韓國精密工學會 2002年度 秋季學術大會論文集 pp.570～575 KSPE 02F171

최소자승법을 이용한 수직다관절 Manipulator의 원호보간에 관한 효과적인 방법

김대영*(창원대 공작기계기술연구센터(RRC)), 최은재(창원대 대학원 기계설계공학과),
정원지(창원대 기계설계공학과), 서영교, 홍형표(두산메카텍(주))

An Efficient Approach to Circular Curve Fitting of Articulated Manipulators Using Least Squares

D. Y. Kim*(RRC. CNU), E. J. Choi(Mech. Degaign & Manufacturing Dept. CNU),
W. J. Chung(School of Mechactronics. CNU), Y. K. Seo, H. P. Hong(Doosan mecatec. co., Ltd.)

ABSTRACT

This paper presents a new circular curve fitting approach of articulated manipulators, based on pseudoinverses. The paper aims at gaining the interpolation of circle from n data points, under the condition that the fitted circle should pass both a start point and an end point. In this paper, two algorithms of circular interpolation are presented. Prior to circular interpolation, are a spherical fitting should be performed, using least squares. In the first algorithm, the relationship between point data and normal vector on the sphere is used. In the second algorithm, the equation of plane which can be obtained from 3 points, i.e., a start point, an end point, and center of a sphere. The proposed algorithms are show to be efficient by using MATLAB-based simulation.

Key Words : Circular interpolation (원호보간), Articulated Manipulator (6축 수직다관절 로봇), Least square (최소자승법)

1. 서 론

오늘날 공작기계나 Articulated Manipulator(6축 수직다관절 로봇)는 자동화에 기여하는 바가 크다. 특히 도장이나 용접 등에서 로봇의 능력은 더욱 돋보인다. 로봇을 이용하여 용접(welding)이나, 페인팅(painting) 작업을 수행하거나, 로봇의 이송경로내에 장애물이 존재하는 경우와 같이 제한된 작업 환경내에서 주어진 경로를 따라가야 하는 경우, 로봇의 경로는 크게 PTP(Point to Point Path)와 CP(Continuous Path)의 두 가지 방법에 의해 결정된다.[3]

원호보간은 CP를 사용하며, 연속성을 유지해야 한다. 하지만 용접이나 페인팅 작업에서 몇 개의 공간상의 점을 이용하여 원호보간을 하기에는 어려움이 있다. 왜냐하면 2차원 평면상이 아닌 임의의 공간상에 존재하는 n개의 점 데이터들을 얻어 근사(interpolation)나 보간을 이용하여 연속된 원을 찾아야 하기 때문이다. 기존의 원호보간은 대부분이 2차원 평면에서 이루어지며, 단지 세 개의 점 데이터를 이용하여 원을 찾는 경우가 대부분이다. 하지만, 3차원에서, 세 개의 점이 아닌 그 이상의 점 데이터들에 대해서도 원호보간이 가능하도록 하고자 한다.

작업자가 입력하는 점 데이터들에 있어 시점과 종점은 정확해야 하지만, 시점과 종점 사이의 점들에 대해서는 유연하게 대처한다. 즉, 작업자가 로봇을 티칭할 때 정확한 원상의 점 데이터인지 확인 할 수 없으므로, 작업하고자 하는 원 주위에 있는 점을 선택해도 원의 구현이 가능하도록 한다.

2. 근접한 구(Sphere)의 구현

2.1 교시한 점 데이터들에 가장 근접한 구

주어진 점들에 가장 근접한 구를 찾기 위해서 다음과 같은 구속조건을 갖춘다. 첫째, 시점과 종점은 반드시 구하고자 하는 원상에 존재한다.(물론 이 점들이 일치할 수도 있지만, 일치하지 않음을 원칙으로 한다.) 둘째, 시점과 종점의 사이의 n-2개의 점 데이터들은 원상에 존재하지 않아도 되지만, 구하고자 하는 원으로부터 멀리 떨어진 점 데이터들의 사용은 지양한다. 이 두 가지 조건이 만족되면 먼저 최소자승법(Least squares)을 이용하여 가장 작은 Error를 포함한 구를 찾는다.

