

## 접합면 스프링요소를 고려한 단말뚝-지반 상호작용계의 수직진동해석

### Vertical Vibration Analysis of Single Pile-Soil Interaction System Considering the Interface Spring

김민규\*                      김문겸\*\*\*                      이종세\*\*\*\*  
Kim, Min Kyu              Kim, Moon Kyum              Lee, Jong Seh

#### ABSTRACT

In this study, a numerical analysis method for soil-pile interaction in frequency domain problem is presented. The total soil-pile interaction system is divided into two parts so called near field and far field. In the near field, beam elements are used for a pile and plain strain finite elements for soil. In the far field, dynamic fundamental solution for multi-layered half planes based on boundary element formulation is adopted for soil. These two fields are coupled using FE-BE coupling technique. In order to verify the proposed soil-pile interaction analysis, the dynamic responses of pile on multi-layered half planes are simulated and the results are compared with the experimental results. Also, the dynamic response analyses of interface spring elements are performed. As a result, less spring stiffness makes the natural frequency decrease and the resonant amplitude increase.

**Key word** : soil-pile interaction, boundary element, finite element, dynamic response analysis, frequency domain, interface spring

#### 1. 서론

많은 구조물의 기초로서 사용되는 말뚝기초는 그 사용성이 광범위한데 비해서 동적거동에 대한 수치해석적인 연구는 미흡하다고 할 수 있다. 말뚝기초에 대한 연구는 주로 실험적인 방법에 의해서 수행되고 있으므로 실험적인 방법의 특성상 다양한 형태의 적용이 어렵다는 한계에 부딪치게 된다. 또한 기계기초로서 사용되는 말뚝기초는 수직방향의 진동을 향시 받으므로 인해서 그에 대한 수치해석적인 방법을 통한 다양한 검토가 필요한 현실이다. 이와 같은 기계기초의 수직진동에 관한 연구는 여러 가지 가정사항에 따른 해석적인 방법에 의한 연구가 수행되어 실무에서 사

\* 한양대학교 건설환경시스템공학과 Post Doc, 공학박사, 정회원

\*\* 연세대학교 토목공학과 교수, 공학박사, 정회원

\*\*\* 한양대학교 건설환경시스템공학과 교수, 공학박사, 정회원

용할 수 있는 형태의 그래프로서 정규화된 값을 제시하고 있다 (Richart, 1962, Novak and El-Sharnouby, 1983). 국내에서는 김문겸 등(2000, 2001)이 횡방향 하중을 받는 단말뚝기초의 동적 응답을 수치해석방법에 의하여 구한 바 있다. 따라서 본 연구에서는 기존에 개발되어진 유한요소-경계요소 조합법을 이용하여 수직진동을 받는 말뚝-지반 상호계의 동적거동에 대한 연구를 수행하고자 한다. 또한 수직진동을 받는 말뚝기초는 말뚝과 지반과의 미끄러짐현상이 발생할 수 있으므로 본 연구에서는 지반과 말뚝간의 접합면에 탄성스프링을 이용한 접합면 요소를 사용함으로써 미끄러짐현상을 반영할 수 있도록 하였다.

## 2. 지반-말뚝 상호작용계의 운동방정식

그림 1과 같은 전체 지반-말뚝 상호작용계에서의 직접법에 의한 해석은 말뚝과 지반을 직접 모형화한 것으로서 하중이 작용되는 동안 지반영역은 말뚝과 지반경계면에서 발생된 응력파가 전달되지 않을 정도로 멀리 설정된 가상적인 외부경계까지의 영역까지 설정되어야 한다 (Manolis and Beskos, 1983). 그림에서 보는 바와 같이 말뚝이 지반에 매립되어 있을 경우에, 직접법에 의한 전체 지반-말뚝 상호작용계는 말뚝과 주변지반을 포함하는 내부영역과 나머지 지반인 외부영역으로 나누어 해석할 수 있다.  $p$  와  $i$  는 각각 말뚝의 자유도와 지반-말뚝의 경계면의 절점을 나타내며,  $r$  과  $e$  는 각각 지반의 내부영역의 절점과 외부경계면의 절점을 나타낸다. 내부영역에 하중이 작용되는 경우 말뚝과 지반의 운동방정식을 합하여 식 (1)과 같은 내부영역에서의 전체 지반-구조물 상호작용계의 운동방정식을 유도할 수 있다.

