

## 전기전도성 이방성 복합재료 방전가공의 수치모사

안영철(경남대 화학공학부), 천갑제\*(경남대 대학원 화학공학과)

### Numerical Simulation of the Electro-discharge Machining Process of a Conductive Anisotropic Composite

Y. C. Ahn(Chem. Eng. Dept., KU), K. J. Chun\*(Chem. Eng. Dept., KU)

#### ABSTRACT

For the electro-discharge machining of an electro-conductive anisotropic composite, an unsteady state formulation was established and solved by Galerkin's finite element method. The distribution of temperature on work piece, the shape of the crater and the material removal rate were obtained in terms of the process parameters. As the spark was initiated the workpiece immediately started to melt and the heat affected zone was formed. The moving boundary of the crater was also identified with time. When the radial and axial conductivities were increased separately the temperature distribution and the shape of the crater were shifted in the same direction respectively and the material removal rate was found to be higher in the case of increasing radial conductivity rather than the axial conductivity.

**Key Words** :EDM(방전가공), FEM(유한요소법), MRR(공작물제거속도), DF(듀티팩터), Thermal Anisotropic Factor(전열이방성계수)

#### 1. 서론

방전가공(Electrical Discharge Machining ; EDM)은 가공속도가 빠르고 정밀가공과 복잡한 형상으로의 가공이 가능하다는 등 많은 장점이 있는 가공방법으로, 최근 그 유용성이 부각되면서 이에 대한 연구가 활발하게 수행되고 그 중의 일부는 방전가공의 응용메커니즘을 연구하려는 차원에서 수행되는 이론적인 연구들이다<sup>(1-3)</sup>. 하지만 이들의 연구는 방전가공 공정을 정확히 설명하지 못하였다. 수치적인 방법으로는 Madhu 등<sup>(4)</sup>의 유한요소법(Finite Element Method; FEM)에 의한 연구와 Gadalla와 Cheng<sup>(5)</sup>의 유한차분법(Finite Difference Method; FDM)에 입각한 연구등이 보고되어 있는데, 열원의 에너지 및 재료의 물성에 관하여 몇 가지 불합리한 가정들을 도입하였다. 한편, Ahn 등<sup>(6)</sup>의 유한요소법에 의한 연구는 방전가공 모델을 보다 정확하고 현실성 있게 적용하고자 정상상태와 비정상상태 모델을 도입하여 해석하였다. 본 연구에서는 전기전도성을 가지는 이방성 복합재료에 대한 방전 가공공정에 대하여 전열 이방성 계수

(thermal anisotropic factor)가 온도분포 및 분화구의 형태, 공작물 제거속도등에 미치는 영향을 유한요소법으로 해석하고자 한다.

#### 2. 수학적 모델링

##### 2.1 이방성 복합체의 열전달해석

방전가공이 일어날 때, 실제로 방전불꽃이 피가공물을 때리는 위치와 열량은 불규칙하게 변하는데 이들의 정확한 평가는 불가능하기 때문에 Snoeys와 Van Dyck<sup>(1)</sup>의 문헌에서 제시한 것처럼 균일하게 분포된 열속을 갖는 하나의 원통형 불꽃을 가정하였고 이를 Fig. 1에 도시하였다. 방전에 의한 열은 불꽃둘레에 축대칭 된다고 가정되며, 관심영역에 있어서 이방성재료의 열수지 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \alpha_r r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \quad (1)$$

여기서  $\alpha_i$ ( $i=r$  or  $z$ )는 열확산계수로서  $k_i/\rho C_p$ 인데

$k_i$  ( $i=r$  or  $z$ )는 재료의  $r$  또는  $z$ 방향의 열전도도,  $\rho$ 는 밀도, 그리고  $C_p$ 는 정압 열용량을 나타낸다. 한 개의 스파크에 대한 관심영역의 초기조건 및 경계조건은 다음과 같다.

