

## 회전 관절형 로봇 매니플레이터의 강인제어

신규현\*(울산대 대학원 기계자동차공학과), 이수한(울산대 기계자동차공학과)

### Robust Control of a Robot Manipulator with Revolute Joints

Shin, Kyu Hyeon and Lee, Soo Han (School of Mech. & Auto. Eng., UOU)

#### ABSTRACT

In this paper, a robust controller is proposed to control a robot manipulator which is governed by highly nonlinear dynamic equations. The controller is computationally efficient since it does not require the dynamic model or parameter values of a robot manipulator. It, however, requires uncertainty bounds which are derived by using properties of serial link robot dynamics. The stability of the robot with the controller is proved by Lyapunov theory. The results of computer simulations show that the robot system is stable, and has excellent trajectory tracking performance.

**Key Words :** Robot manipulator (로봇 매니플레이터), Robust control (강인제어), Lyapunov theory (리아푸노프 이론), Gershgorin theorem

#### 1. 서론

로봇 매니플레이터의 운동방정식은 복잡한 비선형항과 마찰, 외란, 하중의 변화 등과 같은 불확실한 요소들로 구성되어 있다. 또한 일부 비선형항들은 로봇의 자세, 속도에 민감하고 관절사이의 연성 때문에 단순한 비례-적분-미분 제어기로는 정밀한 제어가 어렵다.<sup>(2)</sup> 그래서, 정밀한 제어를 위하여 여러 가지 비선형 제어가 연구되어 왔다.<sup>(2,3,4,5,8,9,11)</sup>

그 중 가장 알려져 있는 비선형 제어기는 계산 토크 제어기(Computed-Torque Controller)이다. 그러나, 하중의 변화, 마찰력 등의 변수를 정확히 알기 어렵고 계산량이 많기 때문에 다축 로봇을 실시간으로 제어하는 것은 매우 어렵다.<sup>(3,7)</sup> 퍼지 제어기나 신경회로망에 대한 연구가 많이 진행되어 왔는데 시스템에 대한 사전 지식이 없어도 학습이나 경험을 통해 제어가 가능하다는 장점은 있으나 시스템의 안정도 해석이 어렵고 학습 속도가 느린 단점이 있다.<sup>(2,10)</sup> 또한 매니플레이터 제어를 시스템의 불확실성에 초점을 둔 연구가 진행되어 왔는데, 그 중 대표적인 것이 강인제어(Robust Control)와 적응제어(Adaptive Control)이다. 여기서 적응제어는 간혹 복잡한 적응 법칙으로 인해 많은 양의 온라인 계산이 필요한 경

우도 생긴다.<sup>(1,12)</sup>

본 연구에서는 제어기 계산량이 비교적 적은 강인제어를 제안한다. 먼저 비선형항들의 제한 범위를 구하고, 여기서 구한 제한 범위를 제안한 제어기의 안정도 해석에 사용한다. 그 다음 리아푸노프(Lyapunov) 이론<sup>(1)</sup>을 적용하여 제안한 제어기의 안정도를 증명한다. 이처럼 강인제어는 정확한 동적 모델링을 필요로 하지 않기 때문에 제어기 설계가 간편하다. 본 제어기는 속도 오차와 위치 오차의 측정만으로 제어토크가 계산된다. 마지막으로 전산 모의 실험을 통해 제어기의 성능을 검증한다.

#### 2. 로봇의 운동방정식 및 특성

일반적으로 로봇의 운동방정식은 다음과 같다.<sup>(1)</sup>

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + F_d\dot{\theta} + F_s(\theta) + T_d \quad (1)$$

여기서,  $\theta$ 는 관절 변수로  $n \times 1$  벡터,  $M(\theta)$ 는 관성행렬로 양의 한정인  $n \times n$  행렬,  $V(\theta, \dot{\theta})$ 는 코리올리력 및 원심력 항을 포함하는  $n \times n$  행렬,  $G(\theta)$ 는 중력 항을 포함하는  $n \times 1$  벡터이다.  $F_d$ 는 일정한 값

의 대각 행렬로 동적 마찰 항을 포함하는  $n \times n$  행렬,  $F_s(\theta)$ 는 정적 마찰 항을 포함하는  $n \times 1$  벡터, 그리고  $T_d$ 는 부정확하게 모델링된 운동방정식에 주어지는 추가적 외란으로  $n \times 1$  벡터이고,  $\tau$ 는 일반화된 힘으로  $n \times 1$  벡터이다. 식(1)은 식 유도 편의상 아래와 같이 표시한다.