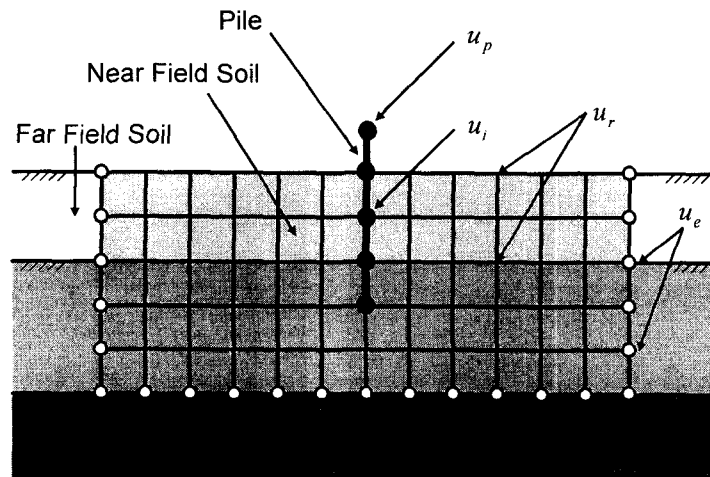


그림 1 지반-말뚝 상호작용계

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} [M_{pp}] & [M_{pi}] \\ [M_{ip}] & ([M_{ii}^p] + [M_{ii}^e]) \\ & [M_{ri}] \\ & [M_{rr}] & [M_{re}] \\ & [M_{er}] & [M_{ee}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_p(t)\} \\ \{\ddot{u}_i(t)\} \\ \{\ddot{u}_r(t)\} \\ \{\ddot{u}_e(t)\} \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} [C_{pp}] & [C_{pi}] \\ [C_{ip}] & ([C_{ii}^p] + [C_{ii}^e]) \\ & [C_{ir}] \\ & [C_{rr}] & [C_{re}] \\ & [C_{er}] & [C_{ee}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_p(t)\} \\ \{\dot{u}_i(t)\} \\ \{\dot{u}_r(t)\} \\ \{\dot{u}_e(t)\} \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} [K_{pp}] & [K_{pi}] \\ [K_{ip}] & ([K_{ii}^p] + [K_{ii}^e]) \\ & [K_{ri}] \\ & [K_{rr}] & [K_{re}] \\ & [K_{er}] & [K_{ee}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_p(t)\} \\ \{u_i(t)\} \\ \{u_r(t)\} \\ \{u_e(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P(t)\} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (1)
\end{aligned}$$

여기서, 벡터  $\{u(t)\}$ ,  $\{\dot{u}(t)\}$  와  $\{\ddot{u}(t)\}$  는 시간의 함수로써 각각 해당절점에서의 변위, 속도와 가속도를 나타내며, 행렬  $[M]$ ,  $[C]$  와  $[K]$  는 각각 질량행렬, 감쇠행렬 그리고 정적강성행렬을 나타낸다. 그리고 벡터  $\{P\}$  는 내부영역에 가해진 하중벡터를 나타낸다.

