

## 유선 함수를 이용한 비틀림 전방압출 공정에 관한 연구

이상인\*(부산대 대학원 정밀기계공학과), 김영호(부산대 기계공학부), 이종현(경남정보대)

### A Study of the Torsional Forward Extrusion Using the Stream Function.

S. I. Lee(Department of Mechanical & Precision Engineering, Pusan National University), Y. H. Kim(School of Mechanical Engineering, Pusan National University), J. H. Lee(Kyungnam College),

#### ABSTRACT

The upper bound analysis by stream function is used to study the torsional forward extrusion. The torsional forward extrusion process not only reduces forming load but also increase optimal die angle. Optimal die angle is determined by the optimization technique. The advantages of this process are that the low capacity of pressing machine can be used and the process with a large die angle can be applied. To verify the theoretical result, we have carried out experiments using model material (plasticine) and FE simulations using DEFORM3D.

**Key Words :** Torsional forward extrusion(비틀림전방압출), Stream function(유선함수), Upper bound analysis(상계해석), Optimal die angle(최적다이각도), Plasticine(플라스티신), Conical die(원추형다이), FEM(유한요소법)

#### 1. 서론

금속성형 공정에서 성형하중은 상당히 중요한 요소이다. 특히 냉간성형 공정에서는 과도한 성형하중이 요구되며, 이는 다이 마모를 가속시키며 다이 수명 또한 짧게 만든다. 이에 성형하중을 감소시키기 위한 노력이 지속되고 있으며 Kemin[1]등은 업셋팅 공정에 회전공정을 추가하여 성형하중이 감소됨을 유한요소 해석에 의해 검증하였고, Kim[2][3]등은 업셋팅 및 후방압출 공정에 펀치의 회전공정을 추가하여 성형하중이 감소됨을 상계해석을 통하여 검증하였으며, Kong 과 Hodgson[4]은 전방압출 공정에 다이의 주기적인 회전(cyclic torsion)을 주어 성형하중이 감소됨을 검증하였다.

또한 전방압출 공정중 원추형 다이의 경우 데드메탈 존 생성은 하중의 심각한 증가를 초래한다. 이에 Alexandrov[5]등은 축대칭 전방압출 공정에 관한 이론적 분석에 의해 데드메탈 존 생성과 생성각도에 관하여 연구한 바 있다.

본 논문에서는 전방압출 공정에 다이의 회전을 추가하여 유선함수에 의한 속도장으로 상계해석하여 성형하중을 예측하였으며 이 결과를 토대로 최적화 기법을 사용하여 성형하중을 최소화하는 압출 다이의 최적각도를 계산하였다. 이론해석 결과를

토대로 모델재료인 플라스티신을 이용한 실험과 DEFORM3D 를 이용한 시뮬레이션에 의해 이를 검증하였다.

#### 2. 수학적 접근

3 차원 공간에서의 속도장(velocity field)을 두 개의 유선함수(stream function)로 표현하였다. Yih[6]에 의한 3 차원 비압축성 유동의 속도 성분을 아래와 같이 표현하였다.

$$V = \nabla\phi \times \nabla\psi \tag{1}$$

유선함수에 의한 속도장 접근은 수식(1)에 의하여 미지수의 수를 둘로 줄일 수 있으며, 비압축성 조건은 자동으로 만족하게 된다. 또한 형상함수 정의에 의해 conical 형상 뿐만 아니라 stream-lined die, cosine die, hyperbolic die 등에도 형상함수의 변화에 따라 적절하게 응용이 가능하다.

#### 2.1 비틀림 전방압출 공정에서의 유선함수

펀치는  $v_p$  의 속도로 움직이고, 다이는 각속도  $\omega$  로 회전하는 공정이다. 다이의 형상은 형상함수  $R(z)$ 로 표현하였으며 본 논문의 공정에서는 직선형인 conical die 형상으로 다음과 같은 함수를 사용하였다.

$$R(z) = r_0 - \tan \alpha \cdot z \quad (2)$$

여기서,  $r_0$ 는 재료의 초기반경이며,  $\alpha$ 는 압출다이의 다이각도이다.

