

## 공작기계 구조물의 정·동강성 평가방법에 관한 연구

최영휴\*(창원대 기계설계공학과), 강영진\*\*\*(창원대 대학원 기계설계공학과),  
김태형\*\*\*, 박보선\*\*\* (대우종합기계(주))

### A Comparative Study on the Static and Dynamic Stiffness Evaluation Methods of Machine Tool Structure

Y. H. Choi(Mech. Design & Manufacturing Eng. Dept., CNU), Y. J. Kang(Graduate School, CNU),  
T. H. Kim, and B. S. Park(DAEWOO H.I. & M. Ltd.)

#### ABSTRACT

In order to evaluate the static and dynamic stiffness of machine tool structure, the accuracy and error from experimental methods are studied in this paper. The F.E.M., impulse tests and exciter tests are performed for the general simple structure whose exact solution can be obtained. So that the parameter and dynamic compliance can be got. From the result, the variation of natural frequency can be verified from the static preload. Further more the relationship of identify and difference for compliance and direction is presented in the exciting direction and measurement direction.

**Key Words :** Machine tool(공작기계), Dynamic stiffness(동강성), F.E.M.(유한요소법), Impulse tests(충격 시험법),  
Exciter tests(가진 시험법), Dynamic compliance(동적 컴플라이언스)

#### 1. 서론

고속·고정밀화를 요구하는 최근 공작기계의 동적 특성은 공작물의 가공정밀도를 저하시키는 중요한 요소로 알려져 있다. 따라서 공작기계의 고유진동수와 고유진동모드를 해석하고 정·동강성을 평가하여 동적 설계 기술자료로 활용할 필요가 있다.

공작기계의 동특성을 파악하기 위한 방법으로는 가진 시험법과 절삭 시험법이 있다. 가진 시험법은 절삭 시험법과는 달리 절삭과정에 기인하는 여러 가지 예측 불가능한 경계치를 고려할 필요가 없으며 간단한 측정으로 여러 상황에 적용이 가능하다는 장점이 있다.[1][2] 그리고 가진 시험법을 이용하여 공작기계의 컴플라이언스를 측정하는 방법이 Weck[1]에 의해 제시되었다.

Tobias[5]는 절대 가진기를 이용하여 공작기계 구조물의 전달함수를 구하였으며 Weck[1][2], Minis[3] 등은 단위 충격력을 이용한 가진 방법으로써 전달함수를 구하였다. 이러한 연구에 의하면 소형 공작기계의 경우 작은 가진력으로도 충분하나 일반적으로

공작기계 구조물은 비선형성을 가지고 있으며 중·대형 공작기계의 강성 측정실험에서는 충분한 가진력의 유압식 상대 가진기를 사용하는 것이 적합하다는 것으로 알려져 있다.[1][2][4]

따라서 본 연구에서는 공작기계의 강성평가에 앞서 염밀해가 존재하는 외팔보 구조물에 대하여 유한요소법과 충격 시험법, 그리고 가진 시험법을 이용하여 실현적 방법에 대한 정확성을 검증하고 오차를 분석하여 공작기계의 강성평가에 있어서 기초자료를 확보하였다.

#### 2. 모드해석 이론 및 강성평가 이론

구조물을 다자유도계 구조감쇠로 가정하는 경우 운동방정식은 다음과 같은 형대로 주어진다.

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} + i[\beta]\{x\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

여기서,  $[m]$ 과  $[k]$ 는 질량행렬과 강성행렬,

$[\beta]$ 는 구조감쇠 행렬,  $\{f(t)\}$ 는 외력,  $\{x\}$ 는 변위벡터를 나타낸다.

