

## DC 모터 구동시스템의 동역학 해석 모델 개발

김무진\*(포항공대 대학원 기계공학과), 문원규(포항공대 기계공학과), 배대성(한양대 기계공학과), 박일한(성균관대 전자전기컴퓨터공학부), 최진환(경희대 기계산업시스템공학부)

Development of a dynamics analysis model of mechanical system driven by DC motors

M. Kim\*(Mecha. Eng. Dept. POSTECH), W. Moon(Mechanical Eng. Dept., POSTECH), D. Bae (Mechanical Eng. Dept., Hanyang Univ.), I. Park(Electrical. Eng. Dept, SungyunKyan Univ.), J. choi (Mecha. Eng. Dept., Kyunghee Univ.)

### ABSTRACT

When one is interested in the dynamics of a mechanical system with electric motors, the force generated by the motor is generally considered as only an applied torque or force independent of mechanical state variables such as velocity. For a system operated in non-steady dynamic conditions, however, the usual analysis approach may fail to predict some characteristics in the dynamic behaviors because of electromechanical coupling effects. In this paper, we propose dynamics analysis model in which dc motor dynamics with the electromechanical coupling effects are embedded to mechanical dynamics models. The dc motor is modeled based on its equivalent circuit model and included in the dynamics solving algorithm which we developed before, called generalized recursive dynamics formula. The developed dynamic analysis model is effective and realistic for analysis of electromechanical dynamics of a system with dc motors. The developed model is evaluated by constructing and simulating the flexible antennas of an artificial satellite driven by dc motors.

**Key Words** : Electromechanical coupling effect(전기 기계 결합 효과), Recursive dynamics formula(회귀 동역학 공식), DC motor equivalent circuit modeling (등가 회로 모델링), Artificial satellite model(인공위성 모델)

### 1. 서론

산업계의 많은 시스템들은 전기모터를 통해 구동력을 얻는다. 모터는 전원입력에 의해 기계 구동력을 생성하지만 반대로 모터의 회전축에 작용하는 토크의 변화에 의해 속도가 결정되면 그 속도는 전원에 영향을 미치는 전기-기계 결합현상<sup>1</sup>을 가진다. 그러나 기존의 해석 프로그램들은<sup>2,3</sup> 이런 특성을 간과한 채, 모터에서 생성되는 시스템 구동력을 시스템의 운동을 일으키는 외력으로만 취급할 수 밖에 없었다. 그러나 모터로 구동되는 시스템의 동특성을 확인하고자 한다면 이 방법은 적합하지 않다. 반면에 전기-기계 결합현상을 포함하는 모터의 동역학이 시스템 모델에 포함된다면 시스템의 정확한 동특성을 파악하고 시스템 동작의 허용 조건 및 제한을 시스템 설계 시에 반영하여 실제 시스템의 개선에 더욱 효과적인 도움을 줄 수 있다.

우리는 앞서 상대 좌표계를 기반으로 한 동역학

해석 프로그램을 개발하였다<sup>4</sup>. 본 논문에서는 앞서 개발된 동역학 해석 알고리즘에, 현재 활용되는 전기 모터들 중에 가장 널리 이용되는 모터 중 하나인, DC 모터의 영향이 고려된 동역학 해석 모델을 제안한다. 본문에서는 인공위성 안테나의 유연체(flexible body) 운동에 제안한 알고리즘을 적용하여 그 효용성을 제시한다.

### 2. DC 모터 모델을 포함한 다물체 동역학 해석을 위한 알고리즘

#### 2.1 다물체 동역학 해석 프로그램

강체 시스템 해석을 위한 운동방정식은 절대 좌표계 또는 독립된 조인트(joint) 기준의 상대 좌표계로 표현될 수 있다<sup>5</sup>. 절대 좌표계를 기반으로 만들어진 다물체 동역학의 일반화된 해석기법은 이미 연구되었지만 소거 가능한 항들도 포함되어 계산되므로 불필요한 계산이 증대될 수 있다<sup>5</sup>. 상대 좌표

계에서의 시스템 운동 해석은 최소 독립된 운동방정식으로 기술되어 간결하게 표현된다<sup>4</sup>. 그리고 대부분의 시스템에서 DC 모터에 발생하는 구동력은 각 강체 요소들의 조인트 부분에서 작용하므로 상대 좌표계 기준의 운동방정식에 쉽게 적용이 가능하다. 그러나 상대 좌표계 기준의 시스템 운동 해석은 임의의 다물체 모델에 일반화된 해석기법을 제시하기가 어렵다<sup>4</sup>.

