韓國精密工學會 2002年度 秋季學術大會論文集 pp.912～915 KSPE 02F221

선 기하를 이용한 가속도 해석과 동역학에의 적용

홍만복*(연세대학교 기계공학과), 최용제(연세대학교 기계공학과)

Acceleration analysis by using line geometry and its application to dynamics

M. B. Hong(Mechanical. Eng. Dept. Yonsei University), Y. J. Choi(Mechanical Eng. Dept. Yonsei University)

ABSTRACT

It has been known that general velocity and force of a rigid body in space can be described in forms of a twist and a wrench by use of screws. However, the geometrical meaning of acceleration has not been clearly disclosed. It has been a normal practice to analyze or synthesize the acceleration effect of manipulator using some complex mathematical equations, which do not represent any geometrical meanings. In other words, such a technique doesn't clearly provide information about the overall acceleration state of manipulator at that instant. In this study, the geometrical meaning of acceleration of a rigid body has been investigated and thereby a geometrical procedure which can be applied to inverse acceleration analysis of a general non-redundant manipulator is presented as an application.

Key Words : The theory of screw (나선이론), Line geometry (선 기하), Motor product (모터 곱), twist (트위스트), Accelerator (액셀러레이터), Ray coordinate (방사 좌표)

1. 서론

나선 이론(theory of screw)은, 19 세기 초, 강체의 어떤 변위도 한 축에 대한 회전과 그 축에 대한 병진 운동의 조합으로 이루어 질 수 있다는 Chasles 에의 의한 개념과, 강체에 작용하는 임의의 힘들과 커플(couple)들은 한 개의 합력과 커플로 대체할 수 있다는 Poinsot 의 개념, 그리고 Pl□cker 가 소개한 선 좌표(line coordinates)의 개념[1] 등의 개발에 따라 발전되었으며, 1900 년 Ball[2]에 의해 정립된 동역학 이론이다. 또한 Study[3]는 1903 년에 또 다른 형태의 복소수인 이원수(dual number)의 기하학 응용으로서의 이원각(dual angle)을 소개하였고, Von Mises 는 1924 년 " Motorrechnung" (Motor Calculus)를 통해서 나선과 같은 개념의 motor 이론을 정립하였다. 근대에 이르러, 일반적인 속도와 힘은 나선(screw)이라는 기하학적 요소로 나타낼 수 있다고 하는 이러한 나선 이론을 도구로 하여 복잡한 머니퓰레이터의 속도, 힘 해석을 간단하게 해석할 수 있게 되었으며 또한 Jacobian 행렬의 구성과 이를 구성하는 원소들의 기하학적 또는 물리적 의미를 쉽게 이해할 수 있게 되었다. 그러나 지속적인 나선 이론의 발전에도 불구하고 가속도 역시 하나의 기하학적 요소인 나선(screw)으로 표현할 수 있는 지에 대한 명확한 이론이 제시되어 있지 않아 이에 대한 많은 논란이 계속 되어왔다[5]. 강체가 공간 상에서 운동할 경우 그 강체에 대한 운동학적 특성들을 하나의 기하학적 요소로 표현함은 각 특성들을 명확히 이해하는데 많은 도움을 주며, 또한 복잡한 운동의 해석을 보다 용이하게 해 주기도 한다. 따라서 본 연구에서는, 운동하는 강체에 작용하는 가속도의 기하학적 특성을 규명해 보고, 이를 통해 조인트로 연결된 강체계의 기하학적 해석 방법을 제시한다. 또한 이 이론을 바탕으로 조인트로 연결된 강체계 끝단(end effector)의 역 가속도 해석방법을 제시한다.

2. 공간상의 강체의 가속도 해석

속도 해석으로 구한 공간 상의 한 강체의 트위스트 축 상의 한 점 P 와 또 다른 임의의 한 점 Q 를 고려하자. 속도를 미분하여 임의의 점 Q 의 가속도는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \underline{\alpha} \\ \underline{a}_Q \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\alpha} \\ \underline{a}_P + \underline{\alpha} \times \underline{r}_{Q/P} \end{pmatrix}}_{①} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\omega} \times \left(\underline{\omega} \times \underline{r}_{Q/P}\right) \end{pmatrix}}_{②} \tag{2-1}$$

