

골조의 손상부위 추정에 웨이블릿 변환의 이용 Damage Detection of Frame Structure Using Wavelet Transform

박종열* 이의택** 박진호** 박형기***
Park, Jong Yeol Lee, Eui Taek Park, Jin Ho Park, Hyung Ghee

ABSTRACT

This paper presents a signal processing procedure to detect damage locations of frame structures by using continuous wavelet transform. Morlet wavelet is used as a mother wavelet in wavelet transform. Wavelet transform has the characteristics that allows the use of long time intervals at more precise low-frequency information, and shorter regions at high-frequency information. By this wavelet transform characteristics, Morlet wavelet may be used to identify the locations of damages in the structures. The numerical case studies show that this method can be applied to detect the damage location under a controlled sweeping load.

1. 서 론

구조물의 손상(damage)은 그 사용기간 동안 과도한 응답이나 누적된 균열등에 의해서 유발될 수 있으며, 토목구조물의 유지관리에 대한 관심이 높아짐에 따라 구조물의 건전성을 효과적으로 추정할 수 있는 여러 가지 방법들이 개발되어 왔다.⁽¹⁾⁽²⁾ 구조물의 동적 거동에 영향을 주는 강성의 변화로 인한 손상이 발생하는 경우, 결합의 영향이 진동신호에 반영되어 고유진동수 및 모드형태 등의 동특성 변화로 나타난다.

진동신호를 이용한 손상도 추정에서 응답신호는 구조물에 가진한 입력신호와 매우 다른 형상을 갖게 되며, 비정상적인 특성을 포함하고 있으므로 시간 및 진동수에 대한 특성으로 분석해야만 한다. 따라서 시간-진동수 해석(time-frequency analysis) 특성이 뛰어난 해석방법의 개발이 선행되어야 한다.

* 인천대학교 토목환경시스템공학과 박사수료

** 인천대학교 토목환경시스템공학과, 석사과정

*** 인천대학교 토목환경시스템공학과 교수

시간-진동수 해석방법에는 단시간푸리에변환(Short-Time Fourier Transform), 웨이블릿변환(Wavelet Transform)등이 있다.⁽³⁾ 단시간푸리에변환은 비정상신호(nonstationary signal)를 시간영역에서의 창 의 크기를 동일한 간격으로 짧게 나누어 정상신호(stationary signal)로 간주하여 분석하므로, 모든 주파수영역에서 같은 분해능을 가지는 특성이 있어 급격하게 변화하는 신호분석에는 적합하지가 않다. 반면 시간 및 진동수 분해능을 증가시키는 웨이블릿변환은 저진동수에서 진동수 분해능을 증가시키고, 고진동수에서는 시간 분해능을 증가시킴으로써 충격신호와 같은 비정상신호의 시간-진동수해석에 많이 이용되고 있다.^(4~7)

이 연구에서는 이러한 웨이블릿의 특성을 이용하여 골조 구조물에 대하여 수치모의해석을 수행한 후, 각 절점별 가속도시간이력 신호를 Morlet 웨이블릿을 사용한 연속웨이블릿변환(continuous wavelet transform)으로 분석하여 강성변화를 보이는 손상위치를 추정하였다.

2. 웨이블릿 해석

웨이블릿 해석은 분석대상이 되는 신호를 시간-스케일 단위의 선형조합으로 분해하는 것으로, 모 웨이블릿(mother wavelet)의 시간축에 대한 이동(translation)과 진동수축에 대한 스케일(scale) 값의 변화에 따라 여러 가지 신호성분으로 분해할 수 있으며, 시간에 따라 각각의 진동수 성분의 변화추이를 알 수 있다.

Heigenberg의 불확정성 원리⁽⁸⁾에 의해 시간과 진동수 영역에서의 정보를 동시에 완벽하게 국소화시킬 수 있는 변환은 존재할 수 없지만, 웨이블릿 해석은 그림 1에서 보는 바와 같이 창함수(window function)의 지지영역을 변화시킴으로써, 저진동수 영역에서는 긴 시간의 정보를, 고진동수 영역에서는 짧은 시간의 정보를 사용할 수 있는 특징을 갖도록 할 수 있다.