Fig1.은 비틀림 전방압출 공정에서 원통 좌표계에 의한 해석모델 및 장치도이다.

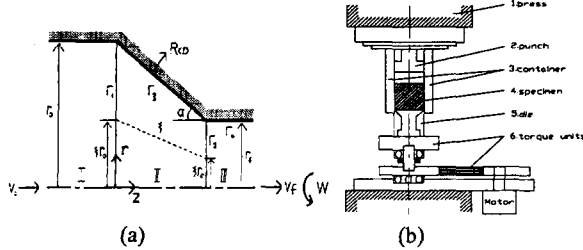


Figure 1. (a)analytical model considered torsional forward extrusion  
(b)schematic view of equipment

속도장을 결정하기 위해 원통 좌표계에 의한 두 개의 유선함수를 이용하였다.

$$\phi = \phi(r, z), \quad \psi = \psi(\theta, z) \quad (3)$$

위의 유선함수에 의한 속도장은 다음과 같다.

$$v_r = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (4)$$

$$v_\theta = -\frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (5)$$

$$v_z = \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (6)$$

Fig1.(a)의 해석모델에서 입구부분의 임의의 위치  $r_0\xi$ 에서의 유량을 고려하여 다음과 같이 유선함수를 가정할 수 있다.

$$\phi = \frac{\pi}{2} v_0 (r_0 \xi)^2 \quad (7)$$

여기서  $\xi$ 는 변형구간 내에서의 임의의 유선을 나타내며 다음과 같은 관계를 가진다.

$$r = \xi R(z), \quad (0 \leq \xi \leq 1) \quad (8)$$

또한 유선  $\xi$ 에 따라 유동된다는 가정하에 경계조건을 적용하여 편미분 정리하면 또 하나의 유선함수를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\psi = \frac{1}{\pi} \theta - \frac{1}{2\pi} \frac{a r \omega}{v_0 r_0^2} \frac{R^2(z)}{R'(z)} \quad (9)$$

여기서,  $a$ 는 미끄럼 상수로서 다음과 같다.

$$a = \omega_{billet} / \omega_{die} \quad (10)$$

## 2.2 유선함수를 이용한 속도장

편차와 다이는 강체로 가정하였으며 재료는 등방성이고, 비압축성이며 Von-Mises 항복조건을 따른다.

다. 변형 중의 온도 변화는 무시하며, 마찰 조건은 소성 변형중 일정하며 다음과 같은 조건을 따른다.

$$\tau = mk \quad (11)$$

( $m$ :마찰상수,  $k$ :순수 전단 항복 응력)

수식 (4),(5),(6)에 (7),(9)식을 적용 편미분 정리하면 다음과 같은 속도장을 얻을 수 있으며 이 속도장은 경계조건 및 비압축성 조건을 모두 만족한다.

$$v_r = v_0 r_0^2 \frac{R'(z)}{R^3(z)} \frac{r}{R(z)} \quad (12)$$

$$v_\theta = a \omega \frac{r^2}{R(z)} \quad (13)$$

$$v_z = v_0 \frac{r_0^2}{R^2(z)} \quad (14)$$

## 2.3 상계 해석에 의한 성형 하중

위에서 유도되어진 속도장에 의해 비틀림 전방 압출공정의 성형하중을 상계해석(upper bound analysis)을 이용하여 계산하였다.

$$j^* = W_i + W_s + W_f \quad (15)$$

여기서,  $j^*$ 는 외부에서 가한 에너지율,  $W_i$ 는 내부 변형 에너지율,  $W_s$ 는 전단변형 에너지율,  $W_f$ 는 마찰손실 에너지율을 각각 나타낸다.