(초기조건)

$$\text{At } t=0 : T = T_0 \quad (2)$$

(경계조건)

$$\text{At } r=\infty : \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

$$\text{At } z=\infty : \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\text{At } r=0 : \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (5)$$

$$\text{At } z = \delta(r, t), 0 \leq r \leq R$$

$$-k_x \frac{\partial T}{\partial n} = Q_x \quad (6)$$

$$\text{At } z = \delta(r, t), R < r \leq \infty$$

$$-k_x \frac{\partial T}{\partial n} = h(T_f - T) \quad (7)$$

여기에서  $T_0$ 는 초기온도이고,  $\delta(r, t)$ 은 방전분화구의 깊이,  $k_x$ 는 안쪽 법선 방향으로의 열전도도,  $Q_x$ 는 방전불꽃에 의한 경계면의 안쪽 법선 방향으로의 열속이며,  $h$ 는 열전달계수,  $T_f$ 는 방전유체의 온도를 나타낸다.

## 2.2 유한요소해석

열수지 방정식에 대하여 갤러킨(Galerkin) 유한요소법을 적용하여 변분법(variational method)에 의한 약화된 형태(weak form)를 유도하였다. Fig. 2에 표시된 경계면에 대한 안쪽 방향의 법선 벡터  $\underline{n}$ 과 바깥쪽 법선 벡터  $\bar{\underline{n}}$ 의 관계로부터 방전범위 내의 경계요소에서 경계면에 대한 바깥쪽 법선 방향의 열적 기울기를 얻을 수 있다.

변분법에 의한 방정식의 약화된 형태를 각 요소에 적용하기 위하여 주어진 영역을 사각형의 이중선형 유한요소로 나누었다. 계산의 정밀도와 경제성을 고려한 최적의 체순으로 Ahn 등<sup>(6)</sup>이 고려한  $12 \times 12$ 의 불규칙 체순을 선택하여 계산을 수행하였다. 종속변수  $T$ 는 유한요소 안에서 노드(node)에서의 값으로부터 내삽하여 근사하였고, 이중선형

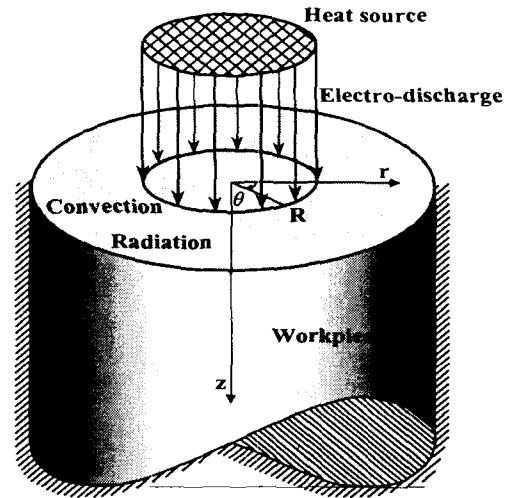


Fig. 1 Schematic diagram of a typical spark in an electro-discharge machining process.

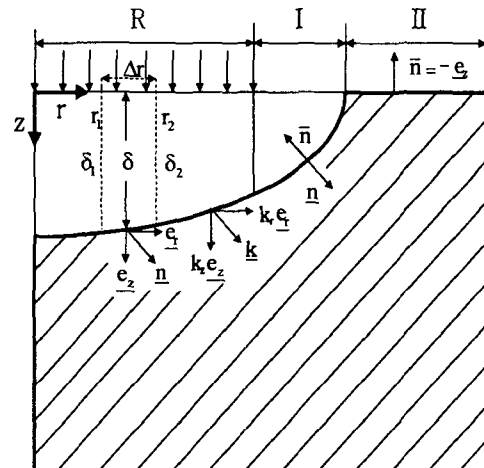


Fig. 2 The normal vectors along the surface of the crater zone.