식(1)에서 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{x\} = [H(\omega)]\{f\} \quad (2)$$

$H(\omega)$ 는 전달함수로 시스템 행렬의 역행렬이다. 그리고 직교성을 이용하여 각 주파수응답함수의 성분을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h_{ij}(\omega) &= \sum_{r=1}^N \frac{r\phi_i \cdot r\phi_j}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r\omega_r^2)} \\ &= \sum_{r=1}^N \frac{rA_{ij}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r\omega_r^2} \end{aligned} \quad (3)$$

$m_r$ 은 modal mass이며  $\omega_r$ 은  $r$ 차 고유진동수이다.  $\eta_r$ 은  $r$ 차 모드의 손실계수이며  $r\phi_i$ ,  $r\phi_j$ 는 각각 모드벡터의  $i$ ,  $j$ 성분이다.

일반적으로 식(3)은 다음과 같이 단순한 형태로 나타낼 수 있다.

$$h_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{rA_{ij}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r\omega_r^2} \quad (4)$$

여기서,  $rA_{ij}$ 는 모달상수 혹은 Reside라고 하며 측정시 이러한 모달상수의 비는 모드벡터의 비와 같게 된다.

이렇게 구해진 전달함수는 실제로는 주파수 영역에서 강성의 역수인 형태로 주어지게 되며, 이를 컴플라이언스라고 하며  $G(\omega)$ 로 쓴다.[4]

공작기계의 동강성을 구하기 위해서는 주파수 영역에서 변위에 대한 힘을 측정하는 것은 불가능하기 때문에 주어진 힘에 대한 변위를 측정함으로써 동강성을 구할 수 있다.

컴플라이언스는 가진하는 방향과 측정하는 방향에 따라  $G_{ij}$ 로 나타낼 수 있다. 여기서,  $i$ 는 가진력의 방향이며  $j$ 는 측정방향이다. 공작기계의 경우 절삭력은  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 의 세 방향으로 발생하기 때문에 변위도 세 방향으로 나타내어야 한다. 이러한 성질을 이용하면 각 방향의 변위는 작용하는 힘과 각 방향에 대한 컴플라이언스를 행렬의 곱으로 나타낼 수 있으며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{yy} & G_{zz} \\ G_{xy} & G_{yy} & G_{zy} \\ G_{xz} & G_{yz} & G_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} \quad (5)$$

여기서,  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ 는 각 축방향의 가진력이다.

### 3. 측정 및 평가

#### 3.1 측정 시스템

본 연구에서 평가 할 구조물은 SM 45C의 200×30×5로 제작하였다. 가속도계는 Kistler사의 Type 8636C50를 사용하였다. 그리고 측정 위치는 고차모드까지 추출할 수 있도록 충분한 측정점을 선택하였다.

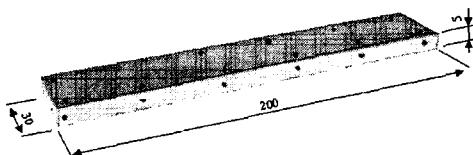


Fig. 1 Disposition of the accelerometers

충격해머는 Kistler사의 Type 9277A2000을 사용하였으며, 가진기는 Ling Electronics사의 LMT-100을 사용하였다.

FFT Analyzer는 Medallion 16 Ch.을 사용하였으며 측정시 버퍼의 개수는 2,048개로 하였다. 충격 시험시 측정은 3회의 선형평균을 하였으며, 가진 시험시 측정은 20회의 선형 평균 과정을 거쳐 전달함수를 구하였다. Modal Analysis는 ME'scpoe를 이용하였다. Fig. 2는 구조물의 강성을 평가하기 위한 측정 시스템을 나타낸 것이다.