$$\tau = -M(\theta)\dot{r} - V(\theta, \dot{\theta})r + w. \quad (2)$$

여기서,  $n \times 1$  벡터인  $r$ 은 위치오차 벡터와 속도오차 벡터에 동일한 가중치를 준 것으로  $r = e + \dot{e}$  이고,  $w$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$w = M(\theta)(\dot{\theta}_d + \dot{e}) + V(\theta, \dot{\theta})(\dot{\theta}_d + \dot{e}) + G(\theta) + F_d\dot{\theta} + F_s(\theta) + T_d. \quad (3)$$

식(3)은 로봇의 동적 특성<sup>(1)</sup>을 이용하여 유도하면 아래와 같이 제한됨을 알 수 있다.

$$\|w\| \leq \delta_0 + \delta_1 \|e\| + \delta_2 \|\dot{e}\| + \delta_3 \|e\| \|\dot{e}\|. \quad (4)$$

여기서,  $\delta_0, \delta_1, \delta_2$ , 그리고  $\delta_3$ 은 양의 상수이다.

### 3. 제어기 설계

본 연구에서는 아래와 같은 강인제어기를 제안한다.

$$\tau = k_p e + k_v \dot{e} + k_a \|e\| \|r\| + V_R. \quad (5)$$

여기서,

$$V_R = \frac{\delta_0^2 r}{\|r\| \delta_0 + \varepsilon}$$

이고,  $\dot{\varepsilon} = -k_\varepsilon \varepsilon$ ,  $\varepsilon(0) > 0$ 이며,  $k_p, k_v, k_a$ , 그리고  $k_\varepsilon$ 은 양의 스칼라 량이다.

제안한 제어기의 블록선도는 Fig. 1과 같다.

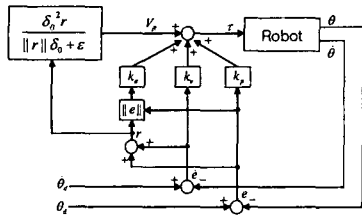


Fig. 1 Block diagram of the proposed controller  
본 연구에서 제안한 강인제어기의 안정성을 증명

하기 위해 리아푸노프의 직접법을 사용한다. 먼저, 다음과 같은 리아푸노프 함수 후보를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} r^T M(\theta) r + \frac{1}{2} k_p e^T e + \frac{1}{2} k_v \dot{e}^T \dot{e} + k_\varepsilon^{-1} \varepsilon. \quad (6)$$

식(6)을 미분한 후, 식(2)과 식(5)을 이용하여 정리하면 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} r^T \{M(\theta) - 2V(\theta, \dot{\theta})\} r + r^T w \\ & - r^T V_R - k_p e^T \dot{e} - k_v \dot{e}^T \ddot{e} \\ & - k_a \|e\| r^T r - \dot{\varepsilon}. \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, 왜대칭 행렬(Skew-Symmetric Matrix)의 성질,  $\delta_1 \|r\| \|e\| \leq \delta_1 (\|e\| + \|\dot{e}\|) \|e\|$ ,  $\delta_2 \|r\| \|\dot{e}\| \leq \delta_2 (\|e\| + \|\dot{e}\|) \|\dot{e}\|$ , 그리고 식(4)을 이용하면 아래의 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_p \|e\|^2 - k_v \|\dot{e}\|^2 - k_a \|e\| \|r\|^2 \\ & - r^T V_R - \dot{\varepsilon} + \delta_0 \|r\| + \delta_1 \|e\|^2 \\ & + \delta_2 \|\dot{e}\|^2 + (\delta_1 + \delta_2) \|e\| \|\dot{e}\| \\ & + \delta_3 \|e\| \|\dot{e}\| \|r\|. \end{aligned} \quad (8)$$

만약  $k_a - \delta_3 > 0$ 를 만족한다면, 식(8)은 다음과 같이 간단한 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -X^T Q X, \\ \leq & 0. \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$$Q = \begin{bmatrix} k_p - \delta_1 & -\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \\ -\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} & k_v - \delta_2 \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} \|e\| \\ \|\dot{e}\| \end{bmatrix}$$

이다.  $V$ 가  $V \leq 0$ 을 만족할 때 전체 계(System)는 점근 안정하므로, 조건을 만족시키기 위해서는 행렬  $Q$ 가 양의 한정(Positive Definite)이어야 한다. Gershgorin 정리<sup>(1)</sup>를 이용하여 행렬  $Q$ 가 양의 한정일 조건을 구하면,

$$k_p > \frac{3}{2} \delta_1 + \frac{1}{2} \delta_2, \quad k_v > \frac{1}{2} \delta_1 + \frac{3}{2} \delta_2, \quad (10)$$

$$k_a > \delta_3 \quad (11)$$

이다.

그러므로 본 논문에서 제안한 제어기에 의한 로봇 매니플레이터 시스템은 식(10)와 식(11)의 조건을 만족할 때 점근 안정하다.