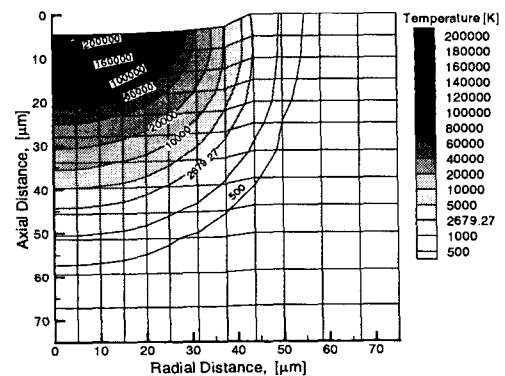
내삽함수를 도입하여 근사한 후, 약화된 형태의 지배 방정식에 대입하고 정리하면 요소에 대한 연립 미분방정식을 얻게 된다. 포물선 방정식의 시간항에 대한 근사는 갤러킨(Galerkin)의 불명료법을 도입하였고, 요소방정식에 대하여 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson) 법을 적용하고 전체 영역에 대한 띠 행렬(banded matrix) 형태의 방정식을 가우스 소거법으로 풀어 해를 구하였다.

## 3. 결과 및 토론

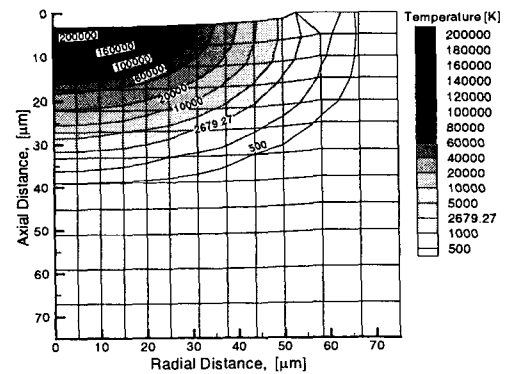
본 연구에서는 Madhu 등<sup>(4)</sup>과 Ahn 등<sup>(6)</sup>이 고려한 직경이 약 50 $\mu\text{m}$  정도 되는 방전 불꽃을 가정하였다. 그리고 개개의 방전불꽃에 대한 열적손상영역(heat affected zone; HAZ)은 방전불꽃 면적보다 클 것이므로 방전 불꽃보다 3배 되는 크기의 원통면에 단일 경계조건을 설정하였다. 단일 경계조건이 적용되는 경계면의 크기는 열침투깊이(thermal penetration depth,  $\delta_D \doteq 4\sqrt{at}$ )를 계산하여 확인 할 수 있다. Table. 1에 해석에 사용된 여러 가지 경우의 열전도도를 나타내었다. 여기서  $k_r$ 과  $k_z$ 는 각각 반경방향과 축방향으로의 열전도도이다. 이 중 Case-1은 등방성인 경우이고, Case-2와 Case-3은 각각 축방향의 열전도도를 반경방향의 2배와 3배로 가정한 이방성인 경우며, Case-4와 Case-5는 각각 반경방향의 열전도도를 축방향의 2배와 3배로 가정한 이방성인 경우이다. 그 외의 각종 물성치는 Ahn 등<sup>(6)</sup>이 제시한 알루미늄과 탄화티타늄의 평균값을 사용하였다. Fig. 3은 이방성 열전도 조건인 Case-2 와 Case-4 대하여 방전이 끝나는 시점인 130  $\mu\text{s}$ 에서의 온도 분포를 나타낸 것이다. 여기서, Ahn 등<sup>(6)</sup>이 제시한 혼합법칙(mixing rule)에 의해 계산된 알루미늄( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )의 용점과 탄화 티타늄(TiC) 용점의 평균값인 2679.27 K를 용점등온선의 기준으로 삼는다면, Case-2의 경우 약 44  $\mu\text{m}$  깊이와 약 44  $\mu\text{m}$  반경의 홈이 생긴다고 예측할 수 있고, Case-4의 경우 약 31  $\mu\text{m}$  깊이와 약 54  $\mu\text{m}$  반경의 홈이 생긴다고 예측할 수 있다. 그러나, 증발잠열과 용융된 피가공물의 재유착이 미치는 영향 등을 고려하지 않았으므로, 실제 온도는 이 보다 훨씬 낮게 나타날 것이고, 따라서 홈의 크기도 이보다 작을 것이다. 또한 용융되어 실제로 홈이 파이는 깊이를 구하기 위해서는 용점 등온선의 정확한 위치가 계산되어야 한다. 용점 등온선의 전진 속도에 영향을 끼치는 중요한 요인중의 하나인 용융잠열을 고려하기 위하여 열용량에 알루미늄의 용융잠열인 277.56 kcal/kg에 해당하는 만큼의 열량을 추가하여 적용함으로써 용점 등온선이 항상 보정된 위치를 나타내게 하였다. 증발 잠열에 의한 영향과 피가공물이 녹았다가 다시 착상되는 등의 영향은 피가공물의 제거효율을 도입하여 실제 제거층 깊이를 추산함으로써 적용되도록 하였다. 본 연구에서는 Snoeys와 Van Dyck<sup>(1)</sup> 및 Madhu 등<sup>(4)</sup>의 문헌에서와 같이 피가공물의 제거 효율을 10%로 가정하여 공정 매개변수의 범위에 대하여 복합재료의 손상층의 깊이를 계산하였다. Fig. 4는 방전이 끝나는 시점인 130 $\mu\text{s}$ 에서 전열 이방성 계수(thermal anisotropic factor:  $k_r/k_z$  or  $k_z/k_r$ )에 대한 피가공물에 형성된 홈의 깊이와 반경의 크기를 나타낸 것