식 (1)에서 내부영역과 외부영역의 경계면을 제외한 내부영역과 말뚝의 자유도를  $p$  로 나타내고, 내부영역과 외부영역의 경계면에서의 자유도를  $b$  로 나타내고 내부영역과 외부영역의 상호작용력을 이용하여 주파수영역의 운동방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S_{pp}(\omega)] & [S_{pb}(\omega)] \\ [S_{bp}(\omega)] & [S_{bb}(\omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_p(\omega)\} \\ \{u_b(\omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P(\omega)\} \\ -\{R_b(\omega)\} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서,  $\{R_b(\omega)\}$ 는 외부영역으로의 파 전파시 내부영역과 외부영역의 경계면에서 작용하는 상호작용력으로 내부영역과 외부영역의 경계면에서의 주파수영역 동적변위강성도행렬  $[S_{bb}^e(\omega)]$  를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{R_b(\omega)\} = [S_{bb}^e(\omega)] \{u_b(\omega)\} \quad (3)$$

### 3. 유한요소 경계요소의 정식화

내부영역의 유한요소해석을 위한 동적 운동방정식은 식 (4)와 같이 행렬형태로 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\bar{u}\} + [C]\{\bar{u}\} + [K]\{\bar{u}\} = \{\bar{F}\} \quad (4)$$

여기서  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  그리고  $\{\bar{F}\}$  는 각각 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬 그리고 하중벡터를 나타낸다. 식 (4)를 시간변수에 대해 Fourier 변환을 수행하면 시간의 함수인 하중벡터  $\{\bar{F}\}$  및 변위벡터  $\{\bar{u}\}$  는 식 (5)와 같이 표현된다.

$$\{u(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{\bar{u}(t)\} \exp\{-i\omega t\} dt \quad (5a)$$

$$\{F(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{\bar{F}(t)\} \exp\{-i\omega t\} dt \quad (5b)$$

그러므로 식 (4)는 식 (6)과 같이 주파수영역에서의 운동방정식으로 나타낼 수 있다.

$$[S(\omega)]\{u(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad (6)$$

여기서,  $[S(\omega)]$ 는 임피던스행렬로서 식 (7)와 같이 표현되는 동적강성행렬을 나타낸다.

$$[S(\omega)] = [K^*] + i\omega[C] - \omega^2[M] \quad (7)$$

여기서,  $[K^*]$ 는 정적 강성행렬을 나타낸다.

외부영역의 경계요소해석을 위해 사용되는 다층 반무한 평면에서의 동적 기본해는 다음과 같다(이종우, 1998, Kim et al., 2000).

$$\widehat{u}_{qr}(\omega, x, z, z_s) = \frac{C_n}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [k^n e^{(-kz^* - ikx^*)}] dk \quad q, r = x, z \quad (8)$$

여기서,  $C_n$ 은 파동수  $k$ 에 독립적인 상수이고  $z^*$  및  $x^*$ 는 각각 수진점과 가진점간의 수직 거리 및 수평거리이다. 개발된 동적기본해를 경계요소에 적용하여 물체력을 고려하지 않고 특이점의 영향을 고려하여 다음과 같은 직접경계적분방정식을 세울 수 있다.

$$c_{lk}u_l + \int_{\Gamma} p_{lk}^* u_k d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{lk}^* p_k d\Gamma + \int_{\Omega} u_{lk}^* \chi_k d\Omega \quad (9)$$

여기서,  $c_{lk}$ 는 경계면의 기하학적 형상에 의해서 결정되는 상수이고,  $p_k$ 와  $p_{lk}^*$ 는 각각 실제 하중과 가상의 단위동하중에 의한 경계면  $\Gamma$ 에서의 표면력이며,  $\chi_k$ 는 물체력을 나타낸다. 또한 위의 경계적분방정식은 영역  $\Omega$ , 경계  $\Gamma$ 로 이루어진 다층반무한 구조계에서  $\Omega$ 영역 내 임의의 한 점  $F$ 에서의 응력 평형방정식을 응력텐서  $\sigma_{kj}$ , 물체력  $b_k$ 와 변위  $u_k$ 를 이용하여 나타낸 것이다. 식(9)를 이용하여 절점에 대한 행렬식을 구성하면 다음식과 같다.