#### 4. 전산 모의 실험

제안한 제어기의 안정도와 제어성능을 알아보기 위하여 전산 모의 실험을 실시한다. 적용한 로봇 모델은 2관절 로봇이고, 식(1)의 운동방정식에 사용되는 행렬들은 다음과 같다.

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} M_{11}(\theta) & M_{12}(\theta) \\ M_{21}(\theta) & M_{22}(\theta) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$V(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} h\dot{\theta}_2 & h(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ -h\dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} G_1(\theta) \\ G_2(\theta) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

여기서,

$$\begin{aligned} M_{11}(\theta) &= m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos \theta_2) \\ &\quad + I_1 + I_2, \\ M_{12}(\theta) &= M_{21}(\theta) = m_2(l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_2, \\ M_{22}(\theta) &= m_2 l_{c2}^2 + I_2, \\ h &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2, \\ G_1(\theta) &= (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos \theta_1 \\ &\quad + m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ G_2(\theta) &= m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

이다. 식(1)의 마찰력 항은 아래와 같이 가정하였고, 외란은 포함시키지 않았다.

링크 1:  $F_d \dot{\theta} + F_s(\theta) = 2\dot{\theta}_1 + 5.5 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1)$ ,  
 링크 2:  $F_d \dot{\theta} + F_s(\theta) = 0.2\dot{\theta}_2 + 0.1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_2)$ .  
 (15)

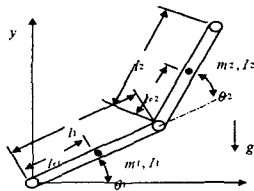


Fig. 2 Two-link robot manipulator  
 기준 궤적은 스텝함수를 선택하였고, 기준 궤적으

로 이동하는 동안에는 사이클로이드 함수를 적용하였다. 사용한  $\delta$ ,  $k_p$ ,  $k_v$ ,  $k_a$  값과  $k_e$ 의 값은 Table 1과 Table 2에 각각 나타내었다.

Table 1 Uncertainty bounds

$\delta_0$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$
400	20	40	5

Table 2 Values of  $k_p$ ,  $k_v$ ,  $k_a$  and  $k_e$

$k_p$	$k_v$	$k_a$	$k_e$
500	100	10	0.1

제안된 제어기의 성능비교를 위해 다음과 같은 PD제어기를 선정한다.

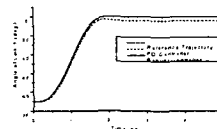
$$\tau = k_p e + k_v \dot{e}. \quad (16)$$

PD제어기는 비교의 목적으로 강인제어기의 PD항과 이득 값이 같도록 정하였다.

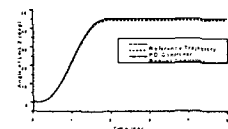
Fig. 3는 부하질량이 없는 경우이다. Fig. 3 (c), (d), (e), (f)에서 PD제어기의 최대 위치오차와 최대 속도오차는 링크1, 링크2에 대해 각각 4.2279 deg, 1.0176 deg, 4.9459 deg/s, 1.2805 deg/s인 반면에 제안된 제어기의 경우는 0.0118 deg, 0.0034 deg, 0.000037 deg/s, 0.000005 deg/s로 아주 작았다. 또한 PD 제어기는 위치오차가 4.2279 deg, 0.8622 deg로 유지되는 반면에 제안된 제어기의 오차는 영으로 수렴하였다. Fig. 3 (g), (h)의 제어력을 보면, PD제어기나 제안된 제어기의 제어력은 그 크기와 경향이 비슷함을 알 수 있다.

Fig. 4은 로봇의 끝에 부하질량 5kg을 달았을 경우이다. Fig. 3의 경우와 비교할 때 PD제어기는 위치 및 속도오차가 모두 2배 이상 증가하였고, 제안된 제어기도 오차는 증가했지만 그 크기는 아주 작았다. 또한 제안된 제어기의 위치오차는 영으로 수렴하였다. 이 결과로부터 제안한 제어기가 로봇의 동적 변수들이 변화여도 강인하게 제어함을 알 수 있다.

본 연구에서 제안한 제어기는 전산 모의 실험에서도 안정함을 보였고, PD제어기에 비해서 성능이 월등함을 알 수 있었다.



