

## 유체로 연성된 다공 직사각평판의 실험적 모드 해석

유계형\*, 이명규\*(전북대원), 정경훈\*\*(한국원자력연구소), 이성철\*\*\* (전북대, 공업기술연구센터)

### Experimental Modal Analysis of Perforated Rectangular Plates Coupled with Fluid

Gye-Hyoung, Yoo\*, Myung-Gyu, Lee\*(Graduate School, Chonbuk Univ.), Kyeong-Hoon, Jeong\*\*(KAERI), and Seong-Cheol, Lee\*\*\*(Chonbuk Univ. RCIT)

#### ABSTRACT

This study dealt with the experimental modal analysis of the perforated rectangular plate coupled with fluid. The natural frequencies of the perforated plate and solid plate in air were obtained by the analytical method based on the relation between the reference kinetic and maximum potential energy and compared with the experimental results. Good agreement between the results was found for the natural frequencies of the perforated plate in air. It was empirically found the natural frequencies of the perforated plate coupled with fluid. The transverse vibration modes, in-phase and out-of-phase, were observed alternately in the fluid-coupled system. Additionally, the effect of distance between perforated plate and solid plate on the fluid-coupled natural frequency was investigated.

**Key Words :** Perforated rectangular plate (다공 직사각평판), Fluid-coupled (유체연성), Added mass (부가질량), Experimental modal analysis (실험적 모드해석), In-phase mode(동위상 모드), Out-of-phase mode(역위상 모드)

#### 1. 서론

오래 전부터 접수 구조물에 대한 동적 거동은 공학자들의 연구 대상이 되어왔다. 열교환기나 원자력 발전소, 유체 저장탱크 등과 같은 지상 구조물에서부터 비행체나 유조선, 화물선에 이르기까지 다양한 형태의 접수 구조물에 대한 연구가 수행되었다.

이와 같은 접수 구조물은 슬로싱(sloshing) 모드와 벌징(bulging) 모드와 같은 형태의 동적 거동을 하게 되는데, 슬로싱은 구조물의 강제 운동에 의해 발생하는 자유표면 진동에 의한 모드이고, 벌징은 유체로 연성된 구조물의 진동에 의한 모드이다. 슬로싱 주기가 구조물의 고유진동수 부근에서 발생할 경우 이로 인해 발생하는 힘과 모멘트는 구조물에 큰 영향을 미치게 된다. 이러한 슬로싱 모드를 제어하기 위해서는 유체 저장 구조물 내에 적당한 간격의 격막이나 여러 가지 형태의 배플(baffle)을 설치하게 되는데, 격막이나 배플과 같은 구조물에서 피로파괴의 대부분은 구조물 공진 시에, 즉 벌징 모드에서 발생하게 된다. 이와 같이 슬로싱 모드를 제어하기 위하여 설치한 다공 평판이 인접한 평판과 유체로 연성

될 경우의 벌징 모드는 유체연성(fluid-coupled) 및 부가질량(added mass) 효과에 의해 복잡하게 나타나게 된다. 따라서, 이와 같은 구조물의 안전성을 확보하기 위해서는 유체와 접하고 있는 구조물에 대한 정확한 동특성을 이해할 필요가 있다.

최근까지 유체와 접하고 있는 다양한 형태의 평판 구조물에 대한 진동해석이 수행되고 있는데, 유체와 접하고 있는 단일 평판의 문제가 대부분이었다<sup>(1,2)</sup>. 하지만 인접한 두 평판사이에 유체가 채워진 구조물은 단일 평판의 경우와는 다른 동특성을 갖고 이에 대한 연구가 수행되고 있다<sup>(3)</sup>.

평판의 접수진동에 관한 연구는 주로 평판 내에 구멍이 없거나 구멍이 있어도 단지 몇 개의 큰 구멍이 뚫린 경우가 대부분이었다<sup>(4)</sup>. 이러한 기존의 연구는 일정한 배열을 갖는 다공 평판이 유체와 접하는 경우와 다른 특성을 나타내고, 기존의 연구 결과로부터 다공 평판의 접수진동 특성을 예측하기 어렵다<sup>(5)</sup>.

따라서 본 연구에서는 실험적으로 모드해석을 통하여 인접한 바닥 평판과 물로 연성된 다공 직사각 평판의 동특성을 조사하고, 그 특성을 분석하였다.

