

NURBS 곡면 재생성을 통한 유한 요소망의 자동 생성

박정민*(고려대 대학원 기계공학과), 채수원(고려대 기계공학과)

Automatic Generation of Finite Element Meshes by Regenerating NURBS Surfaces

J. M. Park(Mech. Eng. Dept. Korea Univ.), S. W. Chae(Mech. Eng. Dept., Korea Univ.)

ABSTRACT

The NURBS surfaces are widely employed for exchanging geometric models between different CAD/CAE systems. However if the input NURBS surfaces are poorly parameterized, most surface meshing algorithms may fail or the constructed meshes can be ill-conditioned. In this paper presents a new method is presented that can generate well conditioned meshes even on poorly parametrized NURBS surfaces by regenerating NURBS surfaces. To begin with, adequate points are sampled on original poorly parametrized surfaces and new surfaces are created by interpolating these points. And then, mesh generation is performed on new surfaces. With this method, models with poorly parameterized NURBS surfaces can be meshed successfully.

Key Words : NURBS Surface (NURB 곡면), Interpolation (보간), Parameterization (매개변수화), Mesh Generation (요소망 생성)

1. 서론

IGES 규약으로 모델 데이터를 작성할 경우 기하 형상을 나타내기 위해 대부분 NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) 곡면을 사용한다. 그러나 실제로 NURBS 곡면상에서 요소망 생성을 수행하는 경우 요소망 생성이 실패하거나 또는 매우 좋지 않은 요소망이 생성되는 경우가 있다. 이는 NURBS 로 표현된 곡면이 기하학적으로는 문제가 없더라도, 매개 변수 평면을 정의하는 값들이 균일하지 않을 때 발생한다. 특히 이러한 현상은 CAD 시스템을 이용한 설계에서 여러 번의 수정 작업을 통해 곡면이 정의되는 경우 자주 발생하게 된다.

위와 같은 경우, 주어진 곡면과 동일한 형상을 가지면서 이상이 없는 곡면을 생성하여야만 한다. 하지만 곡면을 새로 생성하는 경우에 있어서, 기존의 연구들은 주어진 점 데이터들로부터 부드러운 곡면을 생성하는 방법에 대한 연구가 대부분이다.[1~3]

반면 Razdan [4]의 경우 주어진 곡면과 형상이 유사하며, 매개 변수 영역도 이상이 없는 곡면을 생성하는 기법에 대해 연구하였으나, 4 개의 경계 곡선만을 고려하며 곡면을 생성하고, 생성과정 자

체도 지나치게 많은 표본점(Sampling points)를 고려하기 때문에 실제 문제에 대해 적용하기 어렵다.

본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위해서 주어진 NURBS 곡면이 요소망 생성에 부적합할 경우 보간(interpolation)방법을 이용, 본래의 곡면과 유사한 곡면을 새로 생성한 후 요소망을 생성하는 방법을 개발하였다.

2. 요소망 생성에 부적합한 곡면

NURBS 는 매듭값, 조정점, 가중치가 기저 함수와 맞물려 형상의 결정에 관여하게 되므로, 일반적으로 매개 변수와 실제 좌표사이의 길이비가, 각 구간별로 일정하지 않다. 그런데 이런 구간별 길이비가 극단적인 경우도 존재한다. Fig.1 은 이러한 내용을 매개 변수 구간과 실제 구간을 직선으로 단순화 시켜 나타낸 것이다.

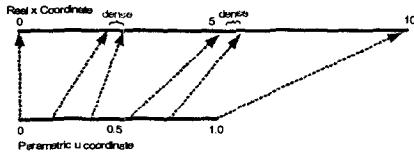


Fig. 1 Poorly parameterized line

이렇게 매개 변수 구간과 실제 곡면상의 거리비가 구간별로 큰 차이가 있음에도 불구하고, 형상은 제대로 표현할 수 있기에 이러한 모델도 NURBS로 표현된 적합한 곡면이라 볼 수 있다. 이 같은 상황에 대해 Farin, Razdan은 "매개변수가 부적절한 (poorly parameterized)" 경우라 표현하고 있다[5].

따라서 형상은 제대로 표현할 수 있다 하더라도 이 같은 경우의 트림된(trimmed) NURBS 곡면에서 요소망을 생성해야 하는 경우는 문제가 있다. 특히 간접 접근 기반의 방법들은 평면 요소 결과망을 곡면으로 변환시에 매개 변수 평면에 크게 의존하기 때문에 매개 변수 평면과 실제 곡면과의 관계가 요소망 생성 결과의 품질에 크게 작용한다.[6] Fig. 2는 구간별로 매개 변수 영역과 실제 곡면과의 길이비가 극단적인 경우의 트림된 NURBS 곡면을 나타낸 것이다.