여기서, ω^* 는 웨이블릿 창함수의 중심 진동수, $\Delta\omega$ 는 진동수영역에서의 반경, Δt 는 시간영역에서의 반경을 각각 나타낸다.

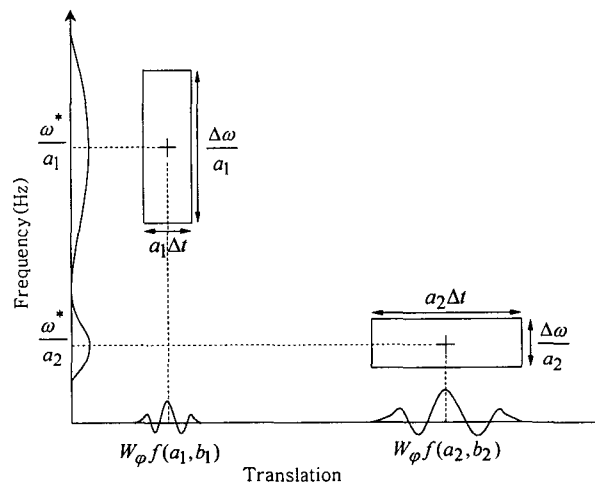


그림 1 웨이블릿의 시간-진동수 관계

3. 웨이블릿 변환

3.1 Morlet 웨이블릿

웨이블릿변환은 분석대상 신호 $f(t)$ 와 시간축에 대하여 이동되고 진동수축에 대하여 스케일된 모 웨이블릿(mother wavelet)의 곱을 전 시간구간에 대하여 적분한 시간-진동수 해석(time-frequency analysis)으로 다음과 같이 정의된다.⁽⁸⁾⁽⁹⁾

$$W_{\psi}f(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (1)$$

여기서, $\psi_{a,b}^*(t)$ 는 식(2)로 표현되는 모 웨이블릿함수 $\psi_{a,b}(t)$ 의 공액복소수를 의미하며,

a 는 진동수 ω 대신 사용한 팽창값(scale)을 b 는 시간축상에서 이동한 거리(translation)를 나타낸다.

$$\psi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2)$$

웨이블릿의 구성요소는 모 웨이블릿이라고 하는 기본함수에 의해 형성되며, 사용될 수 있는 모 웨이블릿은 무수히 많다. 이러한 모 웨이블릿이 되기 위해서는 식 (3)과, 식 (4)의 조건을 만족 해야 한다.

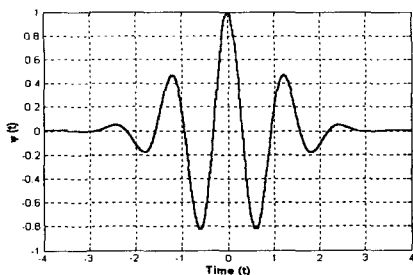
$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (3)$$

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (4)$$

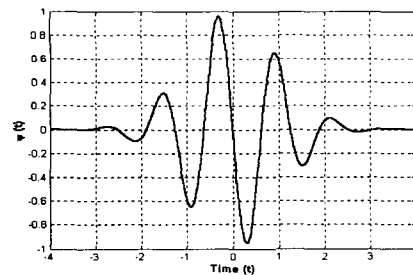
본 논문에서 사용한 모 웨이블릿은 식 (5)와 같이 정의되는 Morlet 웨이블릿으로 연속함수인 $\psi(t)$ 를 이용하므로 연속웨이블릿변환이라 한다. 식 (5)에 대한 푸리에 변환은 식 (6)과 같이 되는데, $\hat{\psi}$ 는 $\omega \leq 0$ 에서 식 (4)의 허용성(admissibility)을 만족하지 못하므로 실제 사용시에는 $\omega_g > 5$ 을 사용하여야 한다.⁽⁶⁾ 이러한 Morlet 웨이블릿의 형태는 그림 2에 보인바와 같다.

$$\psi(t) = e^{j\omega_g t} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (5)$$

$$\hat{\psi} = \sqrt{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(\omega - \omega_g)^2} \quad (6)$$