내부변형 에너지율은 다음과 같다.

$$W_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV \quad (16)$$

속도 불연속면 즉, 요소와 요소 사이의 경계에서의 전단변형 에너지율은 다음과 같다.

$$W_s = \int \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} |\Delta V_s| dS_s \quad (17)$$

다이와 재료의 접촉면에서 발생하는 마찰손실 에너지율은 다음과 같다.

$$W_f = \int m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} |\Delta V_f| dS_f \quad (18)$$

여기서,  $|\Delta V_s|$ 는 전단면에서의 속도 불연속량으로 경계  $\Gamma_1, \Gamma_2$ 에서 발생하며 다음과 같다.

$\Gamma_1, \Gamma_2$ 에서의 속도 불연속량

$$|\Delta V_s| = \sqrt{v_r^2 + \{(1-a)r\omega\}^2} \quad (19)$$

여기서,  $|\Delta V_f|$ 는 소재와 다이 접촉면  $\Gamma_3, \Gamma_4$ 에서의 속도 불연속량으로 다음과 같다.

$\Gamma_3$ 에서의 속도 불연속량

$$|\Delta V_f| = \sqrt{\left\{ \left(1 + \tan \alpha\right) \frac{v_0 r_0^2}{r^2} \right\}^2 + \{(1-a)r\omega\}^2} \quad (20)$$

$\Gamma_4$ 에서의 속도 불연속량

$$|\Delta V_f| = \sqrt{v_f^2 + \left\{ (1-a)r_f\omega \right\}^2} \quad (21)$$

외부에서 가한 에너지율  $j^*$  는 수직방향 편치와 다이의 회전(여기서 회전부는 Fig.1(a)에서 II, III 영역이다)에 의한 에너지율이다.

$$j^* = P_k \cdot V_p + M \cdot \omega \quad (22)$$

$$M = \int \tau ds_m \quad (23)$$

따라서, 비틀림 전방압출 공정의 성형하중은 다음과 같다.

$$P_k = \frac{W_i + W_s + W_f - M \cdot \omega}{V_p} \quad (24)$$

### 3. 실험

분석결과를 검증하기 위하여 플라스틱을 이용하여 실험을 수행하였으며 DEFORM3D 를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다.

플라스틱의 기초 실험에 관한 마찰 특성과 유동 특성은 Kim[7]등의 연구에서 언급되었으며, 유동응력과 변형률 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\sigma = 0.224\varepsilon^{-0.117} \quad (25)$$

실험장치는 5ton hydraulic model press 로 다이 회전을 주기 위한 장치를 고안하여 프레스에 장착하였으며, DC 서보 모터의 회전력이 기어 트랙에 의해 다이에 전달된다.

초기 소재는 원통재료로서 직경 40mm, 높이 40mm 로 준비하였다. 편치의 속력은 1mm/s, 다이의 회전 속도는 0.042, 0.071, 0.091, 0.115, 0.133, 0.154, 0.182rev/s 이며 윤활은 탈크 파우더(Talc powder)를 이용하였으며 마찰계수는 0.4 이다.

### 4. 결과 및 고찰

비틀림 전방 압출 공정에서 유도되어진 속도장에 의해 성형 하중을 예측하였으며, 최적화 기법인 FTM(Flexible Tolerance Method)을 사용하여 최적각도를 계산하였다. 여기서, 최적각도는 성형하중이 최소일 때의 다이각도를 나타내며 기본이론은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (P_k) = 0 \quad (26)$$

여기서,  $P_k$  는 압출력을 나타낸다.

Fig2.는 다이의 회전속도 변화에 따른 성형하중을 상계해석에 의해 계산한 그래프이다. 여기서, 마찰계수는 0.4 이며 다이의 각도는 45°, 압출비  $\lambda=4$  ( $\lambda = d_0^2/d_1^2$ )이다. 다이의 회전속도가 증가함에 따라 성형

하중은 최대 25%까지 감소됨을 알 수 있으며, 이는 실험 및 시뮬레이션 결과와 잘 일치한다.