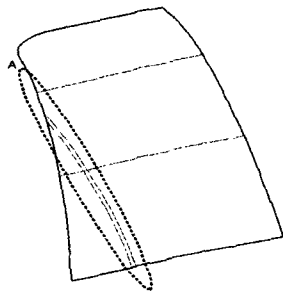


Fig. 2 Trimmed NURBS surface

Fig. 2에서 내부 격자는 전체 매개 변수 영역을 등간격으로 나누었을 때 실제 곡면상의 구간으로 표시한 것이다. A로 점선 표시한 부분은 길이비가 주위의 것과 크게 차이가 나는 부분이다.

3. 곡면의 재생성

이상과 같은 문제점을 해결하기 위해 본 논문에서는 입력된 모델을 토대로 기저(basis) NURBS 곡면을 다시 생성한 후, 생성된 곡면에서 트림된 NURBS 곡면으로 고려하는 방법을 제안하였다.

기저 NURBS 곡면을 재생성하기 위해, 주어진 NURBS 곡면으로부터 적절하게 표본점들을 추출한 후, 이 점들을 보간하는 방법을 사용하여 생성하였

다. 이 과정은 아래와 같이 크게 4 단계로 이루어진다.

- ① 곡면의 이상 유무 검사
- ② 원래 곡면으로부터 표본점 선택
- ③ 표본점들로부터 보간에 의한 곡면 생성
- ④ 경계 곡선에 대한 매개변수곡선 (parameter space curve) 재생성

3.1 곡면의 이상 유무 검사

먼저 IGES 파일로부터 NURBS 곡면을 읽어들이고, 입력받은 NURBS 곡면이 요소망 생성에 적합한지를 판단해야 한다. 요소망 생성에 적합한 곡면의 판단은 곡면을 u, v 방향에 대해 50 개의 구간으로 각각 나눈 후, 각 구간에 대해 매개 변수 영역과 대응하는 실제 곡면상의 길이비를 계산하여 허용된 기준치를 크게 벗어나는지를 판단하여 결정하였다.

3.2 표본점 (sampling points)의 결정

원래의 곡면으로부터 표본점을 추출해 내기 위해서는 추출할 점들의 개수가 먼저 결정되어야 하며, 개수가 결정되면 적절한 위치에서 점들을 선택하여야 한다. 표본점의 개수 결정에 있어서, 표본점은 많을수록 좀더 원래의 곡면과 유사한 곡면을 얻을 수 있겠지만, 표본점을 많이 설정하는 것은 현실적으로 문제가 많다. 따라서 주어진 곡면을 근사적으로 표현하고자 할 때 가능한 적은 수의 점들이 선택되어 보간 방법에 이용되어야 한다. 본 연구에서는 원래 곡면으로부터 추출할 점의 개수를 u, v 방향으로 각각, 2 차 편미분이 가능한 경우와 그렇지 않은 경우로 나누어서 결정하였다.

u 방향 또는 v 방향 기저 함수의 차수가 3 차 이상인 경우, 식(1)을 곡면에 대해 적용할 수 있도록 한 후, 점의 개수를 결정하였다.[7]

$$n = (b - a) \left(\frac{\sup_{a \leq t \leq b} \|C''(t)\|}{8\epsilon} \right)^{1/2} \quad \text{식(1)}$$

식(1)에서 ϵ 은 주어진 곡선을 $a \leq t \leq b$ 인 매개변수 구간 사이에서 직선구간 (line segment) 으로 근사화 시킬 때 허용되는 최대 오차이다. 이 식을 이용해 곡선을 직선의 집합으로 근사화 시키고자 할 때 필요한 점들의 개수를 알 수 있다.

식(1)은 곡선에 대한 것이므로 이것을 곡면에 대한 식으로 바꾸어야 한다. 이는 평가하고자 하는 매개변수좌표와 다른 방향의 매개변수좌표는 고정 시킴으로써 쉽게 적용할 수 있다. 평가식을 전체 곡면 영역에 대해 나누어 적용하여 각각의 결과값

을 구한 후, 이들의 평균값을 최종적인 표본점의 개수로 결정한다.

평가하는 방향의 기저함수(basis function)의 차수가 2 차 이하인 경우 위와 같은 방법은 사용할 수 없다. 이러한 경우에는 곡면의 차수와 매듭 벡터(knot vector)의 크기, 제어 점의 개수를 고려하여 표본점의 수를 결정한다.

이와 같이 개수를 결정한 후, 표본점들은 각 방향으로 서로간의 거리가 가능한 등간격이 유지되도록 선택된다. Fig. 3 은 곡면 위에서 이러한 표본점들을 선택한 모습을 표시한 것이다.