(a) 실수부



(b) 허수부

그림 2 $\omega_g=5$ 인 Morlet 웨이블릿의 실수부와 허수부

3.2 능선(ridge) 상수

웨이블렛변환으로부터 얻어진 웨이블렛계수는 $W_\phi f(a_i, b)$ 로 나타낼 수 있으며, 웨이블렛계수의 편각(argument)은 다음과 같이 정의된다.

$$\theta(a_i, b) = \arg(W_\phi f(a_i, b)) \quad (7)$$

식 (7)로 표현되는 편각을 시간에 대하여 미분하고, 식 (5)에서 사용한 Morlet 웨이블렛의 ω_g 로 나누게 되면, 진동수축에 대한 스케일 값과 동일한 값을 나타내게 된다.⁽¹⁰⁾ 이는 식 (8)과 같이 정리할 수 있으며, 식 (9)의 조건을 적용함으로써 시간의 이동에 따른 능선(ridge)을 구할 수가 있다.

$$\frac{\omega_g}{\frac{\partial \theta(a_i, b)}{\partial b}} = a \quad (8)$$

$$\left| \frac{a_{j+1} - a_j}{a_j} \right| < \epsilon \quad (9)$$

여기서, ϵ 는 허용오차로써 미리 설정된 값으로 정할 수 있다.

3.3 진동수와 스케일의 상관관계

웨이블렛변환은 진동수 대신 팽창값 스케일로 표현되며, 스케일은 진동수와 역수의 관계를 갖는다. 진동수 f_i 와 스케일 a_i 는 식 (10)과 같은 관계식으로 표현하고, Δt 는 시간간격을, ω_g 는 식 (5)에서 사용한 값을 적용한다.

$$a_i = \frac{\omega_g}{2\pi} \cdot \frac{1}{\Delta t f_i} \quad (10)$$

4. 예제 모델의 손상위치 추정

본 연구에서는 그림 3과 같이 3개의 동일한 크기의 기둥을 갖는 골조 구조를 손상 위치 추정 모델로 하였으며, 구조 특성은 표 1에 보인 바와 같다. 예제 모델의 3번 기둥 하단에 비선형요소를 사용하여 부재의 부분 강성변화를 적용함으로써 손상을 나타내었다. 진동수가 증가하는 하중(sweeping load)으로 가진 하여 구조해석을 수행하였고, 가진된 하중은 식(11)과 그림 4와 같이 표현되며, 연속웨이블렛변환은 그림 5에 나타내었다.

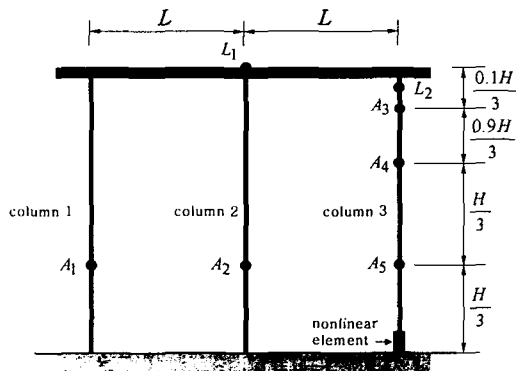


그림 3 분석위치와 하중재하 위치

표 1 예제 모델의 제원

D(m)	1.2
H(m)	7.5
L(m)	4
Damping	0.05
1st frequency (Hz)	2.54
2nd frequency (Hz)	5.50
3rd frequency (Hz)	12.25
lumped mass($t \cdot sec^2/m$)	31

$$p(t) = \left\{ \frac{p_0}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t-r}{\sigma} \right)^2} \right\} \cdot \sin 2\pi(t)t \quad (11)$$

여기서, p_0 , σ 는 상수로서 1.5, 0.15값을 사용하였으며, r 의 값은 시간에 따라 ($0 \leq 2 < 2$, $2 \leq 11 < 11$, $11 \leq 0 < 15$) 변화시켰다.