우리는 앞서 상대 좌표계를 기반으로 하는 일반화된 다물체 동역학 해석 알고리즘을 개발하였다. 개발된 알고리즘은 절대 좌표계의 동역학 방정식에 속도변환(velocity transformation) 및 일반화된 회귀공식(generalized recursive formulation)을 적용하여 상대 좌표계의 다물체에 대한 일반화된 동역학 방정식으로 재구성하고 임의의 다물체 모델도 해석이 가능하도록 알고리즘을 작성하였다. 그 내용은 참고문헌 4에서 확인할 수 있다<sup>4</sup>.

## 2.2 DC 모터 모델

동적 거동을 하는 기계시스템에 구동력을 제공하는 전기 모터는 실제 동역학 모델에 포함될 때, 모터의 기하학적 형태나, 질량 및 관성모멘트 등 기계적 성질들은 상수값으로서 시스템 모델링 시 큰 어려움 없이 적용할 수 있다. 그러나 전기-기계 결합 효과를 포함한 모터의 구동특성은 시스템의 운동과 상호 영향을 주고받아 변화하므로 적절한 변수 설정이 필요하다. 즉, 모터의 입력 파라미터인 전압, 전류와 출력 파라미터인 각속도, 토크의 관계가 정립되어야 전기-기계 결합현상이 반영된 시스템의 구동 해석이 가능하다.

모터의 공급전원과 전기자 전류(armature current) 및 전압의 관계를 정의하기 위해 등가회로 기법으로 단순하게 모델링하였다. 상미분 방정식으로 표현되므로 수치해석 시 작업부하가 적게 걸리고 모델 파라미터들의 실험적 측정으로 실제 모터의 특성을 비교적 정확하게 반영할 수 있다. 고정자에 의해 생성되는 자기장 플럭스(Magnetic field flux)는 거의 일정하게 유지되고, 또한 브러쉬에 의한 전압 강하를 무시한다면 표현식은 다음과 같다<sup>6</sup>.

$$V_i = E_a + I_a R_a + L_a \frac{dI_a}{dt} \quad (1)$$

$R_a$ 는 전기자 저항이고,  $L_a$ 는 전기자 인덕턴스이다. 두 파라미터 모두 실험을 통해 결정될 수 있다. 일반적인 DC 모터에 대해 전기자 전압은<sup>6</sup>

$$E_a = K_a \times \omega \quad (2)$$

$K_a$ 는 비례상수이다. 에너지 결합 영역의 손실(coupling field loss)을 무시하면 전기-기계 등가 에너지 관계를 통해

$$T_{out} = K_b \times I_a \quad (3)$$

$K_b$ 는 비례상수이고 식 2, 3은 모터의 전기기계 결합 요소를 나타낸다. DC 모터를 포함하는 시스템의 운동의 정밀한 해석을 원한다면 대상 모델에서 이러한 전기기계 결합 효과의 고려가 필요하다.

## 2.3 통합 동역학 해석 모델

등가 전기회로 식으로 표현된 DC 모터 모델이 동역학 방정식들에 포함되기 위해서는 모터의 등가회로 방정식의 파라미터들과 강체 모델에 대한 동역학 파라미터들 간의 관계가 규명되어야 한다. 앞서 개발한 다물체 동역학 해석 프로그램은 조인트 변수를 기준으로 한 상대적인 좌표계를 가지고 모터 구동력은 조인트 변수에 작용하므로 시스템의 전기-기계 결합효과에 두 해석식의 공통된 변수가 적용된다. 또한 전기 회로 방정식은 2차 상미분방정식이므로 동역학 해석 알고리즘에 쉽게 적용이 가능하다.