Brand 에 의한 모터(motor) 정의[4]를 고려하면, 가속도에 대한 식(2-1)의 ①성분은 전이 식(shift formula)을 만족하기 때문에 모터(motor)라 할 수 있다. 그러나, 식(2-1)의 ②성분의 크기는 벡터, $\underline{r}_{Q/P}$의 트위스트 축에 대한 수직 방향 성분에 의존하므로, 만약 기준점의 위치를 트위스트 축 위의 임의의 점으로 하였을 경우 순 커플(pure couple) 과 같은 특성을 보이지만 기준점의 위치를 트위스트 축 이외의 다른 점으로 하였을 경우 기준점에 따라 서로 다른 크기를 갖게 된다. 결국, ②성분 은 실수 항이 존재하지 않기 때문에 순 커플처럼 보이지만, 기준점에 따라 크기가 변하기 때문에 일반적으로 모터가 아니다. 또한 ① 성분과 ② 성분의 합인 전체 가속도 성분도 전이 식(shift formula)을 만족하지 않기 때문에 모터라 할 수 없다. 결국 속도와는 다르게 가속도 자체는 나선이라 할 수 없다.

결국 가속도는 나선 성분과 속도 의존적인 성분의 합으로 나타낼 수 있고, 이 때 가속도의 나선 성분을 accelerator 라 한다. 가속도의 accelerator 성분은 나선이기 때문에 그에 해당하는 나선 축과 피치가 존재한다. 먼저 accelerator 성분만 고려하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\hat{A} = \begin{Bmatrix} \underline{\alpha} \\ \underline{a}_0 \end{Bmatrix} \tag{2-2}$$

이때, $\underline{a}_0$는 고려하는 순간에 좌표계의 원점과 일치하는 강체상의 한 점의 가속도를 의미한다.

accelerator 의 피치를 h_A, accelerator 축의 위치를 $\underline{r}_A$라 나타내면

$$h_A = \frac{\underline{\alpha} \cdot \underline{a}_0}{\underline{\alpha} \cdot \underline{\alpha}} \qquad \underline{r}_A = \frac{\underline{\alpha} \times \underline{a}_0}{\underline{\alpha} \cdot \underline{\alpha}} \tag{2-3}$$

트위스트 축 상의 한 점을 기준으로 accelerator 피치 와 accelerator 로부터 의 거리를 사용하여 (2-3) 식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \underline{\alpha} \\ \underline{a}_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\alpha} \\ h_A \underline{\alpha} + \underline{\alpha} \times \underline{r}_{Q/R} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}_{Q/P}) \end{pmatrix} \tag{2-6}$$

여기서, $\underline{r}_{Q/R}$는 accelerator 축 상의 한 점에서 강체 상의 점, Q 까지의 위치벡터 이다.

그러므로, 일반적인 운동을 하는 강체 상의 임의의 점의 선 가속도는 모두 세 부분으로 나누어서 생각할 수 있다.

$h_A \underline{\alpha}$: accelerator 축 방향의 가속도

$\underline{\alpha} \times \underline{r}_{Q/A}$: accelerator 축과 수직한 방향의 가속도

$\underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}_{Q/P})$: 트위스트 축과 수직하며, 그 축을 향하는 방향의 속도 의존적인 가속도

단일 강체인 경우 가속도 성분 중 속도 의존적인 항은 $\underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}_{Q/P})$ 성분이며 이는 트위스트 축을 향하는 구심 가속도라 할 수 있다.

2.1 등속 점의 존재

공간 상에서 일반적인 가속 운동을 하는 강체의 경우 항상 가속도가 영인 점이 존재한다. 이 점을 등속 점이라 부르며 이러한 등속 점의 존재는 강체에 작용하는 가속도가 나선이 아님을 나타낸다. 강체의 가속도를 하나의 나선으로 표현할 수 있다면 강체 상 임의의 점에는 항상 두 종류의 가속도가 작용하게 된다. 즉, 가속도 축에 평행한 방향의 가속도와 이에 수직한 방향의 가속도이다. 하지만 두 종류의 가속도는 서로 선형 독립적이기 때문에 두 성분의 가속도의 조합으로 가속도를 영으로 만들 수 없다. 결국 가속도가 나선이라면 강체 상 임의의 점에서 등속 점이 발생할 수 없으며 이는 등속 점이 존재한다는 사실에 모순된다.

이러한 등속 점의 존재는 앞에서 유도한 식을 통해서 증명할 수 있다. 즉, 일반적인 가속도는 나선 성분과 나선이 아닌 트위스트 축을 향하는 구심 가속도 항의 조합으로 표현할 수 있다. 나선 성분의 두 가속도 성분은 서로 선형 독립적이지만 트위스트 축을 향하는 구심 가속도 성분은 이러한 나선 성분과 선형 독립일 필요는 없다. 이러한 이유로 나선 성분과 구심 가속도 성분의 조합으로 가속도가 영인 지점을 찾아낼 수 있으며 이는 등속 점이 강체 상에 항상 존재함을 나타낸다.