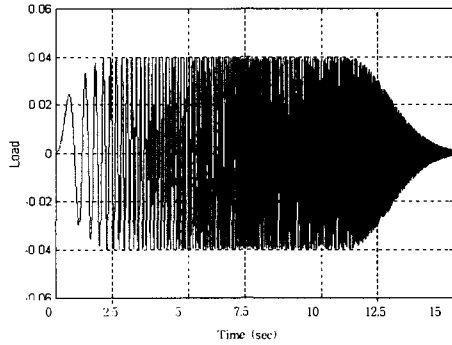


그림 4 입력하중

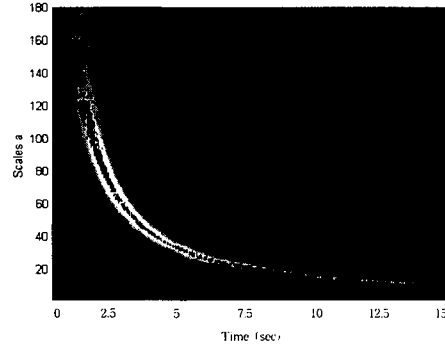
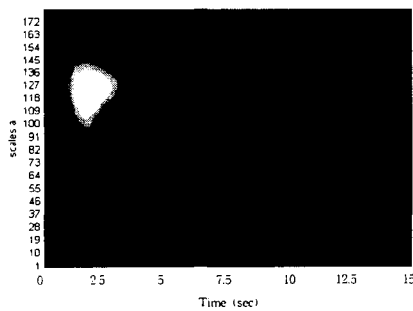


그림 5 입력하중의 웨이블릿 변환 및 ridge

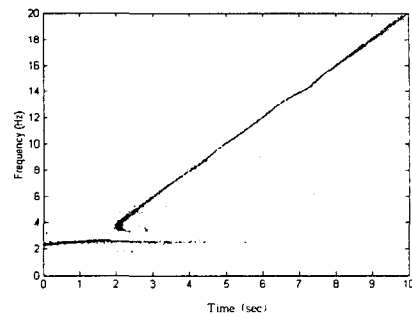
(1) 서로 다른 기둥에서의 손상 위치 추정

가진하중 $p(t)$ 을 모델 중앙(L_1)에 작용했을 때, 건전한 기둥(절점 A_1, A_2)과 손상된 기둥(절점 A_5)의 가속도시간이력으로부터 Morlet 웨이블릿($\omega_g = 10$)을 이용한 연속웨이블릿변환을 수행하여 그림 6, 7, 8에 나타내었다. 건전한 기둥에 해당하는 절점 A_1 과 A_2 는 같은 형상을 보이면서 2-3초 구간에서 가진하중에 대한 그림 5와 다른 형상을 보이는데, 이는 표 1에서 나타낸 예제 모델의 전체모드(global mode)에 해당되는 고유진동수(2.54 Hz)와 공진이 발생하는 구간이기 때문이다.

그림 8의 손상된 기둥에서는 전체모드뿐만 아니라 손상에 따른 비선형거동으로 순간진동수가 흐트러지는 것을 보여주고 있다. 이는 부분모드(local mode)에 해당하는 진동수(5.50 Hz)와 반응하였기 때문이며 이러한 순간진동수의 흐트러짐을 관찰함으로써 손상이 발생했음을 알 수 있다.