상대좌표계에서의 조인트 변수에 관한 운동방정식은 다음과 같다<sup>4</sup>.

$$F = (B^T M B) \ddot{q} + \Phi_q^T \lambda - B^T Q = 0 \quad (4)$$

$B$ 는 자코비언 행렬이고  $M$ 은 질량행렬,  $\Phi_q$ 는 구속 벡터,  $\lambda$ 는 라그랑지 멀티플라이어이다. 그리고  $q$ ,  $Q$ 는 일반화된 좌표계 및 힘 벡터이다. 모터의 전기 특성에서  $I_a = \hat{q}$ 로 정의하면  $k$ 번째 조인트에 작용하는 모터  $j$ 에 대한 등가회로식은

$$\bar{F}_j = E_{a\_j} + R_{a\_j} \dot{\bar{q}}_j + L_{a\_j} \ddot{\bar{q}}_j - V_{t\_j} = 0 \quad (5)$$

또는

$$\bar{F}_j = K_{ak} \phi_k \dot{\bar{q}}_j + R_{aj} \dot{\bar{q}}_j + L_{aj} \ddot{\bar{q}}_j - V_{ij} = 0 \quad (6)$$

모터 변수는 반드시 하나의 조인트 변수에 대응되므로  $k = j$ 로 정의할 수 있다. 본 전기-기계 결합식은 조인트 변수  $q$ 에 직접적으로 영향을 받으므로 모터  $j$ 가 작용하는  $k$ 번째 조인트 변수에 작용하는 모터의 출력 토크는

$$\bar{Q}_k = K_{a\_j} \phi_j \bar{q}_j \quad (7)$$

시스템에 포함된 구동 모터의 수가  $np$ 개 존재한다면  $\bar{F} \in R^{np}$ 이고 모터 동역학을 포함한 시스

템 총 운동방정식  $F_{tot} \in R^{nr+np}$  은

$$F_{tot} = \begin{bmatrix} F \\ \bar{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (B^T M B) \ddot{q} + \Phi_q^T \lambda - B^T Q \\ (K_a \phi)_{diag\_m} \dot{q}_n + (R_b)_{diag\_m} \ddot{q} + (L_a)_{diag\_m} \ddot{\ddot{q}} - (V_t)_{vec} \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

여기서  $(*)_{diag\_m}$  은 \*을 원소로 갖는 정방행렬,

$$(V_t)_{vec} = [V_{t1} \cdots V_{tnp}] \text{이다.}$$

모터의 전기적 변수를 포함한 시스템 전체 상태 변수  $q_{tot} = [q^T \bar{q}^T]$  를 정의하고  $\dot{q}_{tot} \equiv v_{tot}, \ddot{q}_{tot} \equiv a_{tot}$  라면 모터의 전기-기계 결합 효과가 포함된 전체 시스템의 미분대수방정식은 다음과 같다.

$$H_{tot}(p_{tot\_n}) = \begin{bmatrix} F_{tot}(q_{tot\_n}, v_{tot\_n}, a_{tot\_n}, \lambda_n, t_n) \\ \Phi(q_n, t_n) \\ \dot{\Phi}(q_n, v_n, t_n) \\ \ddot{\Phi}(q_n, v_n, a_n, t) \\ U_{tot\_0}^T (q_{tot\_n} + \beta_0 v_{tot\_n} + \beta_1) \\ U_{tot\_0}^T (v_{tot\_n} + \beta_0 a_{tot\_n} + \beta_2) \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

이때

$$p_{tot\_n} = [q_{tot\_n}^T, v_{tot\_n}^T, a_{tot\_n}^T, \lambda_n^T] \quad (10)$$

그리고  $U_{tot\_0}$  는  $R^{nr+np} \times R^{(nr+np-nm)}$  로 정방행렬  $[U_{tot\_0} \quad \Phi_q^T]^T$  가 특이점을 갖지 않도록 하는 행렬이다.