$$[H^{BE}]\{u^{BE}\} = [G^{BE}]\{p^{BE}\} \quad (10)$$

여기서, 절점의 수가  $N$ 이고 요소의 수가  $NE$ 라면 행렬  $[H^{BE}]$ 와  $[G^{BE}]$ 는 면내운동의 경우 각각  $2N \times 2N$ 의 차원과  $2N \times 2NE$ 의 차원을 형성하며 면외운동의 경우는 각각  $N \times N$ 의 차원과  $N \times NE$ 의 차원을 이룬다. 절점 당 기지항과 미지항의 수는 같으므로 식 (10)은 다원 일차 연립방정식의 형태로 표현되며 다시 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[A^{BE}]\{X^{BE}\} = \{F^{BE}\} \quad (11)$$

여기서,  $[A^{BE}]$ 는  $[H^{BE}]$ 와  $[G^{BE}]$ 를 이용하여 구성한 행렬이고,  $\{X^{BE}\}$ 는 미지의 변위와 하중의 벡터이며,  $\{F^{BE}\}$ 는 기지의 변위와 하중에 대한 벡터이다. 그러므로 행렬식 (11)에 대한 해를 구하여 경계요소해석을 수행할 수 있다. 개발된 유한요소와 경계요소는 접합면에서의 변위 적합조건과 평형조건을 이용하여 조합함으로써 전체계에 대한 해석을 수행할 수 있게 된다.

#### 4. 지반과 말뚝의 접합면거동 모형화

지반의 변위 벡터를  $\{u_s\}$ , 그리고 말뚝의 변위를 나타내는 벡터를  $\{u_p\}$ 라고 할 때 직접법을 사용하여 말뚝과 주변 지반의 일부를 유한요소로 모형화한 경우, 말뚝과 지반은 완전히 서로 부착되어진 것으로 간주된다. 이 때 두 변위를 나타내는 벡터는 다음의 관계를 만족하게 된다.

$$\{u_s\} = \{u_p\} \quad (12)$$

그러나 실제 지반-말뚝 상호작용계의 동적 거동에 있어서 다음 그림 2와 같은 미끄러짐현상 (slip), 분리현상 (gap) 등으로 인해 지반과 말뚝의 변위 사이에는 차이가 발생하게 된다. 이 차이를 고려하기 위해 접촉면에 탄성의 interface 요소를 도입하고, 지반과 말뚝 그리고 interface 요소의 관계를 지반과 말뚝의 변위의 관계식으로 표시하면 다음 식 (13)으로 나타낼 수 있다.

$$[K_i](\{u_s\} - \{u_p\}) = \{F_p\} \quad (13)$$

여기서,  $[K_i]$  는 interface 요소의 강성도 행렬이다. 본 연구에서 사용되는 interface 요소는 탄성으로 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$K_i = \bar{K}(1 + 2i\beta_s) \quad (14)$$

여기서,  $\beta_s$  는 이력거동 감쇠비를 나타내며 지반반력계수  $\bar{K}$  는 식 (15)로 나타낼 수 있다(Guin and Banerjee, 1998).

$$\bar{K} = \frac{E_s}{D} \quad (15)$$

여기서,  $E_s$  는 특정 깊이에서 지반의 탄성계수를 나타내며,  $D$  는 말뚝의 직경을 나타낸다. 다만 본 연구에서는 말뚝기초의 수직진동만을 고려한 해석을 수행하였다.

