 근방 영역을 그림 1과 같이 생각하며 n 은 홀수로 가정하자. 여기서 수직방향의 예지만을 고려하였으며 최종적인 예지는 수평방향과 수직방향의 예지들의 "OR" 로서 결정한다.

밝기값 X_1, \dots, X_N 과 X_{N+1}, \dots, X_{2N} 들은 각각 왼쪽 근방 영역 N_L 과 오른쪽 근방 영역 N_R 에 속하며, 연속 분포 함수 $F_1(x) = F(x - \mu_1)$ 과 $F_2(x) = F(x - \mu_2)$ 를 가지는 확률 표본(random sample)이라고 하자. 여기서 $N = n^2$ 이고 μ_1, μ_2 들은 이동 모수이다.

우리는 예지 높이 δ 를 사용하여 밝기값 X_i 들을 다음과 같이 수정한다.

$$A_i = \begin{cases} X_i + \delta & ; X_i \in N_L \\ X_i & ; X_i \in N_R \end{cases} \quad (1)$$

$$B_i = \begin{cases} X_i - \delta & ; X_i \in N_L \\ X_i & ; X_i \in N_R \end{cases} \quad (2)$$

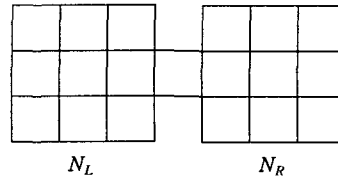


그림 1. 수직 예지를 검출하기 위한 인접한 3x3 정방 근방영역

따라서, 수정된 밝기값에서 다음과 같이 가설을 세울 수 있다.

$$H_{0a} : \mu_1 - \mu_2 = \delta \quad \text{vs} \quad H_{1a} : \mu_1 - \mu_2 > \delta. \quad (3)$$

$$H_{0b} : \mu_1 - \mu_2 = \delta \quad \text{vs} \quad H_{1b} : \mu_1 - \mu_2 < \delta. \quad (4)$$

수정된 밝기값 $\{A_i\}$ 와 $\{B_i\}$ 상에서 예지 높이 δ 가 증가할수록 δ 보다 작은 예지 혹은 잡음들이 제거됨을 기대한다.^{[1][3]}

통계학에서는 두 검정 통계량의 상대적인 효율을 나타낼 때 점근적 상대 효율(Asymptotic Relative Efficiency)을 사용한다.^[5] 이 표본 비모수 검정에서 많이 이용하는 윌콕슨 검정 통계량 W 에 대해 제안한 Van der Waerden 검정 통계량 C 의 점근적 상대 효율 $E(C, W)$ 은 여러 형태의 모집단 하에 다음과 같이 나타난다.^[6]

F	Normal	Uniform	Exponential
$E(C, W)$	1.047	∞	∞

만약 $E(C, W)$ 가 1 보다 크면 C 가 W 보다 더 효율적이다.

그러므로 본 장에서는 이표본 비모수 검정법이면서 Wilcoxon 검정 통계량 W 보다 점근적 상대 효율이 높은 Van der Waerden의 순위 검정 통계량 C 을 이용하여 예지를 검출하는 방법을 제안한다.

가설 (3)에 주어진 H_{1a} 에 대한 H_{0a} 을 검정하기 위한 Van der Waerden 순위 검정 통계량은 다음과 같다.

$$C_A = \sum_{i=1}^{2N} \Phi^{-1} \left(\frac{R_i}{2N+1} \right) I_{A_i} \quad (5)$$

여기서 $\Phi^{-1}(t)$ 는 표준정규분포의 t 번째 백분위수이다.

위와 같은 방법으로 가설(4)에 주어진 H_{1b} 에 대한 H_{0b} 을 검정하기 위한 Van der Waerden 순위 검정 통계량은 다음과 같다.

$$C_B = \sum_{i=1}^{2N} \Phi^{-1} \left(\frac{S_i}{2N+1} \right) I_{B_i} \quad (6)$$

따라서 H_{0a} (H_{0b})을 검정하기 위한 통계량은

$$C^* = \max(C_A, C_B) \quad (7)$$

이다. N 이 크면 표준화된 통계량

$$Z_{C^*} = \frac{C^* - E(C^*)}{(\text{Var}(C^*))^{1/2}} \quad (8)$$

은 H_{0a} (H_{0b})하에서 표준정규분포를 따른다. 여기서

$$E(C^*) = 0, \\ \text{Var}(C^*) = N^2 \left[\sum_{i=1}^{2N} \left\{ \Phi^{-1} \left(\frac{i}{2N+1} \right) \right\}^2 \right] / 2N(2N-1).$$

유의수준 α 에서 Z_{C^*} 이 $z_{\alpha/2}$ 보다 크면 H_{0a} (or H_{0b})을 기각하고 에지가 존재한다고 결론을 내린다. 여기서 $z_{\alpha/2}$ 은 $P(Z_{C^*} > z_{\alpha/2}) = \alpha/2$ 을 만족하는 임계값이다.