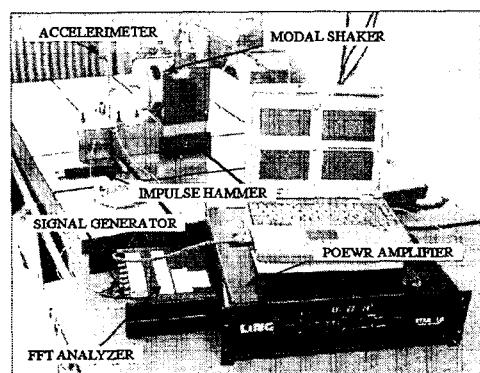


Fig. 2 Measurement set-up

구조물의 동특성 및 강성을 측정하기 위한 알고리즘은 Fig. 3과 같다. 신호 발생기로부터 나온 전기적인 신호를 증폭하여 가진기에 공급하면 구조물에는 전기적인 신호에 비례하는 힘이 가해진다. 본 실

험에서 랜덤신호를 사용하였다.

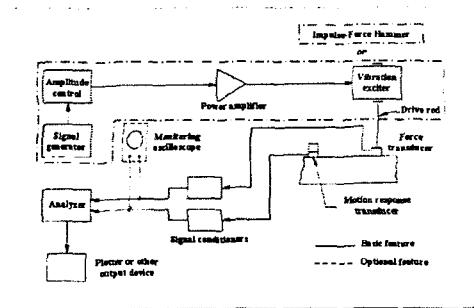


Fig. 3 Block diagram of measurement system

### 3.2 측정 결과

다음은 외팔보 구조물에 대한 염밀해와 유한요소 해법 그리고 충격 시험법과 가진 시험법에 의한 고유진동수를 비교하였다. 1차 고유진동수의 경우 F.E.M.은 0.16%, 가진 시험법은 3.65% 그리고 충격 시험법은 4.1%의 오차로써 모두 염밀해와 매우 유사하게 나타났다. 그러나 고주파 영역과 고차모드로 갈수록 정확성이 떨어졌다. 다음의 Table 1은 유한요소법과 각 실험의 결과를 나타내었다.

Table 1 Comparison of natural frequency

Natural frequency \	Exact solution [Hz]	F.E.M. [Hz]	Exciter tests [Hz]	Impulse tests [Hz]
1st	103.97	103.80	100.17	99.69
2nd	651.62	652.11	596.40	641.36
3rd	1824.73	1840.40	1696.16	1777.05

Fig. 4와 Fig. 5는 구조물의 주파수응답함수를 측정한 것이다. Fig. 4의 경우 공진주파수 부근에서 충격 시험법과 가진 시험법의 차이가 나타나는데 이는 가진 시험시 구조물에 정적인 예하중이 가해지고 있어서 나타나는 특성이며 고주파 영역에서는 그 특성의 차이가 더욱 크게 나타나고 있다.

Fig. 6과 Fig. 7은 코히어런스를 나타낸 것으로  $C_{ij}(\omega)$  ( $i \neq j$ )인 경우 1kHz이하에서는 입력과 출력의 상관성이 아주 낮게 나타났다.

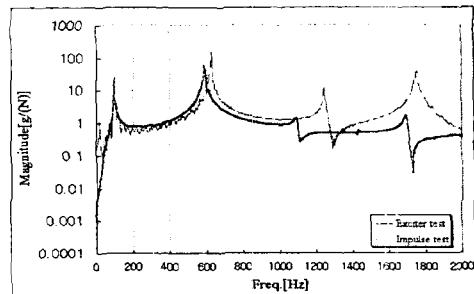


Fig. 4 Comparison of F.R.F. in  $(i, j)$  direction ( $i=j$ )

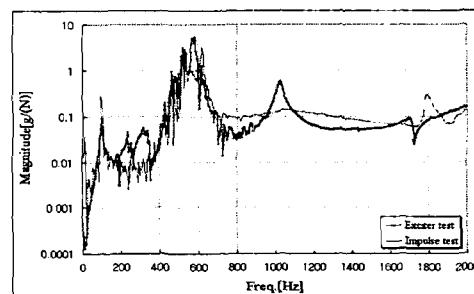


Fig. 5 Comparison of F.R.F. in  $(i, j)$  direction ( $i \neq j$ )