Fig3.은 다이의 회전속도에 따른 최적각도의 변화를 나타낸 그래프이다. (a)는 압출비의 변화에 따라 그리고 (b)는 마찰계수의 변화에 따른 양상을 나타낸 것이다. 두 그래프에서 알 수 있듯이 회전속도가 증가함에 따라 다이의 최적각도는 증가한다. 또한 (a)의 결과로 같은 다이 각도 상에서 단순압출이 압출비 25 인 경우 56°의 다이각도에서 압출이 용이하나 비틀림 공정에서는 압출비 4 인 경우 다이에 0.572rev/s 의 회전속도를 주면 58°까지 압출이 가능하다. 이는 큰 압출비를 요구하는 공정에서 비틀림 공정은 기존의 압출방식보다 공정단계를 줄일 수 있는 장점이 있다. 그리고 최적다이의 결과는  $\lambda = 4$ ,  $P/\sigma_0 = 2.63$  일때 최적각도  $\alpha_{opt} = 42^\circ$  로서, Alexandrov[5]의  $\lambda = 4$ ,  $P/\sigma_0 = 2.87$  일때 최적각도  $\alpha_{opt} = 45^\circ$  와 근사한 값을 가짐을 알 수 있다.

Fig4.는 다이의 회전속도에 따른 최적각도의 비를 나타낸 그래프이다. (a)에서 알 수 있듯이 압출비가 증가할수록 최적각도의 증가비가 가속됨을 알 수 있으며, 압출비  $\lambda=4$  인 경우 최적각도는 최대 35%까지 증가한다. (b)는 마찰계수의 변화에 따른 최적각도의 증가비이다.

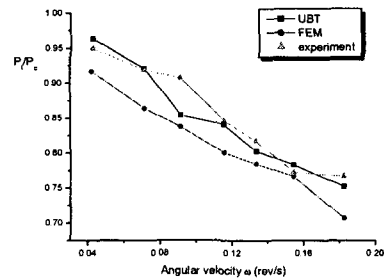


Figure 2. relative pressure( $P_r/P_c$ ) to the angular velocity  $P_r, P_c$  : pressure of the torsional & conventional forward extrusion

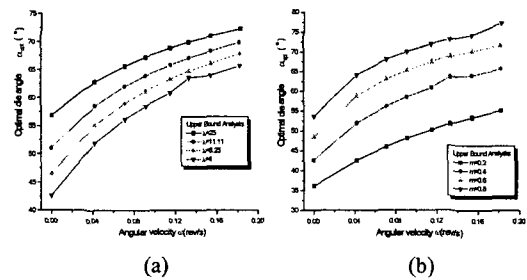


Figure 3. optimal die angle( $\alpha_{opt}$ ) to the angular velocity (a) optimal die angle to the extrusion ratio,  $\lambda$  (b) optimal die angle to the friction factor,  $m$

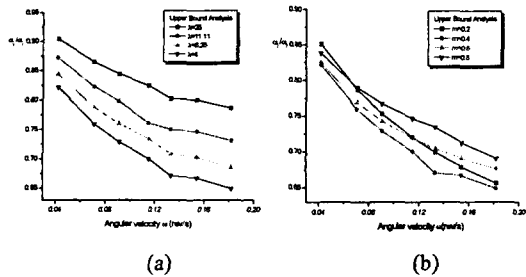


Figure 4. relative optimal die angle( $\alpha_c/\alpha_t$ ) to the angular velocity

(a) relative optimal die angle to the extrusion ratio,  $\lambda$

(b) relative optimal die angle to the friction factor,  $m$

$\alpha_t, \alpha_c$ : optimal die angle to the torsional & conventional forward extrusion

Fig5.는 FE-simulation 에 의한 재료 내부단면의 유효 변형률 분포이다. 압출 제품의 변형률 분포를 비교하면 단순 압출(a) 공정보다 비틀림 공정이 추가된 공정(b),(c)에서 더 크고 균일한 분포를 보이고 있다. 그리고 회전속도가 증가할수록 더욱 균일하고 큰 변형이 생김을 알 수 있으며 단순 압출의 경우 제품 내부의 변형이 적으며 다이 접촉부에 변형이 밀집되어 있는 것을 볼 수 있는 반면 비틀림 공정에서는 제품 내부에까지 큰 변형을 가지며 고른 분포 양상을 보인다. 이러한 결과로 central burst 등의 내부결함을 방지 할 수 있으며 기계적 성질 향상에 도움을 줄 수 있음을 알 수 있다. 그러나 회전속도가 너무 크게 되면 (d)와 같이 변형률 값은 크나 단순압출과 유사하게 재료내부의 변형이 적어 불균일 변형을 가지게 된다.