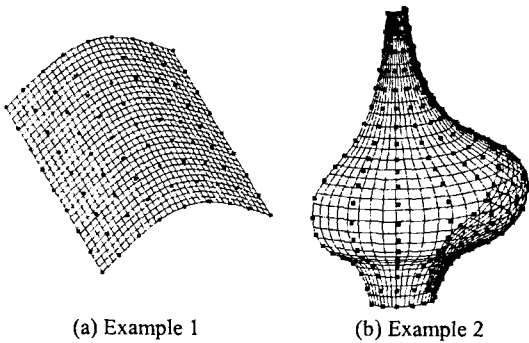


Fig. 3 Sampling points on surfaces

3.3 보간에 의한 곡면 생성

보간으로서 곡면을 생성하는 경우, 같은 표본점들이 주어져도 기저 함수의 차수, 각 조정점에 대한 매듭 벡터의 매개 변수화, 경계 조건(end condition)의 고려 여부에 따라 조금씩 다른 결과를 얻게 되며, 이에 대해서는 많은 연구들이 발표된 바 있다.[1~3]

본 연구에서는 다른 방법들에 비해 구현이 용이하며, C^2 연속성을 보장하는 bicubic B-spline 보간법을 사용하였다.[8~9] 곡면의 보간은 매개 변수값의 결정 과정과 조정점을 구하기 위한 선형계의 계산 과정으로 이루어진다.

보간에 의한 곡면을 생성하기 위해서는 먼저 표본점들에 상응하는 u, v 매개변수 값과, 매듭 벡터가 결정 되어야 한다. 본 논문에서는 널리 쓰이며 구현이 용이한 현의 길이에 의한 결정방법(chord length method)을 사용하였다. 이 방법은 표본점들간의 간격이 크게 불균일 할 경우 좋지 않은 결과를 얻을 수도 있다고 알려졌으나, 본 연구에서는 표본점들 간의 간격이 가능한 균일하도록 선택하였으므로 큰 문제는 없다고 판단된다.

매듭 벡터값 이외의 필요한 값들로, 각 방향의 차수 p, q 를 3으로 설정하고, 모든 가중치 값은 1.0으로 설정하였다. 곡면을 얻기 위해서 남은 미지항은 조정점들이며 곡면의 조정점들은 참고문헌의

bicubic B-spline 보간법을 사용하여 구할 수 있다.[8~9]

3.4 매개변수곡선 (parameter space curve)의 재생성

트림된 NURBS 곡면은 NURBS 기저 곡면과, 경계 곡선의 매개변수곡선 (parameter space curve, 이하 PS 곡선이라 칭한다)과 경계 곡선의 실제 좌표계에서의 곡선(model space curve, 이하 MS 곡선이라 칭한다)로 이루어져 있다. 이 중에서 NURBS 기저 곡면이 바뀌게 되면, 이전의 경계 PS 곡선은 사용할 수 없게 된다. 따라서 새로 생성된 기저 곡면과 MS 곡선정보를 이용하여 PS 곡선을 새로 만들어야 한다. PS 곡선의 생성 과정은 아래와 같다.

각각의 MS 곡선으로부터 51 개의 점을 추출한 후, 각 점의 3 차원 좌표와 허용 오차 내에서 가장 유사한 점을 새로 생성된 곡면에서 찾아 해당되는 u, v 매개변수 값을 저장한다. 이와 같이 찾은 51 개의 (u, v) 좌표값들을 보간 방법을 적용하여 3 차 NURBS 곡선으로 만든다.

3.5 보간에 의한 곡면 생성 결과

Fig. 4 는 이러한 과정을 매개 변수화가 잘못된 NURBS 곡면에 대해 적용한 예이다. 곡면내의 격자 선들은 매개변수 평면에서 등간격의 선을 실제 곡면 위에서 곡선으로 나타낸 것이다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 원래의 곡면은 일정 구간이 국부적으로 심하게 물려있는 데 반해 보간 과정을 거친 곡면은 이러한 현상이 사라졌음을 확인할 수 있다

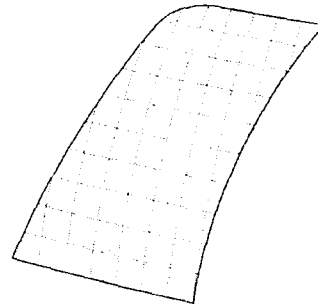
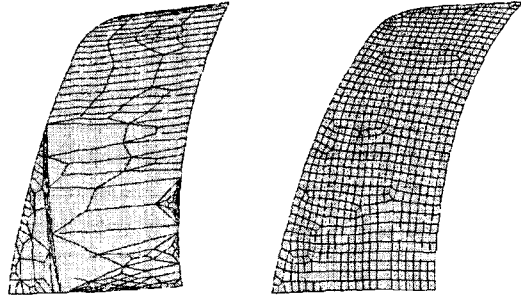