### 3. 모의 실험

동역학 해석 시 모터의 특성을 반영하지 않고 단순 토크 입력을 이용한다면 실제 모델의 운동과 크게 다른 경우가 발생할 수도 있다. 전기 모터는 전기-기계 결합 현상인 역기전력을 가지므로 실제 전압입력을 넣지 않더라도 모터 축이 회전한다면 모터에 역기전력에 의한 토크가 발생한다. 그림 1의 인공위성의 유연 안테나(flexible antenna) 모델의 동역학 해석을 통해 이러한 현상을 확인할 수 있다. 인공위성 안테나는 유연한 재질로 되어 있어 제어하기가 어렵고 민감한 동작을 보여주므로 기존의 동역학 해석과 차이점을 보여주는 데 적합하다. 인공위성 안테나는 2 개의 몸체를 가지고 각 몸체 사이 관절에 모터 2 개가 삽입되어 있다. 몸체의 크기는 1840(L)×640(W)×100(D) mm 이고 질량은 25Kg 이다. 그리고 공진주파수는 4Hz 로 가정하였다. 인공위성의 유연 안테나 모델링을 위해 판을 10 개

의 블록으로 나누어 각각의 블록간 굽힘모멘트에 의한 상대적 변위를 연결시켜 안테나의 변형을 확인할 수 있도록 하였다. 이용되는 모터는 브러시리스 DC 모터로서 표 1 에서 나타난 실제 모터의 파라미터를 적용한다<sup>7</sup>. 그리고 이용된 기어비는 1:100 이고 인공위성의 이용환경에 따라 중력은 작용하지 않고 마찰력은 해석결과를 명확히 비교하기 위해 무시하였다.

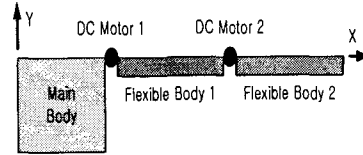


Fig. 1 Flexible antenna model of artificial satellite

Table 2 DC motor parameters (Parker Hannifin Co.)<sup>7</sup>

Parameter	Units	Value
Peak Current	Amps Peak	32.2
Voltage Constant	Volts/rad/s	0.468
Torque Constant	Nm/Amp Peak	0.402
Resistance	Ohms	0.96
Inductance	MH	15.09
Viscous Damping	Nm/Krpm	$1.2 \times 10^{-2}$
Static Friction	Nm	$2.9 \times 10^{-2}$
Maximum Bus Voltage	Volts DC	340
Rotor Inertia	$7.1 \times 10^{-5}$	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$
Motor Weight	4.3	Kg

DC 모터 모델을 고려한 모의 실험에서 모터 1 에는 0V 전압을 입력하고 모터 2 에는 톱니파를 입력하였다. 그림 2 는 모터 2 의 입력 전압에 의해 발생하는 모터의 출력 토크이다. 인덕턴스 및 역기전력의 영향으로 약간의 찌그러진 펄스 형태로 볼 수 있다. 그림 3 은 유연체 1 의 회전각이다. 모터의 전기 기계 결합 효과는 모터 1 의 조인트를 고정시키는 역할을 한다. 그림 3 을 통해 유연체 1 의 움직임은 거의 없다는 것을 알 수 있다. 그림 4 는 유연체 2 의 끝단의 Y 축 변위를 나타낸다. 유연체 1 이 거의 고정되어 있는 덕분에 유연체 2 는 수평한 방향으로 거의 복귀하였다.

반면 모터 모델을 고려하지 않은 채 위와 유사한 모의 실험을 했을 때 다른 결과를 확인할 수 있다. 앞선 경우와 동일한 레벨의 토크를 입력한 경우에 그림 5 는 유연체 1 이 회전한 각이다. 모터의 영향이 고려되지 않아 모터 2 에서 발생하는 구동력의 반작용이 그대로 반영되었음을 알 수 있다. 이것은 유연체 2 의 움직임에도 영향을 미쳐 유연

체 2의 복귀 시 가속도의 크기는 줄어들게 된다. 결국 그림 6에서 보는 바와 같이 유연체 2의 끝단의 움직임은 아래로 처진 상태를 유지하게 된다.