2.1.1 구의 일반식

구의 일반식은 다음과 같다.

$$x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0 \tag{1}$$

n개의 점 data (x_1,y_1,z_1), (x_2,y_2,z_2), ⋯ , (x_n,y_n,z_n)가 있을 때, 시점 (x_1,y_1,z_1)와 종점 (x_n,y_n,z_n)은 반드시 구상에 있어야 하므로, 아래의 조건식이 성립해야 한다.

$$x_1^2+y_1^2+z_1^2+ax_1+by_1+cz_1+d=0 \tag{2}$$

$$x_n^2+y_n^2+z_n^2+ax_n+by_n+cz_n+d=0 \tag{3}$$

(n-2)개의 점 data, 즉 (x_2,y_2,z_2), (x_3,y_3,z_3), ⋯ , $(x_{n-1},y_{n-1},z_{n-1})$에 대해서는 Least squares spherical surface fitting을 수행한다. 이 경우에는 식(1)이 Error Function이 된다.

$$\sum_{i=2}^{n-1}E^2=\sum_{i=2}^{n-1}(x_i^2+y_i^2+z_i^2+ax_i+by_i+cz_i+d)^2 \tag{4}$$

식(4)를 계수 a,b,c,d에 대해 편미분을 해서 Zero로 두면 다음과 같다.

$$\frac{\partial\sum_{i=2}^{n-1}E^2}{\partial a}=2\sum_{i=2}^{n-1}(x_i^2+y_i^2+z_i^2+ax_i+by_i+cz_i+d)x_i=0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial\sum_{i=2}^{n-1}E^2}{\partial b}=2\sum_{i=2}^{n-1}(x_i^2+y_i^2+z_i^2+ax_i+by_i+cz_i+d)y_i=0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial\sum_{i=2}^{n-1}E^2}{\partial c}=2\sum_{i=2}^{n-1}(x_i^2+y_i^2+z_i^2+ax_i+by_i+cz_i+d)z_i=0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial\sum_{i=2}^{n-1}E^2}{\partial d}=2\sum_{i=2}^{n-1}(x_i^2+y_i^2+z_i^2+ax_i+by_i+cz_i+d)=0 \tag{8}$$

식(2),(3),(5),(6),(7),(8)을 Matrix Form으로 다시 정리하면,

$$\underline{A}\cdot\underline{x}=\underline{b} \tag{9}$$

단,

$$\underline{A}=\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1\\ \sum_{i=2}^{n-1}x_i^2 & \sum_{i=2}^{n-1}x_iy_i & \sum_{i=2}^{n-1}z_ix_i & \sum_{i=2}^{n-1}x_i\\ \sum_{i=2}^{n-1}x_iy_i & \sum_{i=2}^{n-1}y_i^2 & \sum_{i=2}^{n-1}y_iz_i & \sum_{i=2}^{n-1}y_i\\ \sum_{i=2}^{n-1}z_ix_i & \sum_{i=2}^{n-1}y_iz_i & \sum_{i=2}^{n-1}z_i^2 & \sum_{i=2}^{n-1}z_i\\ \sum_{i=2}^{n-1}x_i & \sum_{i=2}^{n-1}y_i & \sum_{i=2}^{n-1}z_i & n-2\\ x_n & y_n & z_n & 1 \end{bmatrix}\in R^{6\times 4} \tag{10}$$

$$\underline{x}=\begin{bmatrix} a\\ b\\ c\\ d \end{bmatrix}\in R^4 \tag{11}$$

$$\underline{b}=\begin{bmatrix} -(x_1^2+y_1^2+z_1^2)\\ -\sum_{i=2}^{n-1}(x_i^3+x_iy_i^2+x_iz_i^2)\\ -\sum_{i=2}^{n-1}(x_i^2y_i+y_i^3+y_iz_i^2)\\ -\sum_{i=2}^{n-1}(x_i^2z_i+y_i^2z_i+z_i^3)\\ -\sum_{i=2}^{n-1}(x_i^2+y_i^2+z_i^2)\\ -(x_n^2+y_n^2+z_n^2) \end{bmatrix}\in R^6 \tag{12}$$

이 된다.

2.1.2 Pesudoinverse

식(9)를 살펴보면, 식은 6개이고 미지수는 4개이다.(inconsistent) $\underline{A}$의 rank가 4이면, 식(9)는 해(解)를 가지며 해(解)의 개수는 많아야 1개이다.