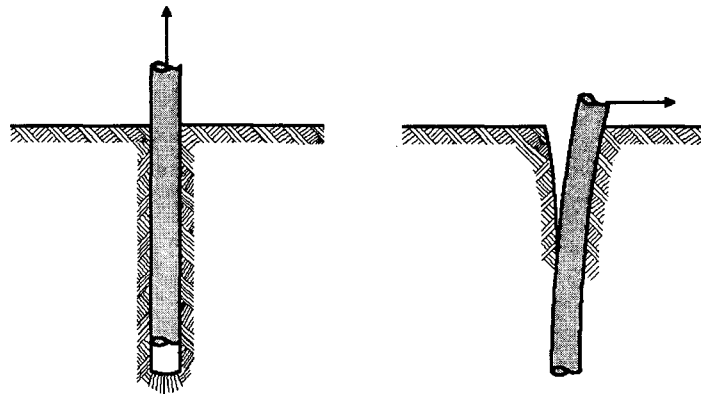


그림 2. 지반-말뚝 상호작용계의 접합면 거동

## 5. 해석기법의 검증

본 절에서는 개발된 해석기법의 검증을 위하여 김문겸 등(1999)에 의해 수행된 검증방법을 사용하였으며, 그림 3 과 같이 다층지반에 근입된 단말뚝에 대한 해석을 수행하였다. 비교대상실험은 가진기 하중의 크기인  $m_e e$  가  $2.45 \text{ kg} \cdot \text{mm}$ ,  $4.92 \text{ kg} \cdot \text{mm}$ ,  $9.84 \text{ kg} \cdot \text{mm}$  로 변화될 때의 경우에 대하여 수행되었다. 말뚝과 평판기초에 대한 물성은 표 1에 정리한 바와 같고 지반물성은 표 2에 나타나 있다. 그림 4에서는 Novak(1991) 의 이론해에 의한 결과와 El-Marsafawi등(1992)의 실험결과 그리고 본 연구에 의한 해석 값을 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 본 연구에서의 해석결과가 실험결과와 더 유사한 결과를 나타내는 것을 알 수 있다.

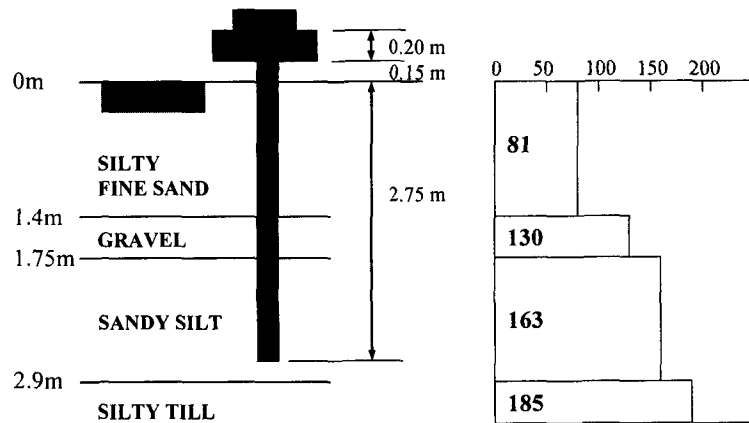


그림 3 검증용 위한 해석 모형 및 물성

표 1. 말뚝의 물성 및 가진기의 구성

요소	물성종류	물성치	요소	물성종류	물성치	
말뚝	탄성계수	$E_P$	캡 핑	탄성계수	$E_S$	
	포아송비	$\nu_P$		포아송비	$\nu_S$	
	밀도	$\rho_P$		밀도	$\rho_S$	
	길이	$L$		감쇠비	$\zeta_S$	
	감쇠비	$\zeta_P$		무게	941 kg	
	반지름	$R$		가진기	하중형태	$F(t) = (m_e e) \omega^2 \cos \omega t$
	단면적	$A$			추의무게 × 팔길이	$m_e \times e$
단면2차모멘트	$I$	$2.154 \times 10^{-6} m^4$		2.45, 4.92, 9.84 kg · mm		

표 2. 검증대상 지반 물성

흙의 종류	깊이(m)	전단파속도 (m/s)	밀도 ( $kg/m^3$ )	탄성계수 ( $kN/m^2$ )	포아송비 ( $\nu_g$ )	감쇠비 ( $\zeta_g$ )
SILTY FINE SAND	0 - 1.4	81	1,780	30,364.3	0.3	2.5
GRAVEL	1.4 - 1.75	130	1,780	78,213.2	0.3	2.5
SANDY SILT	1.75 - 2.9	163	1,780	122,961.3	0.3	2.5
SILTY TILL	2.9 -	185	1,860	165,512.1	0.3	2.5