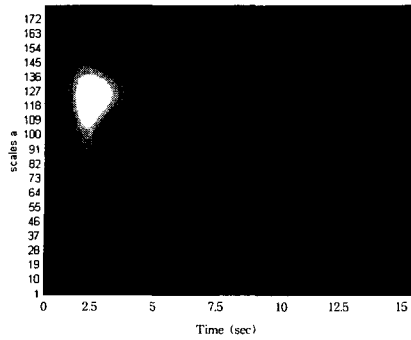


(a) 웨이블릿변환

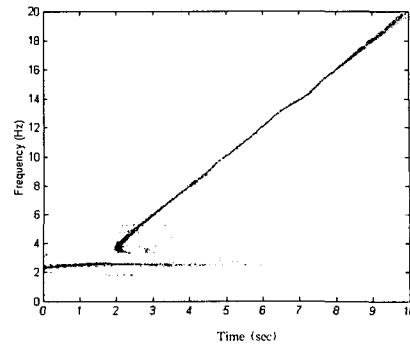


(b) 시간-순간진동수 변화

그림 6 건전한 1번 기둥(절점 A_1)의 경우

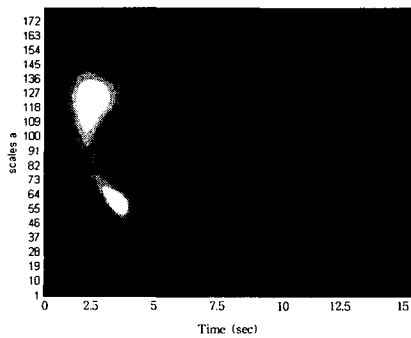


(a) 웨이블릿변환

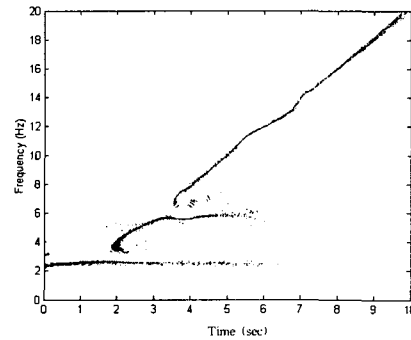


(b) 시간-순간진동수 변화

그림 7 건전한 2번 기둥(절점 A₂)의 경우



(a) 웨이블릿변환



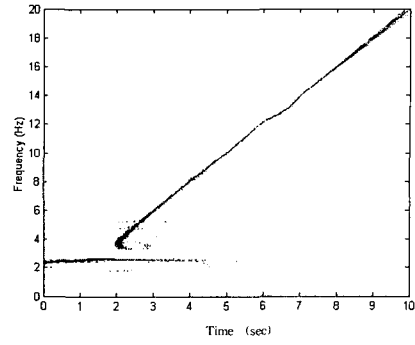
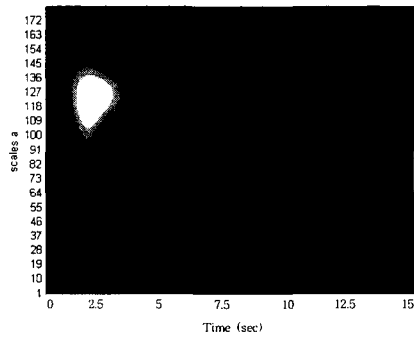
(b) 시간-순간진동수 변화

그림 8 손상된 3번 기둥(절점 A₅)의 경우

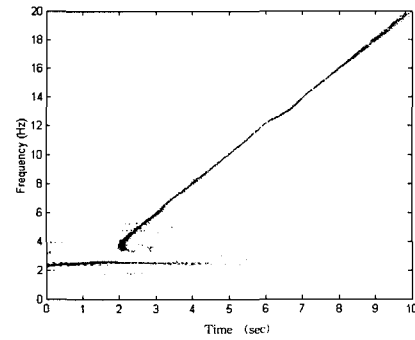
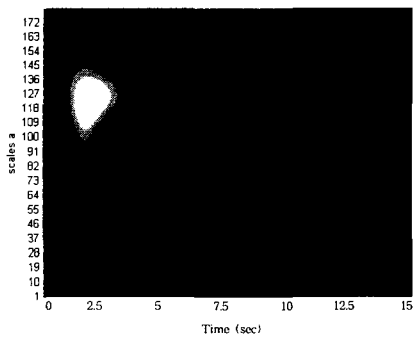
(2) 동일 기둥에서의 손상 위치 추정

위 (1)의 과정으로 3번 기둥에서 손상이 있음은 확인 되었지만, 3번 기둥의 어느 위치에서 손상이 발생하였는지는 판별하지 못한다. 이러한 손상 위치를 판별하기 위하여 손상된 기둥 3번 상단(L₂)에 가진하중 $p(t)$ 을 작용시켰으며, 손상된 기둥내의 절점(A₃, A₄, A₅)에서의 가속도시간이력을 분석하였다. 각 절점의 가속도시간이력에 대한 웨이블릿변환과 시간-순간진동수 변화는 그림 9와 같다.