일반적으로

$$\underline{A}\cdot\underline{x}=\underline{b} \tag{13}$$

$\underline{A}\in R^{m\times n}$, $\underline{x}\in R^n$, $\underline{b}\in R^m$에서 rank $\underline{A}=n$ $(m\geq n)$이라고 하자.(식(9)에서 m=6, n=4) $\underline{B}$는 $\underline{A}$의 column space에 존재하지 않으므로,

$$E=\|\underline{A}\,\underline{x}-\underline{b}\| \tag{14}$$

식(14)를 최소로 하는 해(解) $\overline{x}$를 구하는 Least squares problem이 된다. $\overline{x}$를 Least squares solution이라 한다.

(1) E를 최소화하는 Least squares problem은 column space에서 $\underline{b}$에 가장 가까운 점 $\underline{p}$ 즉, $\underline{p} = \underline{A}\,\bar{x}$를 찾는 것이다. 기하학적으로 $\underline{p}$는 $\underline{b}$의 column space 상(上)의 projection이 된다. Column space에 수직인 vector는 left nullspace에 존재하므로

$$\underline{A}^T(\underline{b} - \underline{p}) = 0 \tag{15}$$

Left nullspace는 아래 Fig. 1과 같다.

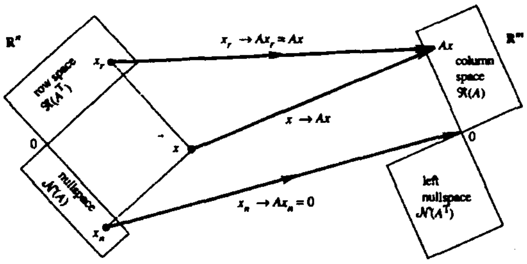

Fig. 1 The action of a matrix A

식(15)를 다시 쓰면,

$$\underline{A}^T(\underline{b} - \underline{A}\,\bar{x}) = \underline{0} \tag{16}$$

이다. 즉,

$$\underline{A}^T\underline{A}\,\bar{x} = \underline{A}^T\,\underline{b} \tag{17}$$

(2) (1)방법이 난해하면 다음과 같이 접근해 볼 수 있다. Error vector $(\underline{b} - \underline{A}\,\bar{x})$ 는 $\underline{A}$의 모든 column vector와 직교하므로,

$$\begin{aligned} \underline{a_1}^T \cdot (\underline{b} - \underline{A}\,\bar{x}) &= 0 \\ \underline{a_2}^T \cdot (\underline{b} - \underline{A}\,\bar{x}) &= 0 \\ &\vdots \\ \underline{a_n}^T \cdot (\underline{b} - \underline{A}\,\bar{x}) &= 0 \end{aligned} \tag{18}$$

식(18)을 다시 정리하면,

$$\begin{bmatrix} - & \underline{a_1} & - \\ - & \underline{a_2} & - \\ & \vdots & \\ - & \underline{a_n} & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | \\ \underline{b} - \underline{A}\,\bar{x} \\ | \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

즉, $$\underline{A}^T(\underline{b} - \underline{A}\,\bar{x}) = \underline{0} \tag{20}$$

따라서, $$\underline{A}^T\underline{A}\,\bar{x} = \underline{A}^T\,\underline{b} \tag{21}$$

이 된다.

rank $(\underline{A}^T\underline{A}) = n$이고, $\underline{A}^T\underline{A} \in R^{4\times4}$이므로 $\underline{A}^T\underline{A}$는 invertible하다. 따라서,

$$\bar{x} = (\underline{A}^T\underline{A})^{-1}\underline{A}^T\,\underline{b} \tag{22}$$

$$= \underline{A}^{+}\underline{b} \tag{23}$$

where,

$\underline{A}^{+} = (\underline{A}^T\underline{A})^{-1}\underline{A}^T$; Left Inverse

$(\underline{A}^{+}\underline{A} = I_{n\times n})$ 이다.

Left Inverse는 Pseudoinverse의 한 종류이다.[1]

참고로, Right Inverse는 다음과 같다.

$\underline{A}^{+} = \underline{A}^T(\underline{A}^T\underline{A})^{-1}$; Right Inverse

Rank $\underline{A} = m$ $(m \le n)$ $(\underline{A}\,\underline{A}^{+} = I_{n\times n})$

2.1.3 Equation of Spherical

식(9)를 Pseudoinverse를 이용해서 풀면 $\underline{x}$의 값을 구할 수 있다.