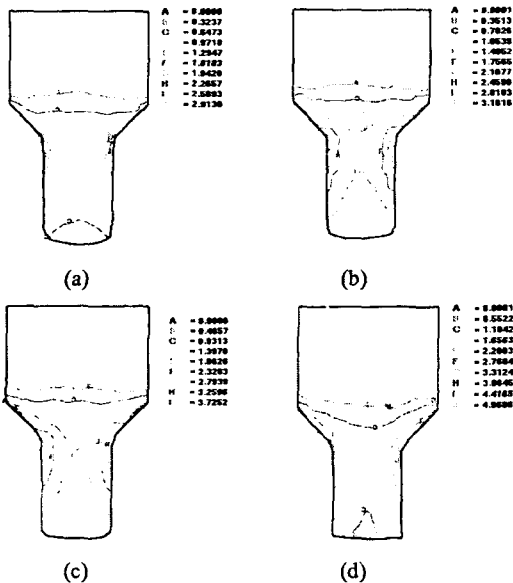


Figure 5. Effective strain distributions ( $m=0.4, \lambda=4$ )

(a)conventional forward extrusion

(b)torsional forward extrusion( $\omega=0.042\text{rev/sec}$ )

(c)torsional forward extrusion( $\omega=0.091\text{rev/sec}$ )

(d)torsional forward extrusion( $\omega=0.182\text{rev/sec}$ )

#### 4. 결론

비틀림 전방압출 공정은 기존의 전방압출 공정에 비해 성형하중을 감소시키며 회전에 의한 효과로 압출다이의 최적각도를 증가시킬 수 있다. 성형하중감소는 큰 성형하중이 요구되는 냉간 성형 공정에 유용하며 다이 수명향상에 도움을 줄 수 있다 그리고 압출다이의 최적각도의 증가는 큰 압출비를 요구하는 공정에서 기존의 압출방식보다 공정단계를 줄일 수 있는 이점이 있다 또한 비틀림 공정에 의한 제품은 단순압출의 경우보다 큰 유효 변형률과 고른 분포를 가지어 소재 내부결함 방지 및 기계적 성질을 우수하게 할 수 있다.

#### 참고문헌

1. X. Kemin, W. Zhen and L. Yan, "FEM Analysis of Cylinder Twist-Compression Deformation Regularity" Journal of Materials Processing Technology, Vol. 69, pp. 148-151, 1997.
2. Y. H. Kim, Y. E. Jin, J.H. Park, Y. Lee, "An Analysis of the Torsional Forming Process using the Dual Stream Function", Proceedings of the 8th Int. Con. on Metal Forming, Poland, pp. 741-745, 2000.
3. Y. H. Kim, J.H. Park, Y. E. Jin, "An Analysis of plastic deformation for twist-assisted upset forging of cylinder billets", Instn Mech Engrs, Vol.215, part. B, pp. 883-886, 2000.
4. L. X. Kong and P. D. Hodgson, "Material Properties under Drawing and Extrusion with Cyclic Torsion" Materials Sciences and Engineering, A308, pp. 209-215, 2001.
5. S. Alexandrov, G. Mishuris, W. Miszuris, R. E. Sliwa, "On the dead-zone formation and limit analysis in axially symmetric extrusion", International journal of Mechanical Sciences, Vol. 43, pp. 367-379, 2001.
6. C.S. Yih, "Stream Functions in Three Dimensional Flows", La Houille Blanche, Vol. 12, pp. 445-450, 1957.
7. 김영호, 배원병, 이종현, "MMT 를 이용한 Al-7075 열간 압출 단조의 가공하중 예측", 한국소성가공학회 논문집, 2 권, 3 호, pp.37-50, 1993.