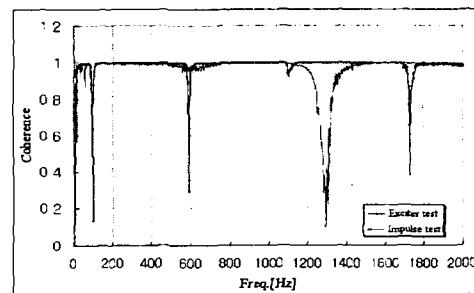


Fig. 6 Comparison of Coherence in  $(i, j)$  direction ( $i=j$ )

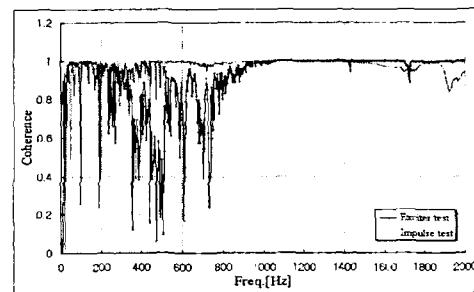


Fig. 7 Comparison of Coherence in  $(i, j)$  direction ( $i \neq j$ )

구조물의 컴플라이언스는  $G_{ij}(\omega)$  ( $i \neq j$ )의 경우 코히어런스 값이 낮고,  $G_{ii}(\omega)$  ( $i = j$ )에 비해 매우 작으므로 0으로 근사화시켜  $G_{ii}(\omega)$  ( $i = j$ )인 경우만 고려하여 강성을 평가하였다.

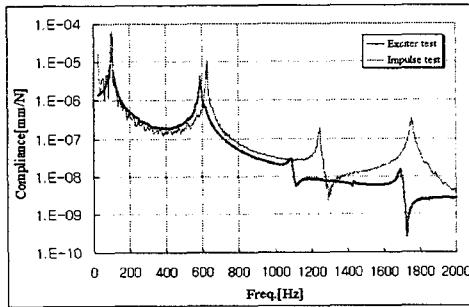


Fig. 8 Comparison of Compliance in  $(i, j)$  direction ( $i=j$ )

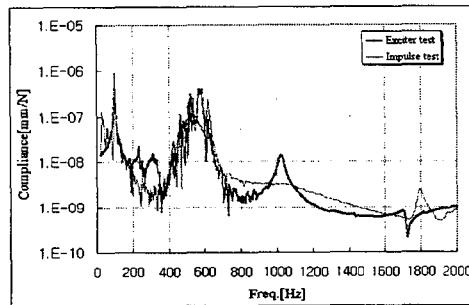


Fig. 9 Comparison of Compliance in  $(i, j)$  direction ( $i \neq j$ )

구조물의 정강성은 이론상 0Hz에서의 전달함수 값과 같게되나 이것은 구조감쇠의 경우와 다자유도 시스템에서는 성립하지 않는다. 가진 시험법에서 정적 컴플라이언스는 정확한 예측이 가능하지만 충격 충격시험법의 경우 코히어런스의 값이 매우 낮아서 선형적으로 유추하기가 쉽지 않다. Table 2는 F.E.M. 과 충격 시험법 그리고 가진 시험법의 정·동적 컴플라이언스를 나타낸 것이다.

Table 2 Comparison of static and dynamic compliance

	Static comp. [mm/N]	Dynamic comp. [mm/N]
F.E.M.	2.15e-7	1.28e-5
Exciter test	1.38e-6	2.28e-5
Impulse test	-	6.49e-5

다음은 구조물의 고유진동모드를 나타낸 것이다.

저차 고유진동모드는 대체로 일치하며 고차 고유진동모드인 경우 약간의 차이가 나타났다.