Table 1. Values of thermal conductivities selected for computation with removal efficiency of 10%.

	$k_r$ [cal/m · s · K]	$k_z$ [cal/m · s · K]
Case-1	1	1
Case-2	1	2
Case-3	1	3
Case-4	2	1
Case-5	3	1



(a)



(b)

Fig. 3 Temperature distributions after 130  $\mu\text{s}$  in the electro-discharge machined workpiece for the cases of (a)  $k_r = 1 \text{ cal/m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}$ ,  $k_z = 2 \text{ cal/m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}$  (Case-2), (b)  $k_r = 2 \text{ cal/m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}$ ,  $k_z = 1 \text{ cal/m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}$  (Case-4).

이다. 여기서  $r$  기호는 방전흔의 반경을,  $d$  기호는 방전흔의 깊이를 나타낸다. 축방향의 열전도도가 반경방향의 2배와 3배인 이방성을 갖는 경우는 방전흔의 깊이는 증가 하나, 반경은 약간 감소한다. 또한, 반경방향의 열전도도가 축방향의 2배와 3배인 이방성을 갖는 경우 방전흔의 반경은 증가하나 깊이는 약간 감소한다. 이것은 동일 열원이 피가공물에 도입되었을 때 열전도도가 큰 방향으로 열전달이 증가하고 상대적으로 작은 열전도도를 갖는 방향의 열전달이 감소하기 때문이다. 이와 같은 경우들에 대한 공작물 제거 속도를 계산하여 Fig. 5에 나타내었다. 공작물 제거 속도는 전열 이방성 계수가 증가함에 따라 선형적으로 증가한다. 특히,  $k_r$ 이  $k_z$ 보다 큰 경우가 그 반대의 경우보다 높은 공작물 제거속도를 나타내며, 전열 이방성 계수가 커질수록 그 차이는 증가한다. 따라서, 반경방향의 열전도도가 축방향의 열전도도보다 클 경우 공작물 제거 속도가 증가한다. 이것은 반경방향의 열전도도를 크게 하여 분화구의 지름을 크게 만드는 것이 축방향의 열전도도를 크게 하여 분화구의 깊이를 깊게 만드는 것보다 공작물 제거속도를 향상시키는 데 유리하다는 것을 뜻한다.