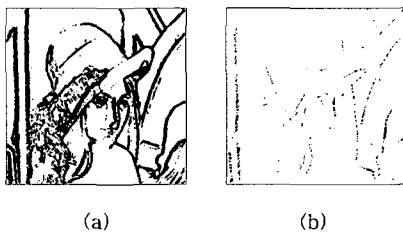
III. 실험 및 결과

이 장에서는 제안한 Van der Waerden 검정과 윌콕슨 검정외에 기존의 Sobel 연산자를 이용한 방법간에 에지 검출 성능을 비교하기 위해 Lena 원영상을 가지고 실험을 한다. 또한 원영상에 가우시안 잡음 10%가 추가된 잡음영상에 대해 실험을 한다. 여기서 가우시안 잡음(Gaussian noise)이 추가된 영상은 평균이 0이고 주어진 표준편차 10을 갖는 잡음을 원상에 추가하여 얻는다.

제안한 Van der Waerden 검정과 윌콕슨 검정은 유의수준 0.0005에서 검정하였고, Sobel 방법에서는 임계값 80을 사용하였다.

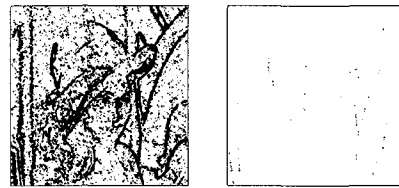
통계적 가설 검정법을 이용한 에지 검출은 영상을 필터링하는 동시에 에지를 검출하는 장점을 가지고 있으므로 많이 사용한다.

그림 2와 3은 각각 Lena 원영상으로부터 에지 높이 δ 가 20인 경우 제안한 Van der Waerden 검정, Wilcoxon 검정과 Sobel 방법의 에지맵들이다. 원영상에 대해 얻은 그림 2는 Van der Waerden 검정이 Wilcoxon 과 Sobel 방법 보다 에지 검출력이 뛰어나며, 또한 잡음영상인 그림 3에서도 Van der Waerden 검정이 Wilcoxon 과 Sobel 방법보다 에지를 잘 검출하였다. 결론적으로 유의수준 0.0005에서 Van der Waerden 검정법이 원영상이나 잡음영상에서 다른 통계적 방법보다 에지를 잘 검출하며, 특히 잡음영상에서 제안한 Van der Waerden 검정법이 기존의 Sobel 방법보다 잡음에 민감하지 않으며 에지 보존이 잘 됨을 알 수 있다.



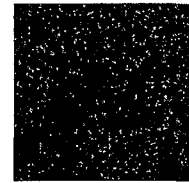
(c)

그림 2. Lena 원영상에서 에지맵 (a) 제안한 방법 ($\delta=20$) (b) Wilcoxon 방법 ($\delta=20$) (c) Sobel 방법



(a)

(b)



(c)

그림 3. Lena 잡음영상에서 에지맵 (a) 제안한 방법 ($\delta=20$) (b) Wilcoxon 방법 ($\delta=20$) (c) Sobel 방법

결론

본 논문에서는 Van der Waerden 순위 통계량을 사용하여 효율적으로 에지 검출하는 것을 제안하였다. 기존의 에지 검출 방법인 미분 연산자를 이용한 Sobel 방법은 임계값 80을 가지고 Lena의 원영상과 가우시안 잡음영상을 사용하여 에지를 검출하였다. 이표본 검정법에서 대표적인 Wilcoxon 방법 및 제안한 Van der Waerden 방법을 사용하여 Lena의 원영상과 가우시안 잡음영상에서 에지를 검출하였다. 잡음을 제거하기 위해 에지 높이 모수를 사용하여 얻은 수정된 밝기값에서 검정통계량을 계산하고 유의수준 $\alpha=0.0005$ 에 의해 결정된 임계값과 비교하여 에지의 유무를 판정하였다. Lena 원영상에서 제안한 Van der Waerden 검정법을 기존의 통계적 검정법들인 윌콕슨 검정과 Sobel 연산자를 이용한 방법과의 에지맵을 통하여 에지 검출력을 비교 분석하였다. 영상 실험 결과에서 Van der Waerden 검정은 잡음영상에 관계없이 로버스트(robust)하게 반응한 반면 Sobel 방법은 잡음에 민감하게 반응함을 알 수 있었다. Wilcoxon 검정과 제안한

Van der Waerden 검정을 직접 비교해보면 작은 유의 수준에서는 제안한 Van der Waerden 검정이 Wilcoxon 검정보다 에지 검출력이 더 좋은 결과를 보였다.

참고문헌

- [1] Bovik, A. C., Huang, T. S. and Munson, D. C., "Nonparametric tests for edge detection in noise," *Pattern Recognition 19(3)*, pp. 209-219, 1986.
- [2] Huang, J. S. and Tseng, D. H., "Statistical theory of edge detection," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 43, 337-346, 1988.
- [3] Lim, D. H. and Park, U. H., "잡음영상에서 에지 검출을 위한 이표본검정법", *응용통계연구*, 14(1), 149-160, 2001.
- [4] Gonzalez, R. C. and Woods, R. E., *Digital Image Processing*, Addison-Wesley Publishing company, 1993.
- [5] Randles, R. H. and Wolfe, D. A., *Introduction to the Theory of Nonparametric Statistics*, John Wiley & Sons, 1979.
- [6] Hollander, M., Wolfe, D. A., *Nonparametric Statistical Methods*. Wiley Series in Probability and Statistics, 1999.
- [7] Crane, R., *A Simplified Approach to Image Processing*, Prentice-Hall, Inc., 1997.