

역기구학을 이용한 케이싱 오실레이터의 자코비안 해석

배형섭·백재호, 이은준(부산대원 지능기계공학과), 박명관(부산대 기계공학과)

Jacobian Analysis of Casing Oscillator Using the Inverse Kinematics

H. S. Bae*, J. H. Baik, E. J. Rhee(Intelligent. Eng. Dept., PNU), M. K. Park(Mech. Eng. Dept., PNU)

ABSTRACT

This paper presents the jacobian analysis of new type Casing Oscillator using the inverse kinematics, and to search for its singularities through the jacobian analysis. All parallel manipulator have some singularities in workspace or its outside workspace. Singularities were cleared by many other study of parallel manipulator for that reason recent publication of device control. In this paper defined that singularities of new type of Casing Oscillator and, to show its graph. Finally this paper will be used for a practical example for construction spot, aviation simulator, vehicles simulator, military equipment etc.

Key Words : Casing Oscillator (케이싱 오실레이터), Inverse Kinematics (역기구학), Jacobian (자코비안), Jacobian Matrix (자코비안 행렬), Parallel manipulator(병렬형 매니플레이터), Simulator(시뮬레이터)

1. 서론

기존의 산업형 로봇이나 공작기계는 기구학적 구조가 직렬형이 대부분이다. 구조가 간단하고 기구학적 해석이 쉬우며 작업공간이 넓은 장점을 가지고 있다. 그러나 부하 수행 능력이 작은 단점을 가지고 있다. 반면에 병렬형 매니플레이터는 직렬형 구조보다 작은 작업공간을 가지나 견고한 구조, 고 강성, 정밀한 제어가 필요한 작업에 사용이 용이하다.^{[1][2]} 그러나 모든 병렬형 매니플레이터의 작업반경 내외에서는 특이점이 존재한다. 특이점 근처에서는 제어가 불가능하여 작업자가 원하는 작업 수행이 불가능하다. 따라서 병렬형 매니플레이터의 특이점에 대한 해석을 명확히 할 필요가 있다. 선행 연구에서는 스튜어트 플랫폼에 관한 연구가 그 대표적인 경우라 할 수 있다.^[3] 이러한 연구는 여러 산업 분야에 적용이 되고 있으나 건설현장에서는 쉬게 찾아보기 힘들다. 그러나 건설현장과 같이 많은 힘을 요구하고 작업환경이 열악한 곳에서는 병렬형 매니플레이터의 장점을 지닌 자동화된 장비가 절실히 요구된다. 본 연구에서는 기존에 건설현장에서 굴착 작업시 사용되어오던 케이싱 오실레이터의 단점을 보완하여 제시된 새로운 병렬형 매니플레이터인 케이싱 오실레

이터에^{[4][5][6]} 대하여 검증된 역기구학을 이용하여 자코비안 행렬식을 제시하였으며 제시된 자코비안 행렬식을 이용하여 새로운 형태의 구조를 지닌 케이싱 오실레이터의 특이점 존재에 관해 규명하였다.

2. 구조 및 역기구학

2.1 구조

기존의 케이싱 오실레이터와는 다른 형태의 새로운 케이싱 오실레이터를 Fig.1에 나타내었다. Fig.2는 기구학 해석을 위하여 Fig.1의 개략도를 나타내었다. 여기서 L_1, L_4 는 무빙실린더이고 L_2, L_3 는 리프팅 실린더이다. 또한 L_5 는 밸런싱 실린더를 나타낸다. 새로운 형태의 케이싱 오실레이터는 고정된 하판과 상판을 연결 해주는 케이싱이 반복 회전하면서 수직으로 압입되는 작업의 특성을 가지고 있다. 작업의 특성상 밸런싱 실린더는 초기에 수직도를 확인 후 고정된 상태에서 무빙 실린더와 리프팅 실린더로 작업을 실행한다. 각각의 조인트는 볼 조인트를 사용하였으며 케이싱과 상판은 직각으로 고정되어 있다. 따라서 구동시 케이싱 오실레이터의 동작은 Z_c 롤, 피치, 요 방향으로 구동되며 각 변위의