#### 4. 결론

Ahn등<sup>(6)</sup>이 제시한 알루미늄-탄화티타늄 복합재료의 물성을 기반으로 축방향과 반경 방향의 전도도가 다른 경우에 대하여 계산을 수행하였다. 이방성 재료의 제거 속도를 비교 분석한 결과 같은 제거 효율 조건에서 열전도도가 커질수록 공작물 제거 속도가 높아지는데, 축방향의 열전도도를 고정하고 반경방향의 열전도도를 증가시킨 경우가 그 반대의 경우보다 공작물 제거 속도가 빠르다는 것을 알 수 있었다.

#### 참고문헌

1. R. Snoeys and F. Van Dyck, "Investigations of EDM Operations by Means of Thermo-Mathematical Models," *Annals of CIRP*, Vol. 20, No. 1, pp. 35-36, 1971
2. S. Tariq Jilani and P. C. Pandey, "Analysis of Metal Removal in EDM: Effects of Metal Evaporation," *J. Eng. Prod.*, Vol. 6, pp. 123-133, 1983
3. S. M. Pandit and K. P. Rajurkar, "A Stochastic Approach to Thermal Modeling applied to Electro-Discharge Machining," *J. Heat Transfer*, Vol.

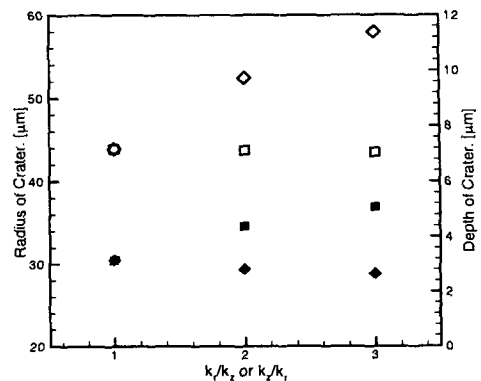


Fig. 4 The radius and depth of the crater developed with different thermal anisotropic factor ( $\tau_{on} = 130 \mu\text{s}$ ,  $DF = 0.45$ ).  $\diamond k_r/k_z$ ,  $\square k_z/k_r$ , open: radius, solid: depth.

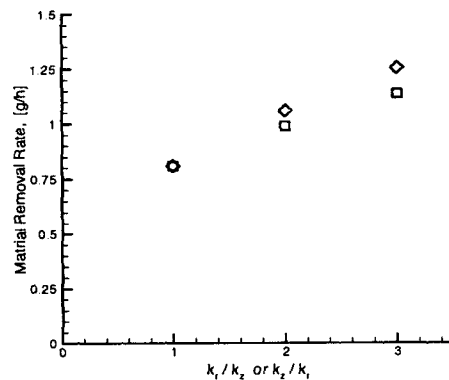


Fig. 5 Material removal rates as a function of the thermal anisotropic factors ( $\tau_{on} = 130 \mu\text{s}$ ,  $DF = 0.45$ ).  $\diamond k_r/k_z$ ,  $\square k_z/k_r$

105, pp. 555-562, 1983

4. P. Madhu, V. K. Jain and T. Sundararajan, "Analysis of EDM Process: A Finite Element Approach," *Computers Eng.*, Vol. 2, pp. 121-127, 1991
5. A. M. Gadalla and Y.-M. Cheng, "Machining of Zirconium Diboride and Its Composites," *Conf. Mach. Comp. Mater. II*, pp. 17-29, 1993
6. Y.-C. Ahn, and Y.-S. Chung, "Numerical Analysis of the Electro-discharge Machining Process for Alumina-Titanium Carbide Composite: II. Unsteady State Approach," *Korean J. Chem. Eng.*, Vol. 19, No. 4, pp. 694-702, 2002