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \tag{24}$$

식(1)에 식(24)에서 구한 a,b,c,d 값을 대입하면 구의 방정식을 얻을 수 있고, 식(1)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$(x+\tfrac{a}{2})^2 + (y+\tfrac{b}{2})^2 + (z+\tfrac{c}{2})^2 = \frac{a^2+b^2+c^2}{4} - d \tag{25}$$

이 때 구의 중심과 구의 반지름은 다음과 같이 된다.

$$\text{구의 중심 : } \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}, -\frac{c}{2}\right) \tag{26}$$

$$\text{구의 반지름 : } \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{4} - d} \tag{27}$$

3. 원호보간 (Circular Interpolation)

3.1 원호보간 Ⅰ

구상에 점 데이터들로부터 가장 근사한 점을 찾는 방법으로 각 점 데이터에서 구에 법선 벡터를 내리고 그 법선 벡터와 구가 만나는 점을 새로운 점으로 하는 것이다. 각 대응하는 점들을 찾은 후 그 점들을 잇는 방법이다. 이것은 엄밀히 말하면 원이 아니지만 분명한 것은 최소의 오차를 지닌다는 것이다.

구(sphere,球)에 대한 Fitting이 다음과 같이 되었

다고 하자.

$$f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0 \qquad (28)$$

구(sphere, 球)의 면(surface, 面)에 수직인 (outward) Normal Vecter $\vec{n}$ [(2)]는

$$\vec{n}=\nabla\vec{f}=\left[\frac{\partial f}{\partial x}\ \frac{\partial f}{\partial y}\ \frac{\partial f}{\partial z}\right]^T \qquad (29)$$

으로 주어지며 여기서,

$$\frac{\partial f}{\partial x}=2x+a \qquad (30\text{-a})$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=2y+b \qquad (30\text{-b})$$

$$\frac{\partial f}{\partial z}=2z+c \qquad (30\text{-c})$$

이다. 구상(球上)의 임의의 점 $P_0(x_0, y_0, z_0)$에서의 $\vec{n}$는

$$\vec{n}=\nabla\vec{f}(x_0, y_0, z_0)$$
$$=[\ 2x_0+a\ \ 2y_0+b\ \ 2z_0+c]^T \qquad (31)$$

이다.

한편, Fitting Data (x_i, y_i, z_i)를 지나는 구(球)의 Normal Vector를 $\vec{n}$이라고 하면

$$\vec{n}\ //\ \overrightarrow{P_0P_i} \qquad (32)$$

이 된다.

$$\overrightarrow{P_0P_i}=\overrightarrow{OP_i}-\overrightarrow{OP_0}=[\ x_i-x_0\ \ y_i-y_0\ \ z_i-z_0]^T \quad (33)$$

여기서 점(點) O는 Inertial Reference Frame 즉 Stationary Frame {S}의 원점이다.

Fig. 2를 참조하면 식(32)의 의미를 알 수 있다.

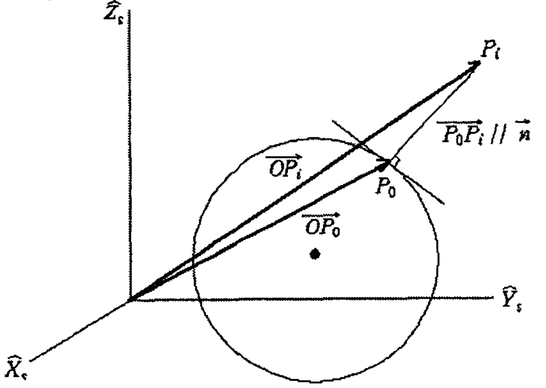

Fig. 2 Relationship between $\vec{n}$ & $\overrightarrow{P_0P_i}$

여기서 $\nabla\vec{f}$ 가 구면(球面)의 Normal Vector가 되는지 살펴보자. 일반적으로 Surface의 식(式)이다음과 같이 주어진다고 하자.

$$f(x,y,z)=0 \qquad (34)$$

식(34)에서

$$df=\frac{\partial f}{\partial x}dx+\frac{\partial f}{\partial y}dy+\frac{\partial f}{\partial z}dz=0 \qquad (35)$$

식(35)는 다음과 같다.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}\ \frac{\partial f}{\partial y}\ \frac{\partial f}{\partial z}\right]^T\begin{bmatrix}dx\\dy\\dz\end{bmatrix}=0 \qquad (36)$$