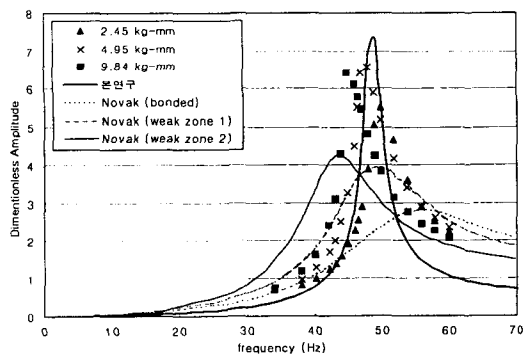


그림 4. 해석결과 (단말뚝, 종방향)

표 3. 해석결과 비교(단말뚝, 종방향)

		공진 주파수 (Hz)	오차 (%)	무차원 진폭	오차 (%)
평균 실험값		47.4	0	6.17	0
Novak	완전부착	56.4	18.9	2.82	54.3
	연화영역 I	49.4	4.2	3.96	35.9
	연화영역 II	43.3	8.6	4.25	31.0
본 연구		49	3.3	7.71	25.0

## 6. 접합면 요소를 이용한 수직진동해석

본 장에서는 위의 4장에서 제시한 접합면 스프링 요소를 사용하여 단말뚝 상호작용계의 수직방향 진동해석을 수행하였다. 해석은 5장의 검증에서 사용했던 지반-말뚝 상호작용계와 동일한 모형을 이용하였으며, 지반과 말뚝사이의 접합면에 가상의 스프링 요소를 고려하였다. 스프링의 강성에 변화를 주어 해석을 수행하였으며, 해석결과는 다음의 그림 5에 나타낸 바와 같다. 그림에서 보는 바와 같이 지반과 말뚝이 완전히 접합된 경우에 비하여 접합면의 강성을 감소시켰을 경우 공진주파수가 감소하고 응답이 증가하는 전형적인 결과를 보이는 것을 알 수 있다. 그림에서의 결과는 접합면의 강성을 완전부착된 경우에 비하여 점진적으로 감소시킨 것으로서 실제로 말뚝의 항타등으로 인하여 지반이 교란되어 완전부착인 경우에 비하여 접합면의 강성은 크게 감소되는 것으로 알려져 있다. 그림에서 보는 바와 같이 지반과 말뚝의 접합면에서의 강성을 감소시킨 경우 완전부착인 것으로 고려한 것에 비하여 공진주파수는 최대 8%, 응답변위는 25%의 차이가 발생하는 것을 알 수 있다. 공진주파수 영역의 변화는 구조물 기초의 동적특성을 반영하는 것으로 이와같은 차이를 고려하지 않을 경우 기계의 고유진동수와의 공진을 발생시킬 수도 있는 것으로 판단된다. 따라서 말뚝기초의 수직진동인 경우 지반과 말뚝간의 접합면의 거동을 고려하는 것은 반드시 필요한 것으로 판단된다.