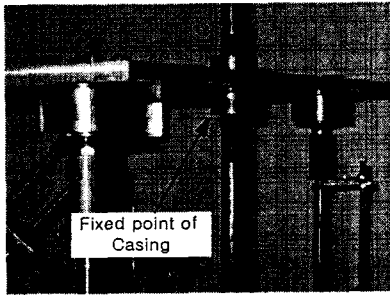
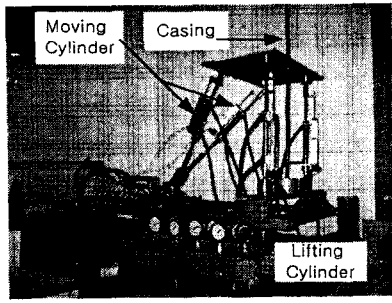


Fig.1 New Type of Casing Oscillator

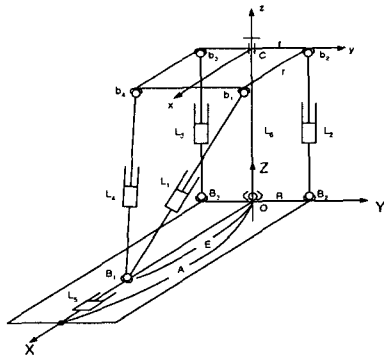


Fig.2 kinematic Model of Casing Oscillator

좌표계는 Fig.3에 잘 나타나 있다

2.1.1 역기구학

역기구학은 움직여진 상판의 위치와 방향으로부터 구동기의 길이를 구하는 문제이다.[7] 케이싱 오실레이터의 역기구학은 기준 좌표계 {O}에 대해 움직이는

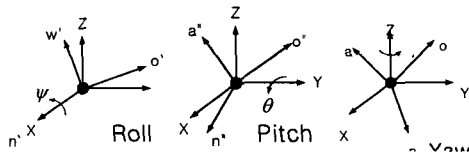


Fig. 3 Representation of Angles

좌표계 {C}의 기술로 나타난다. 즉, 좌표계 {O}에 대해 좌표계 {C}의 병진운동과 회전운동이 주어졌을

때 각 구동기의 길이를 구하는 문제이다. 따라서 각각의 링크를 벡터로 나타내면 다음과 같다.

$$L_1 = \overline{B_1b_1} = \overline{OC} + \overline{Cb_1} - \overline{OB_1} \quad (1)$$

$$L_2 = \overline{B_2b_2} = \overline{OC} + \overline{Cb_2} - \overline{OB_2} \quad (2)$$

$$L_3 = \overline{B_3b_3} = \overline{OC} + \overline{Cb_3} - \overline{OB_3} \quad (3)$$

$$L_4 = \overline{B_1b_4} = \overline{OC} + \overline{Cb_4} - \overline{OB_1} \quad (4)$$

$$L_5 = \overline{B_1A} = \overline{OA} - \overline{OB_1} \quad (5)$$

$$L_6 = \overline{OC} \quad (6)$$

식(1)~(6)까지를 롤, 피치, 요 각을 이용한 하판에 대한 상판의 회전을 기술하는 오일러 각도 (Euler angle)의 회전행렬을 이용하여 역기구학의 해를 구할 수 있다. 이것은 구동기의 길이를 구할 수 있다는 얘기다. 따라서 역기구학을 이용하여 작업반경 또한 쉽게 찾을 수 있다. 본 연구에서는 Fig.4, Fig.5 와 같이 작업 반경 범위를 롤각은 $-16^\circ \sim +16^\circ$, 피치각은 $-11.5^\circ \sim +11.5^\circ$, 요각은 $-20^\circ \sim +20^\circ$ 까지로 정하였고 케이싱의 변위 L_6 는 420mm ~ 540mm까지 X_C , Y_C , Z_C 의 변위를 L_6 에 대한 수식으로 정리하여 나타내었다. 또한 케이싱 오실레이터의 설계 특성상 상판과 하판의 조인트들은 항상 케이싱과 수직이 되어 구동하도록 경계조건을 설정하였다.