또한, 식(36)은 다음과 같다.

$$\nabla\vec{f}^T d\vec{r}=0 \qquad (37)$$

여기서,

$$d\vec{r}=[\ dx\ \ dy\ \ dz]^T \qquad (38)$$

이다. 따라서 식(37)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\nabla\vec{f}\cdot d\vec{r}=0 \qquad (39)$$

식(39)의 물리적 의미는 $\nabla\vec{f}$는 $d\vec{r}$과 직교한다는 것이다. 한편, $d\vec{r}$는 식(34)로 표현되는 Surface에 접(接)한다.($d\vec{r}$ is tangent to the surface $f(x,y,z)=0$) 따라서, $\nabla\vec{f}$는 식(34)의 surface에 직교하고, 식(32)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{x_i-x_0}{2x_0+a}=\frac{y_i-y_0}{2y_0+b}=\frac{z_i-z_0}{2z_0+c} \qquad (40)$$

P_0는 구상(球上)의 점(點)이므로

$$x_0^2+y_0^2+z_{02}+ax_0+by_0+cz_0+d=0 \qquad (41)$$

이다. 식(40)에서,

$$\frac{x_i-x_0}{2x_0+a}=\frac{y_i-y_0}{2y_0+b} \qquad (42)$$

$$(2y_i+b)x_0-(2x_i+a)y_0=bx_i-ay_i \qquad (43)$$

식(43)에서,

$$y_0=\frac{2y_i+b}{2x_i+a}x_0-\frac{bx_i-ay_i}{2x_i+a} \qquad (44)$$

이다. 또 식(40)에서,

$$\frac{z_i-z_0}{2z_0+c}=\frac{x_i-x_0}{2x_0+a} \qquad (45)$$

$$(2x_i+a)z_0-(z_i+c)x_0=az_i-cx_i \qquad (46)$$

식(46)에서,

$$z_0=\frac{2z_i+c}{2x_i+a}x_0-\frac{cx_i-ax_i}{2x_i+a} \qquad (47)$$

식(44)와 식(47)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$y_0=lx_0-m \qquad (48)$$

$$z_0=px_0-q \qquad (49)$$

단, l, m, p, q는 다음과 같다.

$$l=\frac{2y_i+b}{2x_i+a},\ m=\frac{bx_i-ay_i}{2x_i+a},\ p=\frac{2z_i+c}{2x_1+a},\ q=\frac{cx_i-az_i}{2x_i+a} \quad (50)$$

식(48), 식(49)를 식(41)에 대입하면,

$$(1+l^2+p^2)x_0^2+(a+bl+cp-2lm-2pq)x_0+m^2+q^2-bm-cq+d=0$$

이 된다. (51)

식(51)은 같이 정리할 수 있다.

$$Ax_0^2+Bx_0+C=0 \quad (52)$$

단,

$$A\equiv 1+l^2+p^2 \quad (53)$$

$$B\equiv a+bl+cp-2lm-2pq \quad (54)$$

$$C\equiv m^2+q^2-bm-cq+d \quad (55)$$

따라서, 근의 공식(公式)에 의해 구할 수 있다.

$$x_{01}=\frac{-B+\sqrt{B^2-4AC}}{2A}$$

$$x_{02}=\frac{-B-\sqrt{B^2-4AC}}{2A}$$

if$(|x_i-x_{01}|<|x_i-x_{02}|)$

$x_0=x_{01}$

else

$x_0=x_{02}$

x_0가 구해지면 식(48), 식(49)에 의해 y_0, z_0가 구해진다.

3.2 원호보간 II

교시한 시점, 종점 및 앞서 구한 구의 중심을 (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)라 두고 이 세 점을 평면의 방정식 $ax+by+cz+d=0$에 대입한다. (단, 종점 (x_2, y_2, z_2) = 점 데이터 (x_n, y_n, z_n)이고, 구의 중심 (x_3, y_3, z_3) = $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}, -\frac{c}{2})$이다.)