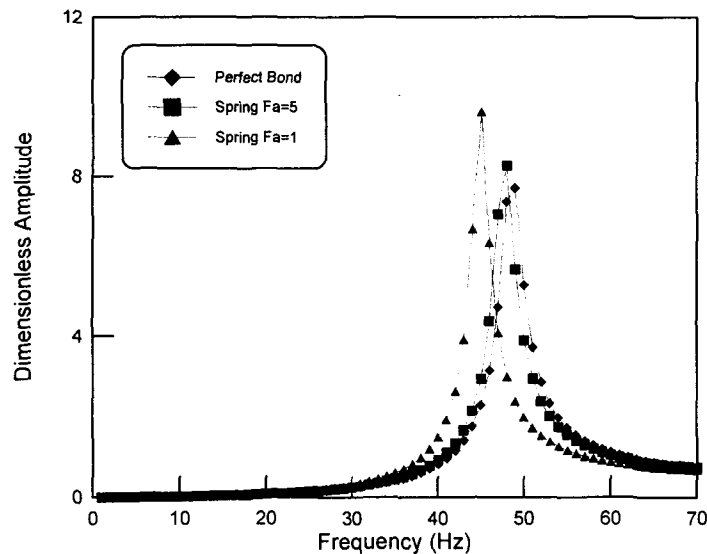


그림 5. 접합면 스프링요소를 사용한 지반-말뚝 상호작용계의 수직응답

## 6. 결론

본 연구에서는 다층반무한 기본해를 이용하여 외부영역을 모형화하고 동적 유한요소를 사용하여 내부영역의 지반과 말뚝을 모형화하여 개발한 지반-말뚝 상호작용계의 동적해석기법을 이용하여 지반과 말뚝의 접합면 요소를 고려한 수직진동해석을 수행하므로써 다음과 같은 결론을 얻을

수 있었다.

- (1) 단말뚝 상호작용계의 동적해석을 수행할 수 있는 기법을 유한요소-경계요소 조합법에 의하여 제시하였다. 개발된 기법의 검증은 위하여 기존의 실험결과와 비교하여 본 결과 본 연구에서 개발된 기법이 실험결과와 잘 맞는 결과를 보이므로써 본 연구에서 개발된 기법의 타당성을 검토할 수 있었다.
- (2) 개발된 해석기법을 사용하여 접합면의 강성을 변화시키면서 단말뚝-지반 상호작용계에 대한 수직진동해석을 수행하였다. 해석결과 접합면 강성이 줄어들어 따라 공진주파수는 감소하고 응답은 증가하는 전형적인 결과를 얻을 수 있었으며 공진주파수의 경우 최대 8% 이상 감소함으로써 공진주파수 영역이 크게 변화하는 것을 알 수 있었다. 따라서 기계기초의 설계시 이와같은 공진주파수 영역의 변화를 고려한 해석이 필요할 것으로 판단된다.

#### 참고문헌

1. El-Marsafawi, H., Han, Y.C., and Novak, M., "Dynamic Experiments on Two Pile Groups," *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 4, 1992, pp.576-592.
2. Kim, M.K., Lim, Y.M., and Rhee, J.W., "Dynamic Analysis of Layered Half Planes by Coupled Finite and Boundary Elements," *Engineering Structures*, Vol. 22, No. 6, pp. 670-680, February, 2000.
3. Kim, Moon Kyum, Lim, Yun Mook, Kim, Min Kyu, Cho, Seok Ho, "Soil-Pile Interaction Analysis using FE-BE Coupling in Frequency Domain," *Fourth International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, San Diego, USA, March, 2001.
4. Manolis, G.D. and Beskos, D.E., *Boundary Element Methods in Elastodynamics*, Unwin Hyman, 1988.
5. Novak, M., "Piles under Dynamic Load," *Proceedings of 2nd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Engineering and Soil Dynamics*, Mar., 1991, pp.250-273.
6. Novak, M., and El-Sharnouby, B, "Stiffness and Damping Constants of Single Piles," *Journal of the Geotechnical Division*, ASCE, Vol. 109, No. GT7, 1983, pp. 961-974.
7. Richart, F. E., Jr., "Foundation Vibration," *Transactions*, ASCE, Vol. 127, Part I, 1962, pp.863-898.
8. 김문겸, 임윤묵, 김민규, 조석호, "횡하중을 받는 지반-말뚝 상호작용계의 주파수영역 해석," *한국전산구조공학회 논문집*, 제 13 권, 제 4 호, pp.437-448, 2000. 12.