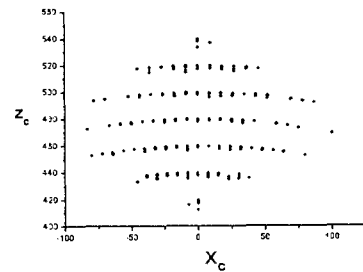


Fig.4 Work Space of Casing Oscillator

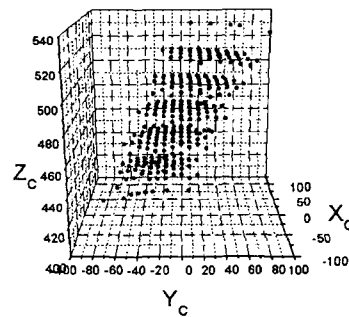


Fig.5 Work Space of Casing Oscillator

3. 케이싱 오실레이터의 특이점 해석

3.1 자코비안

자코비안이란 강체의 선속도, 각속도라는 개념을

도입하여 매니플레이터의 운동을 해석하는데 사용한다. 다시 말해 상판의 선속도 및 각속도와 입력 링크의 선속도와와의 관계를 나타낸다. 케이싱 오실레이터의 경우 기준 좌표계 {O}에 대하여 좌표계 {C}의 선속도 및 각속도를 나타낸다. 케이싱 오실레이터는 케이싱이 상판과 수직으로 고정되어 있기 때문에 X_C , Y_C 방향으로의 병진 운동이 제외된다. 따라서 4 자유도의 운동형태를 유지한다. 그리고 케이싱 오실레이터의 구동 특성상 L_5 는 작동 시에는 고정되어 있으며 L_6 는 기하학적으로 L_2 와 L_3 길이의 합의 반이므로 자코비안 행렬에서 제외하고 경계조건으로 설정한다. 그러면 케이싱 오실레이터의 역기구학으로부터 자코비안 행렬을 만들어 낼 수 있다. 먼저 식(1)~(6)까지를 각각에 대하여 내적을 취하고 양변을 시간에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$L_1 \cdot L_1 = \frac{(\overline{OC} + \overline{Cb_1} - \overline{OB_1}) \cdot \overline{OC}}{(\overline{OC} + \overline{Cb_1} - \overline{OB_1}) \cdot w \times Cb_1} \quad (7)$$

$$L_2 \cdot L_2 = \frac{(\overline{OC} + \overline{Cb_2} - \overline{OB_2}) \cdot \overline{OC}}{(\overline{OC} + \overline{Cb_2} - \overline{OB_2}) \cdot w \times Cb_2} \quad (8)$$

$$L_3 \cdot L_3 = \frac{(\overline{OC} + \overline{Cb_3} - \overline{OB_3}) \cdot \overline{OC}}{(\overline{OC} + \overline{Cb_3} - \overline{OB_3}) \cdot Cb_3} \quad (9)$$

$$L_4 \cdot L_4 = \frac{(\overline{OC} + \overline{Cb_4} - \overline{OB_4}) \cdot \overline{OC}}{(\overline{OC} + \overline{Cb_4} - \overline{OB_4}) \cdot Cb_4} \quad (10)$$

식(7)~(10)까지의 각 항의 요소들은 역기구학에서 이미 구해진 요소들이다. 그리고 상판의 X_C , Y_C 방향의 병진 운동이 없기 때문에 각 요소들의 X_C , Y_C 성분들은 제거하였다. 따라서 최종적으로 케이싱 오실레이터의 속도 자코비안을 구하기 위한 식을 나타내면 다음과 같다.

$$l \cdot \dot{l} = A \dot{u} \quad (11)$$

이것을 정리하면 식(12)와 같다. 식(11)을 변형하면 $\dot{l} = l^{-1} A \dot{u}$ 이다. 여기서 $l^{-1} A = J$ 라하고 J 를 자코비안이라 한다.