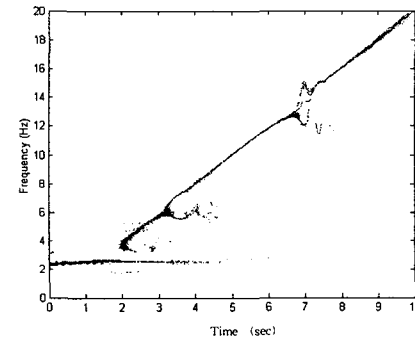
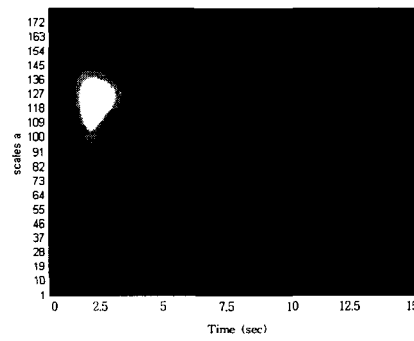
1단계 과정의 건전한 기둥에서와 같이 손상된 3번 기둥의 절점 (A₃, A₄, A₅)에서도 전체모드에 해당되는 고유진동수(2.54 Hz)와 공진이 발생하여 동일한 위치에서 순간진동수의 변화를 보여주었다. 또한 손상 위치에 근접할수록 손상에 따른 비선형거동으로 표 1에 나타난 부분모드에 해당하는 진동수 (5.50 Hz, 12.25 Hz)와 반응하여 순간진동수의 호트리짐 현상이 뚜렷하게 나타났는데, 이러한 결과로 기둥하부(A₅)에 손상이 발생했음을 추정할 수 있다.



(a) 절점 A₃



(b) 절점 A₄



(c) 절점 A₅

그림 9 3번 기둥의 A₃, A₄, A₅ 위치에서의 응답 분석

5. 결 론

본 연구에서는 최근 신호처리 기법으로 많이 사용되고 있는 웨이블렛변환을 이용한 구조물의 결함 위치 확인을 보였다. 고진동수에서는 좁고 저진동수에서는 넓은 유연한 시간-진동수 창함수

를 갖는 웨이블릿변환의 특징을 이용하여 시간에 따른 진동수의 변화를 관찰함으로써 골조 구조물의 손상위치를 추정할 수 있었다.

본 논문은 단순한 모델을 선정하여 수치모의실험을 통해 얻은 가속도시간이력을 사용하였으므로 가장 이상적인 상태의 데이터 처리를 한 결과라고 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서의 방법에 대한 적용성을 확인하기 위해서는 복잡한 구조물, 또는 실제 구조물로부터 얻은 데이터를 사용한 연구가 요구된다.

참고문헌

1. 오병환, 정범석, "정적변위 및 동특성 측정자료를 이용한 구조물의 손상도 추정" 대한토목학회 논문집, 제 17권, 제 1-3호, 1997, pp.383-396.
2. 윤정방, 심성한, 장신애, "Hilbert-Huang변환을 이용한 교각시스템의 손상위치 추정기법", 한국 지진공학회 춘계학술발표회 논문집, 제 6권 1호, 2002, pp.159-168.
3. Cohen, L., "Time-Frequency Distributions-A Review", Proceedings of The IEEE, Vol. 77, No. 7, 1989, pp. 941-981.
4. Lu, C. J. and Hsu, Y. T., "Application of Wavelet Transform to Structural Damage Detection", IMAC-XVII, vol. I, 1999, pp.908-914.
5. 김운영, 김용훈, "웨이블릿과 위그너빌을 이용한 구조진단기법", 한국소음진동공학회 춘계학술대회논문집, 1999, pp.436-441.
6. 이상권, "웨이브렛 변환 이용한 감쇠율 예측과 승용차 하쉬니스 평가에의 응용", 한국소음진동 공학회, 제9권 3호, 1999, pp.577-586.
7. 김동규, "Morlet 웨이블릿 변환을 이용한 구조물의 동특성 분석", 석사학위논문, 인천대학교, 2001.
8. Mallat, S., "A Wavelet Tour of Signal Processing", 2nd edition, 1999.
9. Chui, C. K., "An Introduction to Wavelets" Academic Press, 1992.
10. Delprat, N., et al., "Asymptotic Wavelet and Gabor Analysis : Extraction of Instantaneous Frequencies", IEEE Transcation on Information Theory, Vol. 38, No. 2, 1992, pp.644-664.