$$ax_1+by_1+cz_1+d=0 \quad (56)$$

$$ax_2+by_2+cz_2+d=0 \quad (57)$$

$$ax_3+by_3+cz_3+d=0 \quad (58)$$

b, c, b를 a에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$b=\frac{\{(x_1-x_2)(z_3-z_2)-(x_3-x_2)(z_1-z_2)\}}{\{(y_3-y_2)(z_1-z_2)-(y_1-y_2)(z_3-z_2)\}}\times a \quad (59)$$

$$c=\frac{\{(x_1-x_2)(y_3-y_2)-(x_3-x_2)(y_1-y_2)\}}{\{(z_3-z_2)(y_1-y_2)-(z_1-z_2)(y_3-y_2)\}}\times a \quad (60)$$

$$d=-a\left[x_1+\frac{y_1\{(x_1-x_2)(z_3-z_2)-(x_3-x_2)(z_1-z_2)\}}{\{(y_3-y_2)(z_1-z_2)-(y_1-y_2)(z_3-z_2)\}}\right.$$
$$\left.+\frac{z_1\{(x_1-x_2)(y_3-y_2)-(x_3-x_2)(y_1-y_2)\}}{\{(z_3-z_2)(y_1-y_2)-(z_1-z_2)(y_3-y_2)\}}\right] \quad (61)$$

평면의 방정식 $ax+by+cz+d=0$ 에 구한 b, c, d를 대입하고, a로 나누면

$$x+\left[\frac{\{(x_1-x_2)(z_3-z_2)-(x_3-x_2)(z_1-z_2)\}}{\{(y_3-y_2)(z_1-z_2)-(y_1-y_2)(z_3-z_2)\}}\right]y$$
$$+\left[\frac{\{(x_1-x_2)(y_3-y_2)-(x_3-x_2)(y_1-y_2)\}}{\{(z_3-z_2)(y_1-y_2)-(z_1-z_2)(y_3-y_2)\}}\right]z$$
$$-\left[x_1+\frac{y_1\{(x_1-x_2)(z_3-z_2)-(x_3-x_2)(z_1-z_2)\}}{\{(y_3-y_2)(z_1-z_2)-(y_1-y_2)(z_3-z_2)\}}\right.$$
$$\left.+\frac{z_1\{(x_1-x_2)(y_3-y_2)-(x_3-x_2)(y_1-y_2)\}}{\{(z_3-z_2)(y_1-y_2)-(z_1-z_2)(y_3-y_2)\}}\right]=0 \quad (62)$$

과 같이 된다. 이것을 매개변수를 사용하여 simulation할 수 있게 하였다.

앞에서 구한 구의 방정식은,

$$(x-x_c)^2+(y-y_c)^2+(z-z_c)^2=R^2 \quad (63)$$

평면의 방정식은,

$$x+by+cz+d=0 \quad (64)$$

과 같다.

여기에 매개변수를 도입한다.

$$x=t \quad (65)$$

$$x+by+cz+d=0 \ \rightarrow \ t+by+cz+d=0$$

$$y=-(\frac{t+cz+d}{b}) \quad (66)$$

식(65), (66)을 식(63)에 대입하면,

$$(t-x_c)^2+\left[(\frac{c}{b})z+\left\{(\frac{t+d}{b})+y_c\right\}\right]^2+(z-z_c)^2-R^2=0 \quad (67)$$

$(p^2+1)z^2+2(pq-z_c)z+k=0$ 이 된다.

where, $(\frac{c}{b})=p$, $\left\{(\frac{t+d}{b})+y_c\right\}=q$,

$q^2+z_c^2+(t-x_c)^2-R^2=k$ 이다.

여기서 근의 공식에 의해 'z'를 구할 수 있다.

$$z=\frac{(z_c-pq)\pm\sqrt{(pq-z_c)^2-(p^2+1)\,k}}{(p^2+1)} \quad (68)$$

단, $p=(\frac{c}{b})$, $q=\left\{(\frac{t+d}{b})+y_c\right\}$,

$k=q^2+z_c^2+(t-x_c)^2-R^2$ 이다.

$$y=-(\frac{t+d}{b})-(\frac{c}{b})z$$
$$=-(\frac{t+d}{b})-p\cdot\left[\frac{(z_c-pq)\pm\sqrt{(pq-z_c)^2-(p^2+1)\,k}}{(p^2+1)}\right] \quad (69)$$

4. Simulation

4.1 Simulation output I

네 개의 점일 경우 Matlab program으로 simulation 한 결과이다.

(2.345,6.003,4.567),(2.134,6.247,5.346),(2.275,4.545,3.456),(6.564,4.547,3.568)의 4개의 점 데이터를 입력한 경우 Fig. 3과 같은 결과를 얻었다.