이 때 다공 평판과 구멍이 없는 바닥 평판은 완전고정 경계조건을 갖도록 하였다. 공기 중에 있는 다공 직사각평판의 고유진동수는 등가 물성치를 이용하여 Rayleigh-Ritz 방법으로 계산하고, 이를 실험값과 비교하여 실험의 타당성을 검토하였다. 또한 바닥 평판과 물로 연성된 다공 평판의 고유진동수와 모드형상을 실험으로 구하였고, 두 평판 사이의 거리의 영향을 검토하였다.

## 2. 고유진동 해석

### 2.1 다공 직사각평판의 운동방정식

Fig.1은 본 연구에 사용된 다공 직사각평판을 나타낸 것으로  $a, b, h$ 는 각각 평판의 길이, 폭, 두께를 나타낸다.

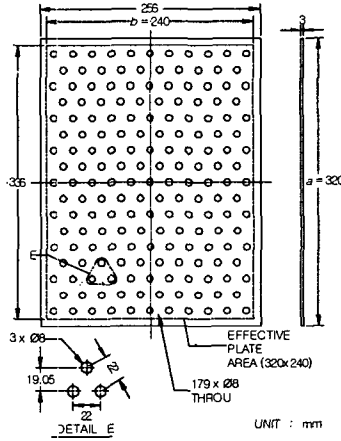


Fig. 1 A perforated rectangular plate

삼각형 배열을 갖는 다공 평판은 O'Donnell<sup>(6)</sup> 등이 제안한 등가 물성치를 이용하면 다공 평판을 구멍이 없는 평판과 유사하게 취급할 수 있다. 즉, 다공 평판의 강성과 밀도에 대한 구멍의 영향을 나타내는 등가 물성치를 사용함으로써 다공 평판을 균질

Table 1 Material properties of rectangular plate

Length×Width $a \times b$ (mm)	Thickness $h$ (mm)	Poisson's ratio $\mu$	Young's modulus $E$ (GPa)	Mass density $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
320×240	3.0	0.3	72.00	2700.0

Table 2 Equivalent material properties of perforated rectangular plate

Pitch/Diameter (mm)	Ligament efficiency $\eta$	Equivalent Poisson's ratio $\mu^*$	Equivalent Young's modulus $E^*$ (GPa)	Equivalent mass density $\rho^*$ (kg/m <sup>3</sup> )
22/8	0.6364	0.3127	51.11	2417.0

등방성 평판으로 취급할 수 있게 된다. 따라서 구멍

이 없는 평판의 물성치가 Table 1과 같을 때, 다공 평판은 유효 밀도  $\rho^*$ , 유효 포아송비  $\mu^*$ , 유효 탄성계수  $E^*$ 와 같이 수정된 물성치를 갖는 평판으로 대체할 수 있고 이를 정리하면 Table 2와 같다.

공기 중에 있는 다공 직사각평판의 횡변위  $w$ 에 대한 운동 방정식은 식 (1)과 같이 쓸 수 있다.

$$D^* \nabla^4 w + \rho^* h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서,  $D^* = E^* h^3 / 12(1 - \mu^{*2})$ 는 다공 평판의 유효 강성도이고,  $\nabla^4$ 은 직각 좌표계의 이중조화 연산자 (biharmonic operator)로 식 (2)와 같다.

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (2)$$

식 (1)의 일반해는 식(3)과 같이 쓸 수 있으며,

$$w(x, y, t) = W_{mn}(x, y) \exp(i\omega_j t) \quad (3)$$

적합함수  $W_{mn}(x, y)$ 는 경계조건을 만족하는 보에 대한 고유함수의 합으로 나타낼 수 있다. 따라서, 완전 고정 경계조건을 갖는 다공 직사각평판의 동적 변위는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$W_{mn}(x, y) = \left[ \cosh\left(\frac{\lambda_m x}{a}\right) - \cos\left(\frac{\lambda_m x}{a}\right) - \sigma_m \left\{ \sinh\left(\frac{\lambda_m x}{a}\right) - \sin\left(\frac{\lambda_m x}{a}\right) \right\} \right] \times \left[ \cosh\left(\frac{\lambda_n y}{b}\right) - \cos\left(\frac{\lambda_n y}{b}\right) - \sigma_n \left\{ \sinh\left(\frac{\lambda_n y}{b}\right) - \sin\left(\frac{\lambda_n y}{b}\right) \right\} \right] \quad (4)$$

여기서, 계수  $j, k = 1, 2, 3, \dots$  일 때,  $\lambda_j, \lambda_k = 4.73004, 7.85320, 10.99561, 14.13717, 17.27876, (2j+1)\pi/2$  ( $j, k > 5$ ) 이고,  $\sigma_j, \sigma_k = 0.98205, 1.00078, 0.99997, 1.00000$  ( $j, k > 3$ )이다.