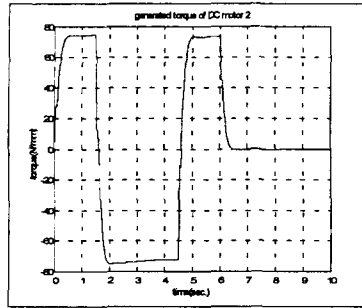


Fig. 2 Motor 2 output torque generated by input voltage

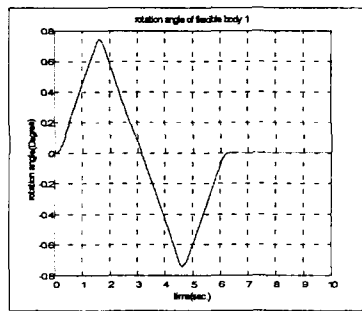


Fig. 3 Rotation angle of flexible body 1

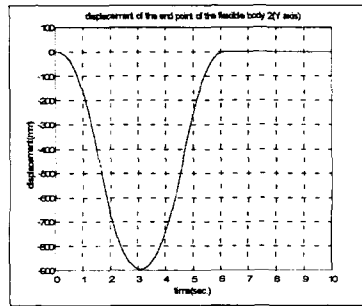


Fig. 4 Y axis displacement of the flexible body 2

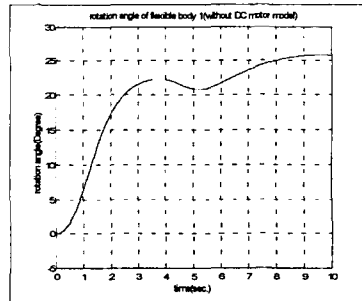


Fig. 5 Rotation angle of flexible body 1(without DC motor model)

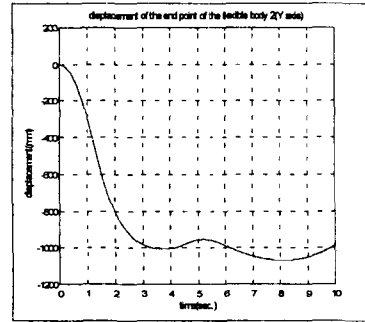


Fig. 6 Y axis displacement of the flexible body 2(without DC motor model)

#### 4. 결론

우리는 DC 모터로 구동되는 시스템의 다물체 동역학 해석 모델을 개발하였다. 본 해석모델은 우리가 이전에 발표한 다물체 동역학 해석 알고리즘에 DC 모터 모델식을 삽입하여 구성된다. DC 모터는 실험적 파라미터들이 적용되는 등가 회로로 모델링되었다. 모터의 등가회로식 해석과 동역학 해석이 제안한 해석모델에서 동시에 수행되므로 모터로 인해 발생하는 전기 기계 결합 현상이 시스템 해석에 반영되어 실제 시스템의 운동에 가까운 동역학 해석이 가능하다. 인공위성의 유연 안테나의 운동 해석을 통해 제안한 해석모델의 효과를 확인하였다.

#### 참고문헌

1. Dean C. Karnopp, Donald L. Margolis, Ronald C Rosenberg, System Dynamics: A Unified Approach, New York, John Wiley & Sons Inc., 1990, Chap. 8, pp.279-284
2. <http://www.adams.com>
3. <http://www.simpack.de>
4. D.S. Bae, J.M. Han, and H.H. Yoo, "A Generalized Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Dynamics", *Mech. Struct. & Mach.*, 27(3), pp.293-315, 1999.
5. Edward J. Haug, Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems Volume I, Boston, Allyn and Bacon, 1989.
6. Ed. by Richard H Engelmann, William H. Middendorf, Handbook of Electric Motors, New York, Marcel Dekker, Chap. 6, pp.347-373, 1995.
7. [http://www.compumotor.com/literature/pdf/be\\_series\\_fly.pdf](http://www.compumotor.com/literature/pdf/be_series_fly.pdf)