3.1.1 특이점 해석

병렬형 매니플레이터의 특이점은 두 가지의 경우로 따질 수 있다. 첫 번째로 $l \cdot \dot{l} = A \dot{u}$ 에서 l 의 행렬식이 0 이 되는 경우를 순기구학적 특이성

$$l = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_4 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$l = [L_1 \ L_2 \ L_3 \ L_4]^T \quad (13)$$

$$A = \begin{bmatrix} z_c - r_s \theta + r(c \theta s \psi) & (b_1 \times (\overline{OC} + \overline{Cb_1} - \overline{OB_1}))^T \\ z_c + r(c \theta s \psi) & (b_2 \times (\overline{OC} + \overline{Cb_2} - \overline{OB_2}))^T \\ z_c - r(c \theta s \psi) & (b_3 \times (\overline{OC} + \overline{Cb_3} - \overline{OB_3}))^T \\ z_c - r_s \theta - r(c \theta s \psi) & (b_4 \times (\overline{OC} + \overline{Cb_4} - \overline{OB_4}))^T \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$u = [z \ \psi \ \theta \ \phi]^T \quad (15)$$

(Direct Kinematic Singularities)이라 하고 A의 행렬식이 0 이 되는 경우를 역기구학적 특이성(Inverse Kinematic Singularities)이라 한다. 케이싱 오실레이터의 경우 행렬 A의 행렬식이 0 이 되는 점들이 바로 특이점이 된다. 수학적으로 자코비안 행렬의 행렬식이 0 이 된다는 것은 행렬 A의 행렬식이 0 이 되어도 만족하기 때문에 행렬 A를 0으로 만드는 값들을 찾으면 된다. 행렬 A의 행렬식을 W라 하고 W를 구하면 다음과 같다.

$$W = 2.7183 \times r^3 \{ -z c \theta c \psi \\ -s \phi (y c \psi s \theta + (-2.7183 + x) s \psi) \\ + c \phi (2.7183 - x) c \phi s \theta + y s \phi \} \\ \times (4z^2 c \phi c \psi + s \psi (-4 y z c \theta + 4z^2 s \theta s \phi - r R s \phi \\ - 3 r R c^2 \theta s \psi + r R s^2 \theta s \psi)) \quad (16)$$

W를 구하기 위해 X_C , Y_C , Z_C 를, 피치, 요 각각의 범위를 설정하였고 Table.1 에 표기하였다. Fig.6 는 X_C , Y_C , Z_C 의 변위에 대한 특이점의 3차원 형상이고 Fig.7은 롤, 피치, 요 각의 변화에 따른 특이점의 3 차원 형상이다. Fig.6 에 나타난 그래프의 형상을 보면 $Y_C=0$ 인 지점에서 Z_C 축 방향으로 벽과 같은 형상으로 특이점이 형성되어 있는 것을 알 수 있다. 즉, 다시 말해 $Y_C=0$ 에서 특이점이 무수히 많은 것을 알 수가 있다. Fig.7 에서는 특이점들이 Y_C 축 즉, 피치의 각이 약 $\pm 115^\circ \sim \pm 60^\circ$ 사이에서 나타나는 것을 알 수가 있다. 만약 케이싱 오실레이터의 케이싱이 없는 경우, 다시 말해, 일반적인 병렬형 매니플레이터라면 이 각도에서 작동이 가능할 지도 모른다. 그러나 본 연구에서 사용되어진 새로운 형태의 케이싱 오실레이터는 설계 시 상판과 케이싱이 수직으로 항상 고정되어 있어 이 이유로 이러한 각도로의 구동이 불가능하다. Fig.6에서 작업반경의 안에서 특이점이 나타났지만 각도에서 이미 작업반경을 벗어나서 구동이 되고 있기 때문에 이것은 작업 반경내의 특이점이라 할 수 없다.