### 2.2 다공 직사각평판의 고유진동수

다공 직사각평판의 운동에너지와 변형에너지는 구멍이 없는 평판에 대한 에너지 식에 등가 물성치를 사용하여 다음과 같이 각각 나타낼 수 있다.

$$T_P = \frac{1}{2} \rho^* h \int_0^a \int_0^b W_{mn}^2 dx dy \quad (5)$$

$$V_P = \frac{D^*}{2} \int_0^a \int_0^b \left[ \left( \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial y^2} \right)^2 + 2\mu^* \left( \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial y^2} \right) + 2(1 - \mu^*) \left( \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (6)$$

따라서, Rayleigh-Ritz 방법에 의해 공기 중에 있

는 다공 직사각평판의 고유진동수는 다음 식으로부터 계산된다.

$$\omega = \sqrt{V_p/T_p} \quad (7)$$

### 3. 실험적 모드 해석

#### 3.1 실험 장치 및 방법

물로 연성된 다공 직사각평판의 모드해석을 위해 다음과 같이 실험장치를 구성하여 실험을 수행하였다. 실험에 사용된 구멍이 없는 평판과 삼각형 배열을 갖는 다공 평판은 가로, 세로가 336 mm × 256 mm이고, 두께가 3 mm인 알루미늄 직사각평판이다. 평판을 고정하기 위한 프레임과 홀더는 가로, 세로가 각각 420 mm × 340 mm인 강판의 내부에 320 mm × 240 mm 크기의 직사각형 구멍이 뚫린 구조물로, 홀더는 두께가 일정한 20 mm의 강판으로 제작하였고, 지지 프레임은 두 평판사이의 거리에 따라 20 mm, 40 mm, 80 mm의 두께를 갖도록 하였다.

Fig.2(a)와 같이 다공 평판과 구멍이 없는 평판을 지지 프레임과 홀더 사이에 놓고 볼트로 이들을 체결하여 완전 구속조건으로 만들었다. 측정장치는 Fig.2(b)와 같이 가속도계(PCB, 353A17, A353A17), 충격해머(PCB, 086C03), 신호분석기(Zonic, Medallion)와 컴퓨터로 구성된다.

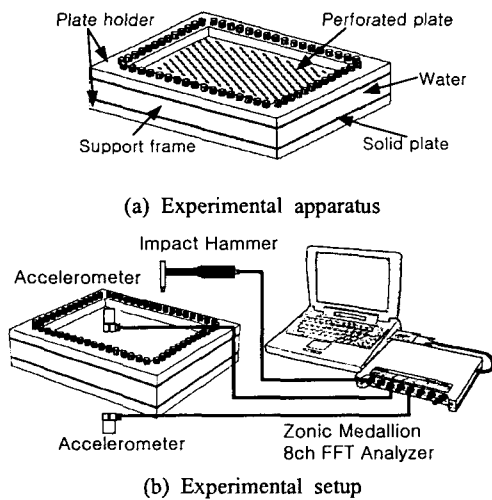


Fig. 2 Experimental apparatus and setup

이와 같이 구성된 실험장치의 타당성을 검토하기 위해 다공 직사각평판과 구멍이 없는 직사각평판의 모드해석을 수행하고 이를 이론값과 비교하였다.

물로 연성된 다공 직사각평판의 진동특성을 알아보기 위해 구멍이 없는 바닥평판과 삼각형 배열을 갖는 다공 평판 사이에 물을 채워 실험을 수행하였

다. 이때 평판 사이의 거리를 20 mm, 40 mm, 80 mm로 하여 거리 변화에 따른 다공 평판의 영향을 검토하였다. 각 평판을 가로 8개, 세로 6개씩 48개의 절점을 갖도록 등분하여 각 측정점에서 입력된 신호를 5회 평균하여 주파수 응답함수를 구하였다. 계속된 주파수 응답함수로부터 고유진동수와 모드형상을 구하기 위해 상용 모드해석 소프트웨어인 ME'scope VES (Vibrant Technology, Inc.)를 이용하였다.