Fig. 4 Surface interpolation result

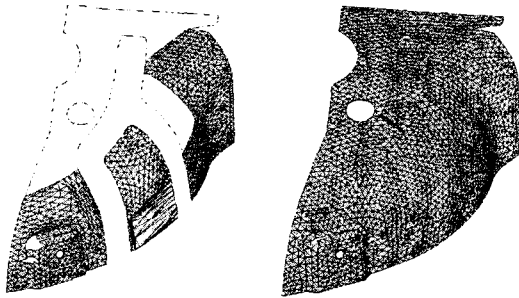
4. 구현 및 적용 예

Fig. 5~6 은 본 연구의 내용을 적용하여, 요소망 생성을 수행한 모습을 나타낸 것이다. 곡면에서의 유한요소망생성은 영역분할법(domain decomposition)을 사용하였다.[6] Fig. 5(a) 와 6(a)는 입력된 곡면을 수정하지 않은 상태에서 요소망 생성을 수행한 결과이다. 그림에서 보는 바와 같이 요소망이 심하게 찌그러지거나 또는 요소망 생성이 실패했음을

알 수 있다. Fig. 5(b) 와 6(b)는 본 연구에서 제안한 방법을 적용하여 입력된 곡면을 재생성한 후 요소망을 생성한 결과를 나타낸 것이다.



(a) on original surface (b) on interpolated surface
Fig. 5 Mesh generation results of example 1 of Fig.3



(a) on original surfaces (b) on interpolated surfaces
Fig. 6 Mesh generation result example 2 of Fig.3

5. 결론

본 논문에서는 기하 형상에는 큰 문제가 없으나, 기저 곡면의 매개변수화가 부적절하게 정의된 트림된 NURBS 곡면에서 요소망 생성이 가능하도록 하는 방법을 제안하였다. 이는 주어진 곡면 모델과 유사한 bicubic B-spline 곡면을 재생성함으로써 요소망 생성이 가능하도록 하는 방법이다.

먼저 트림된 NURBS 곡면이 입력되었을 때, 기저 곡면의 매개 변수 영역과 실제 곡면에서의 길이 비가 구간별로 크게 차이가 나는지를 판단하고, 만약 곡면이 요소망 생성에 적합하지 않다고 판단되면 곡면을 재구성하여 요소망을 생성하는 것이다.

곡면을 재구성 하는 과정은 크게 표본점의 개수 결정과 선택, 표본점들을 통과하는 기저 NURBS 곡면의 생성과 생성된 기저 곡면과 경계 곡선의 MS 곡선정보로부터 새로운 PS 곡선의 생성과정으로 이루어진다.

이러한 일련의 과정들을 통해서 기존의 방법에 의하면 요소망 생성이 불가능했던 곡면 모델에 대

해서도 요소망 생성이 가능하도록 하였다.

후 기

본 연구는 고려대학교 특별연구비에 의해 수행 되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

1. A. Kolb and H.P. Seidel "Interpolating Scattered Data With C2 Surfaces", Computer-Aided Design, Vol. 27, No. 4, pp.277-282, 1995
2. Nielson G.M. "A Method for Interpolating Scattered Data Based upon a Minimum Norm Network", American Math. Soc. Math. Comput, Vol. 40 pp. 253-271 1983
3. Weiyin M and J.P. Kruth "Parameterization of Randomly Measured Points for Least Squares Fitting of B-Spline Curves and Surfaces", Computer-Aided Design, Vol. 27, No. 9, pp. 663-675, 1995
4. A.Razdan "Healing NURB Surface", Ph.D Thesis, Arizona State Univ. 1995
5. A.Razdan and G. Farin, "Determination of End Conditions for NURBS Surface Interpolation", Computer-Aided Geometric Design, Vol. 15, pp. 757-768, 1998.
6. Soo-Won Chae and Ki-Youn Kwon, "Quadrilateral Mesh Generation on Trimmed NURBS Surfaces", KSME International Journal, Vol. 15, No. 4, pp. 592-601, 2001.5
7. D. Filip., R. Magedson, and R. Markot, "Surface Algorithm Using Bounds of Derivatives." Computer Aided Geometric Design, Vol. 3, pp. 295-311, 1986
8. L. Piegl and W. Tiller, "The NURBS Book", Springer, Germany, 1995
9. G. Farin, "Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design - A Practical Guide ,Fourth Edition", Academic Press, 1997