(a) Trajectory of link 1



(b) Trajectory of link 2

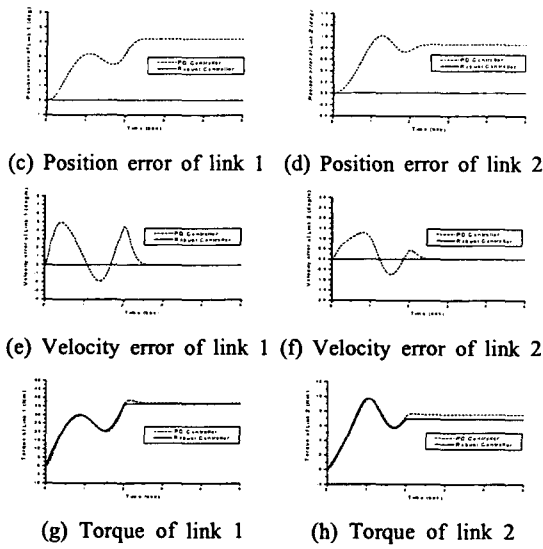


Fig. 3 Trajectory tracking simulation (without payload)

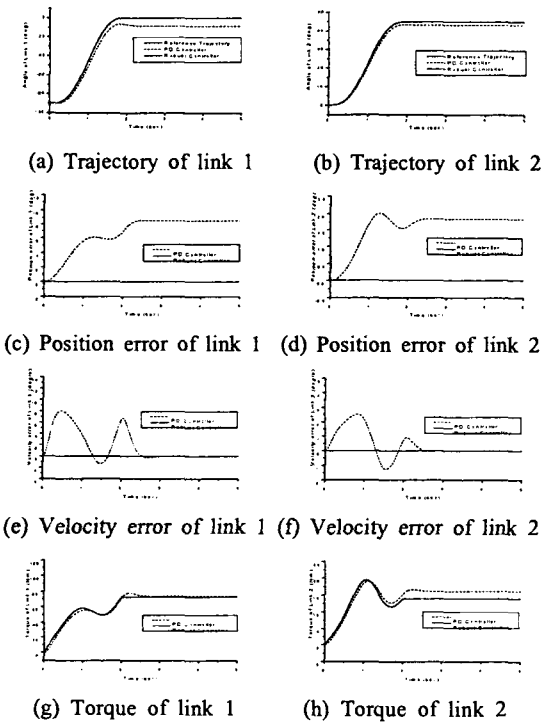


Fig. 4 Trajectory tracking simulation (with payload)

## 5. 결론

로봇은 매우 복잡한 비선형 운동을 하므로, 선형 제어기로 로봇을 정확히 제어하기에는 한계가 있다. 이러한 점을 극복하기 위해 본 연구에서는 강인제어기를 제안하였다. 먼저 동적 모델이나 변수 대신 직

렬 로봇의 특성을 이용하여 운동의 한계를 구했고, 구한 운동의 한계를 이용하여 간단하고 계산량이 작은 강인제어기를 설계하였다. 리아푸노프 이론을 이용하여 제안된 제어기가 이론적으로 점근 안정함을 증명하였고, 마지막으로 전산 모의 실험을 통하여 제안한 제어기가 PD제어기에 비하여 궤적 추적 제어 성능이 월등함을 보였다.

## 참고문헌

- [1] F. L. Lewis, C. T. Abdallah and D. M. Dawson, "Control of Robot Manipulators", Macmillan Publishing company, 1993.
- [2] S.S. Ge, "Advanced Control Techniques of Robotic Manipulators", Proc. Amer. Control Conf., pp.2185 ~ 2199, June 1998.
- [3] M. J. Er, "Recent Development and Futuristic Trends in Robot Manipulator Control", Motion Control Proceedings, pp. 106 ~ 111, 1993.
- [4] C. Ham and Z. Qu, "A New Nonlinear Learning Control for Robotic Manipulators", Advanced Robotics, 10, (5), pp. 1 ~ 15, 1996.
- [5] Z. Qu and D. Dawson, "Robust Tracking Control of Robot Manipulators", IEEE Press, New York, 1996.
- [6] John J. Craig, "Introduction to Robotics Mechanics and Control", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.
- [7] John J. Craig, "Adaptive Control of Mechanical Manipulators, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1988.
- [8] K. K. D. Young, "Controller Design for a Manipulator Using Theory of Variable Structure Systems", IEEE Trans. system, Man & Cyber., Vol. SMC-8, No.2, pp.101 ~ 109, 1978.
- [9] V. I. Utkin, J. Guldner and J. Shi, "Sliding Mode Control in Electromechanical Systems", Taylor & Francis, Inc., 1999.
- [10] C. Ham, Z. Qu and R. Johnson, "Robust Fuzzy Control for Robot Manipulators", IEE Proc. -Control Theory Appl., Vol. 147, No.2, pp. 212 ~ 216, March 2000.
- [11] Mark W. Spong and M. Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control", John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- [12] Y. H. Chen, G. Leitmann and J. S. Chen, "Robust Control for Rigid Serial Manipulators; A General Setting", Proc. Amer. Control Conf. Philadelphia, Pennsylvania, pp. 912 ~ 916, June 1998.