#### 3.2 실험 결과 및 고찰

물로 연성된 다공 직사각평판의 모드해석에 앞서 공기 중에 있는 다공 평판과 구멍이 없는 평판의 이론해석을 수행하여 실험에 대한 타당성을 검토하였다. Table 3은 Table 1과 2에서 제시한 물성치를 이용하여 계산한 구멍이 없는 직사각평판과 다공 직사각평판의 고유진동수를 모드 해석으로부터 구한 값과 비교한 것이다. 표에서  $m$ 과  $n$ 은 각각 길이가 320 mm인  $a$ 변과 240 mm인  $b$ 변에 나타나는 모드 번호이다. 이론값은 Rayleigh-Ritz 방법으로 계산하였는데, 표의 결과를 보면 실험값이 이론값보다 작게 나타나고 있다. 일반적으로 실험값은 이론값보다 작게 나타나는데, 이는 실험에서 완전 구속조건을 부여하기 어렵

Table 3 Modal parameters of solid and perforated rectangular plate in air

	Mode number ( $m \times n$ )	Natural frequency (Hz)			damping (%)
		Theory	Experiment	Deviation	
Solid plate	1×1	373.0	351.2	6.2	0.60
	2×1	626.8	619.2	1.2	0.62
	1×2	878.5	826.8	6.3	0.39
	3×1	1043.9	981.0	6.4	0.11
	2×2	1113.8	1041.7	6.9	0.23
Perforated plate	1×1	333.6	333.4	0.1	0.07
	2×1	560.6	554.8	1.0	0.05
	1×2	785.7	778.3	0.9	0.07
	3×1	933.6	913.2	2.2	0.07
	2×2	996.1	985.5	1.1	0.05

Table 4 Modal parameters of perforated rectangular plate coupled with water

No.	mode shape	D = 20 mm			D = 40 mm			D = 80 mm		
		natural freq. (Hz)	damp. (%)	mode shape	natural freq. (Hz)	damp. (%)	mode shape	natural freq. (Hz)	damp. (%)	
1	1×1 <sub>0</sub>	128.2	0.78	1×1 <sub>0</sub>	123.9	0.68	1×1 <sub>0</sub>	115.4	0.22	
2	2×1 <sub>0</sub>	225.0	0.53	1×1 <sub>1</sub>	201.0	0.30	1×1 <sub>1</sub>	200.9	0.49	
3	1×2 <sub>1</sub>	235.3	0.19	2×1 <sub>0</sub>	225.7	0.38	2×1 <sub>0</sub>	222.9	0.45	
4	1×2 <sub>0</sub>	317.8	0.46	1×2 <sub>0</sub>	325.0	0.34	2×1 <sub>1</sub>	335.5	0.33	
5	2×1 <sub>1</sub>	395.6	0.13	2×1 <sub>1</sub>	358.3	0.25	2×2 <sub>0</sub>	446.4	0.23	
6	2×2 <sub>0</sub>	421.5	0.73	3×1 <sub>0</sub>	416.1	0.26	1×2 <sub>1</sub>	466.2	0.31	
7	3×2 <sub>0</sub>	601.9	0.41	2×2 <sub>0</sub>	436.4	0.26	3×1 <sub>1</sub>	556.2	0.26	
8	3×1 <sub>1</sub>	652.7	0.36	1×2 <sub>1</sub>	505.5	0.21	2×2 <sub>1</sub>	606.8	0.23	
9	2×2 <sub>1</sub>	701.0	0.11	3×1 <sub>1</sub>	601.4	0.18	3×2 <sub>0</sub>	663.6	0.28	
10	2×3 <sub>0</sub>	759.0	0.43	2×2 <sub>1</sub>	645.8	0.25	4×1 <sub>0</sub>	719.7	0.32	

기 때문이다. 즉, 변위와 기울기가 0인 경계조건을

만들 수 없기 때문에 측정된 고유진동수는 언제나 이론값보다 작게 된다. 따라서 Table 3의 결과는 타당하다고 볼 수 있다.

바닥 평판과 물로 연성된 다공 평판의 모드해석 결과를 정리하면 Table 4와 같다. 두 평판의 상대적인 움직임에 따라 동위상 모드와 역위상 모드가 나타나게 되는데, 표의 모드형상에서 'i'는 동위상 모드를 'o'는 역위상 모드를 나타낸다.

일반적으로 공기 중에 있는 인접한 두 평판이 유체로 연성될 경우 역위상 모드의 값은 항상 동위상 모드보다 크게 나타난다<sup>(9)</sup>. 특히, 구멍이 없는 두 평판의 경우 1×1모드에서 역위상 모드가 나타나지 않게 되는데, 이는 내부 유체의 체적보존에 기인한다. 즉, 외부에서 유체가 공급되거나 외부로 방출되지 않는 한, 1×1모드의 역위상 모드는 존재하지 않게 된다. 하지만 Fig.3(a)에서 보면 다공 평판이 구멍이 없는 평판과 연성된 경우는 평판에 뚫린 구멍으로 내부 유체가 이동하게 되므로 역위상 모드가 존재함을 알 수 있다. Fig.3은 두 평판사이의 거리가 40 mm 인 경우에 대한 모드형상으로 대응하는 모드에서 동위상 모드와 역위상 모드가 나타나고 있다.