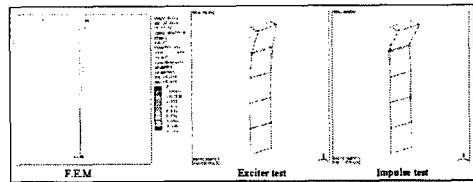


Fig. 10 Comparison of 1st mode shape

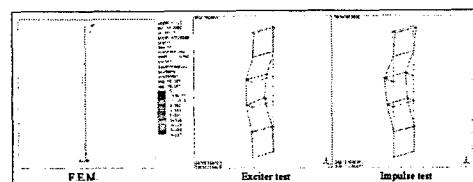


Fig. 11 Comparison of 2nd mode shape

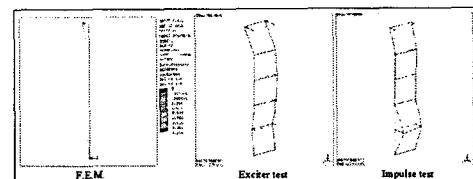


Fig. 12 Comparison of 3rd mode shape

#### 4. 결론

본 연구는 공작기계의 정·동강성을 평가하기에 앞서 엄밀해를 쉽게 구할 수 있는 외팔보 구조물에 대하여 유한요소법과 충격 시험법 및 가진 시험법으로 정·동강성을 평가하고 동특성을 해석하여 각 방법들의 정확성을 검증하고 오차를 분석하였다.

1차·2차 고유주파수는 유한요소법과 충격 시험법 그리고 가진 시험법 모두 대체로 일치하나 3차 고유주파수의 경우 정확성이 떨어졌다.

가진방향과 측정방향이 서로 다른 경우의 코히어런스는 매우 낮게 나타났다. 그리고 가진방향과 측정방향이 서로 다른 컴플라이언스의 값은 가진방향과 측정방향이 같은 컴플라이언스에 비해 매우 작은 값을 가지므로 강성의 변화에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 평가하였다.

후기

본 연구는 산업기반기술개발사업의 일환으로  
(주)대우종합기계의 연구비 지원에 의하여 창원대학  
교 공작기계기술연구센터에서 수행한 위탁연구결과  
의 일부입니다.

#### 참고문헌

1. Weck, M., Teipel, K., "Handbook of machine tools," Wiley, New York, 1984.
2. Tlusty, J., Zamudio, S., "Evaluation of Cutting Performance of Machining Centers," Annals of the CIRP, Vol. 40, No. 1, pp. 405~410, 1991.
3. Minis, I., Magrab, E., and Pandelidis, I., "Improved Methods for the Prediction of Chatter in Turning, Part1: Determination of Structural Response Parameters," Transactions of the ASME, Vol. 112, pp. 12~20, 1990.
4. Hanna, N. H., Tobias, S. A., "The Non-Linear Dynamics Behavior of a Machine Tool Structure," Int'l J. MDTR, Vol. 9, pp.293~307, Pergamon Press 1969.
5. Tobias, S. A., "Machine Tool Vibration," Wiley, New York, 1965.
6. Halvorsen, W. G., Brown, D. L., "Impulse Technique for Structural Frequency Response Testing," Sound and Vibration, Vol. 11, No. 11, pp. 8-21, Novemer 1977.
7. Weck, M., Eckstein, R., "An Examination Technique to Determine Static Weakpoints of Machine Tools," Annals of the CIRP Vol. 36, No. 1, pp. 257~261, 1987.
8. Xu, M., Birchmeier, J. R., "Dynamic Stiffness Testing and its Applications in Machine Tool," Sound and Vibration, Vol. 31, pp. 8~21, 1977.
9. Ewins, D. J., "Modal Testing: Theory and Practice," Research Studies Press, London, 1986.
10. 이장무, "모드해석의 이론과 응용," 1997.
11. ISO 7626 Vibration and Shock
12. In-Ung Eun, "Development of Static and Dynamic Behavior of Machine Tools in the Period form 1980-1999," 창원대학교 공작기계기술연구센터 세미나, 2000.