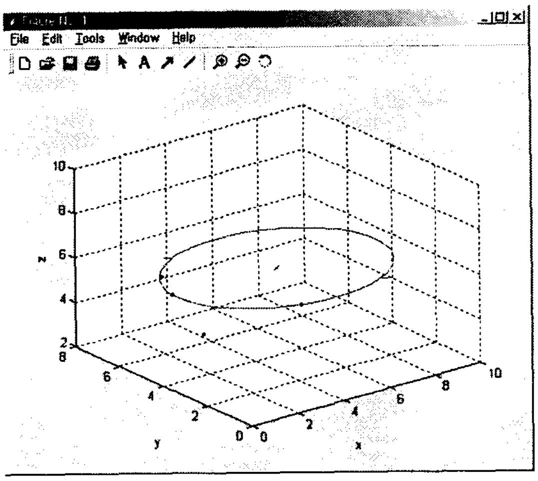

Fig. 3 Output I

4.2 Simulation output II

다섯 개의 점일 경우 Matlab program으로 simulation 한 결과이다.

(2.5,6.5,4.5),(2.7,6.3,4.7),(2.9,6.1,4.8),(3,5.9,5),(3.2,5.8,5.1)의 4개의 점 데이터를 입력한 경우 Fig. 4와 같은 결과를 얻었다.

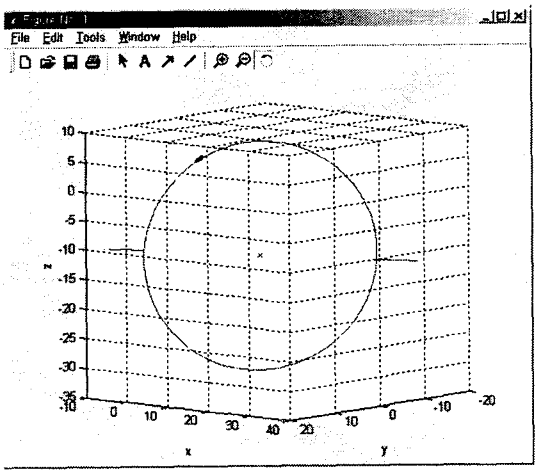

Fig. 4 Output II

5. 결론

본 논문은 공간상의 임의의 n개의 점 데이터들에 대하여, 시점과 종점을 지나면서 나머지 모든 점 데이터들에 가장 근접한 원을 구현하는 방법들을 제안하였다. 첫 번째 방법은 주어진 점 데이터들에 가장 근접한 구를 찾고, 시점과 종점을 제외한 사이점들에서 구상에 법선 벡터를 내려 그 법선벡터와 구가 만나는 점들을 연결한 것이었다. 두 번째 방법은 시점, 종점, 구의 중심(원의 중심과 일치)을 이용하여 평면의 방정식을 구하고, 구한 평면의 방정식과 구의 방정식을 이용하여 가장 근접한 원을 찾는 방법이었다.(쉽게 말하면, 구를 구의 중심을 지나는 평면으로 자르면 그 평면상에는 원이 생성된다.)

Simulation 결과에서 보다시피 여기서 제안한 방법이 제대로 적용됨을 알 수 있다. 계산량이 작으면서도 아주 효과적인 원호보간임을 알 수 있다. 이 방법은 articulated manipulator 뿐만 아니라 6축 이하의 robot이나 공작기계에도 응용이 가능할 것으로 기대된다.

후기

이 논문은 2002년도 창원대학교 연구비 및 두산메카텍(주)의 지원에 의한 것이다.

본 연구는 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터(RRC)의 지원에 의한 것이다.

참고문헌

1. Gilbert Strang., "Linear Algebra and Its Applications" , Harcourt Brace Jovanovich. 1989.
2. Erwin Kreyszig., "Advanced Engineering Mathmatics" , John Wiley & Son, Inc. 1993.
3. 양민양, 손태영, 조현덕, " 새로운 원호보간법에 의한 공구경로의 생성" , 한국정밀공학회지, 제 14권, 제11호, pp. 77-83, 1997.
4. 최은재, "1차년도 최종보고서(공작기계 자동화를 위한 로봇시스템의 고속 운동에 관한 연구)" , 창원대학교 대학원, 부록 , 2002.