Table.1 Range of Variable Component

X	-100~100(mm)
Y	-150~150(mm)
Z	400~550(mm)
roll	-90~90(°)
pitch	-90~90(°)
yaw	-90~90(°)

또한 위의 행렬식 W를 이용하여 작업 반경 내에서 특이점을 구하기 위해 경계조건을 다음과 같이 선행 연구에서 입증된 결과를 사용하였다. 위의 경계 조건을 설정하고 구동기의 변위 격자를 세분화하여 보았지만 작업 반경 내에서는 특이점이 나타나지 않았다. 결과적으로 본 연구에 사용된 케이싱 오실레이터는 작업 반경 내에서 특이점이 존재하지 않았다. 이것은 케이싱과 상판의 수직 고정부분의 영향으로 인하여 롤, 피치, 요 방향으로의 기울어지는 각도가 제한되어 있기 때문이다.

4. 결론

병렬형 매니퓰레이터로서 건설 장비에 실용이 되고 있는 케이싱 오실레이터에 대하여 새로운 형태의 케이싱 오실레이터를 제시하였고 기구의 특이점을 알아보기 위해 역기구학을 이용하여 자코비안 행렬을 도출하였다. 자코비안 행렬식을 이용하여 특이점을 구할 수 있는데 본 연구에 사용되어진 케이싱 오실레이터는 작업 반경 내에서 특이점이 존재하지 않았고 특이점이 나타나는 부분도 설계 구석 조건에 의하여 케이싱 오실레이터의 작업 반경을 벗어나는 구간임을 알 수 있었다.

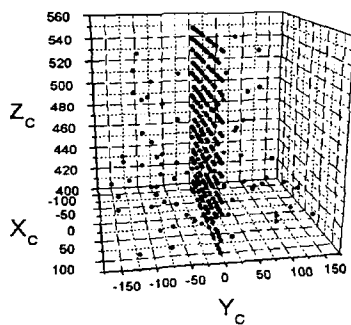


Fig.6 Singularities of Casing Oscillator

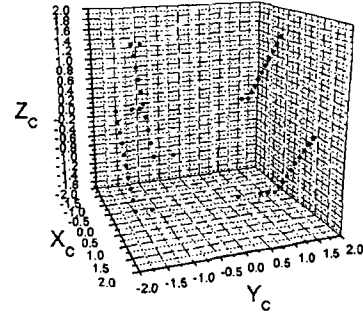


Fig.7 Singularities of Casing Oscillator

Table.2 Boundary Condition of Work Space

L_1	673.395~773.395
L_2	417.5~542.5
L_3	417.5~542.5
L_4	673.395~773.395

참고문헌

1. 류길하, 조병관, "6자유도 병렬형 로봇 매니퓰레이터의 기구학적 해석", 한국정밀공학회지, 제12권, 제5호, 1995
2. Stewart D., "A platform with 6 Degree of Freedom", Proc. Inst. Mech. Eng., 제180, pp. 371-386, 1965
3. Fitcher, E. F., "A Stewart Platform Based Manipulator General Theory and Practical Construction", Int. J. of Robotics Research, 제5권, pp. 157-182.
4. 배재만, 2000, "케이싱 오실레이터의 기구학 해석에 관한 연구", 부산대학교, 석사학위 논문.
5. 김주영, 2001, "케이싱 오실레이터의 자동화에 관한 연구", 부산대학교, 석사학위 논문.
6. 이은준, 배재만, 박명관, "케이싱 오실레이터의 역기구학 해석", 한국정밀공학회지, 제17권, 제12호, pp 47-53, 2000
7. Lung-Wen TSAI, "The Mechanics of Serial and Parallel Manipulator", JOHN WILEY & SONS INC, pp223-247
8. 이민기, 이성학, 박근우, "2단 병렬형 매니퓰레이터의 특이점 해석", 대한기계학회지, 제22권, 제10호, pp. 1922-1929
9. 안병준, 홍금식, 병렬형 매니퓰레이터의 힘전달 특성에 관하여, 한국정밀공학회지, 제13권, 제4호, 1996