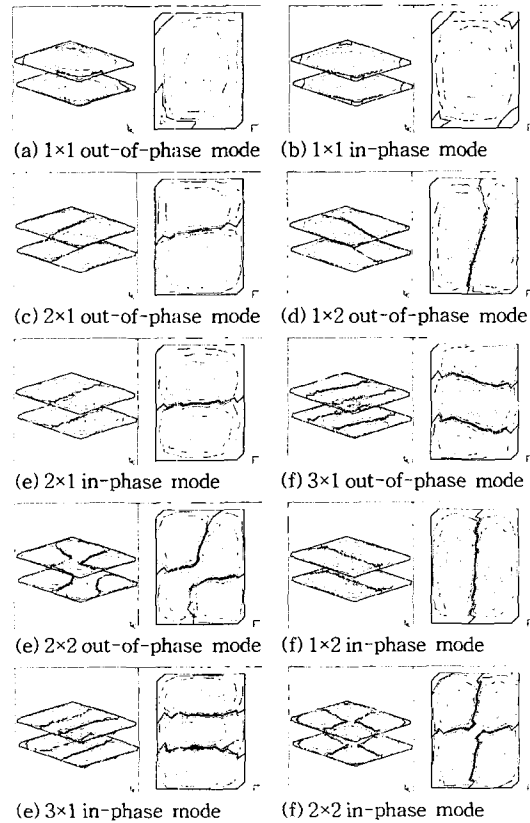


Fig. 3 Mode shape of perforated rectangular plate coupled with water (D = 40 mm)

Table 4에서 두 평판사이의 거리가 증가함에 따

라 내부 유체의 부가질량효과에 의해 고유진동수가 감소하고 있고, 대응하는 동위상 모드와 역위상 모드사이의 진동수 차이가 줄어들고 있다. 이는 두 평판사이의 거리가 멀어짐에 따라 유체 연성의 영향이 감소함을 의미하는 것으로 다공 평판이 유체로 연성될 때 구멍이 없는 평판끼리 연성될 때에 비해 감소 정도가 크게 나타나고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

삼각형 배열을 갖는 다공 직사각평판이 유체로 연성된 경우의 고유진동을 해석하기 위해 공기 중에 있는 다공 직사각평판의 고유진동수를 계산하여 실험의 타당성을 검토한 후, 인접한 평판과 유체로 연성된 다공 평판의 동특성을 실험적 모드해석으로 구하고, 이를 분석하였다.

그 결과 Rayleigh-Ritz 방법에 의한 이론값과 실험값이 잘 일치하였고, 인접한 두 평판이 유체로 연성될 경우 두 평판의 상대적인 움직임에 의해 동위상 모드와 역위상 모드가 나타났다. 또한 다공 평판과 인접한 바닥평판이 유체로 연성될 때, 그 거리가 증가함에 따라 내부 유체의 영향이 감소함을 알 수 있었다.

#### 참고문헌

1. M. K. Kwak, "Hydroelastic Vibration of Rectangular Plates," J. of Applied Mechanics, Vol.63, pp.110~115, 1996.
2. Haddara, M. R., and Cao, S., "A Study of the Dynamic Response of Submerged Rectangular Flat Plates." Marine Structures, Vol.9, pp.913~933, 1996.
3. 유계형, 정경훈, 이성철, "유체로 연성된 동일한 두 직사각 평판의 고유진동 해석," 산업안전학회지, 제17권, 제2호, pp.8~15, 2002.
4. 이호섭, 김극천, "유공 직사각형 평판의 접수 진동," 대한조선학회 논문집, Vol.21, No.1, pp.21~34, 1984.
5. Jeong, K. H., Ahn, B. K., and Lee, S. C., "Modal Analysis of Perforated Rectangular Plates in Contact with Water," Structural Engineering and Mechanics, Vol.12, No.2, pp.189~200, 2001.
6. O'Donnell, W. J., "Effective Elastic Constants for the Bending of Thin Perforated Plates with Triangular and Square Penetration Patterns," J. of Engineering for Industry, pp.121~128, Feb., 1973.