3. 조인트로 연결된 강체계의 가속도 해석

3.1 일반적인 가속도 해석

일반적으로 2 자유도 이상의 조인트들은 1 자유도 조인트를 표현하는 나선의 선형 조합으로 표현할 수 있다. 그러므로 일반적인 조인트로 연결되어 있는 강체들에 대한 해석은 1 자유도 조인트로 연결된 모델로 모델링 하여 해석 가능하다. 또한 1 자유도 조인트를 피치를 지니는 하나의 나선으로 표현할 경우 이는 피치를 조절함에 의해 일반적인 1 자유도 조인트를 모두 표현할 수 있으므로 조인트를 그에 해당하는 하나의 나선으로 표현하여 조인트로 연결된 강체들의 가속도 해석에 적용한다. Rico[6]는 이러한 강체계의 끝 단의 가속도를 다음과 같이 유도하였다.

$$
\begin{aligned}
\underline{\alpha} = &\ \dot{\omega}_1\underline{s}_1 + \dot{\omega}_2\underline{s}_2 + \cdots + \dot{\omega}_{m-1}\underline{s}_{m-1} + \dot{\omega}_m\underline{s}_m \\
&+ \omega_1\underline{s}_1 \times \left(\omega_2\underline{s}_2 + \cdots + \omega_{m-1}\underline{s}_{m-1} + \omega_m\underline{s}_m\right) \\
&+ \omega_2\underline{s}_2 \times \left(\omega_3\underline{s}_3 + \cdots + \omega_{m-1}\underline{s}_{m-1} + \omega_m\underline{s}_m\right) \\
&+ \cdots \\
&+ \omega_{m-1}\underline{s}_{m-1} \times \left(\omega_m\underline{s}_m\right)
\end{aligned} \tag{3-1}
$$

$$
\begin{aligned}
\underline{a}_0 = &\ \dot{\omega}_1\underline{s}_{01} + \dot{\omega}_2\underline{s}_{02} + \cdots + \dot{\omega}_{m-1}\underline{s}_{0(m-1)} + \dot{\omega}_m\underline{s}_{0m} \\
&+ \omega_1^2\underline{s}_1 \times \underline{s}_{01} + \omega_2^2\underline{s}_2 \times \underline{s}_{02} + \cdots \\
&+ \omega_{m-1}^2\underline{s}_{m-1} \times \underline{s}_{0(m-1)} + \omega_m^2\underline{s}_m \times \underline{s}_{0m} \\
&+ 2\omega_1\underline{s}_1 \times \left(\omega_2\underline{s}_{02} + \cdots + \omega_{m-1}\underline{s}_{0(m-1)} + \omega_m\underline{s}_{0m}\right) \\
&+ 2\omega_2\underline{s}_2 \times \left(\omega_3\underline{s}_{03} + \cdots + \omega_{m-1}\underline{s}_{0(m-1)} + \omega_m\underline{s}_{0m}\right) \\
&+ \cdots \\
&+ 2\omega_{m-1}\underline{s}_{m-1} \times \left(\omega_m\underline{s}_{0m}\right)
\end{aligned} \tag{3-2}
$$

여기서 강체계의 끝 단은 m 번째 강체이며 각 조인트를 구성하는 나선은 방사 좌표(Ray coordinate)로 다음과 같이 표현된다.

$$
\hat{\underline{s}}_j = \begin{bmatrix} \underline{s}_j \\ \underline{s}_{0j} \end{bmatrix} \tag{3-3}
$$

그러므로 m 번째 강체 상의 임의의 점, Q 에서의 가속도는 (2-2) 식을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$
\underline{a}_Q = \underline{a}_0 + \underline{\alpha} \times \underline{r}_{Q/0} + \underline{\omega} \times \left(\underline{\omega}_m \times \underline{r}_{Q/0}\right) \tag{3-4}
$$

3.2 선 기하를 이용한 가속도 표현

3.2.1 끝 단의 각속도가 영$(\underline{\omega} = \underline{0})$ 인 운동

일반적인 가속도 해석에 의한 식,(3-1,2)은 기하학적으로 명확하지 못하기 때문에 Rico[6]는 끝단의 각속도가 영이 될 경우 가속도는 다음과 같이 기하학적으로 의미를 갖는 식으로 표현될 수 있음을 보였다.

$$
\begin{aligned}
\hat{\underline{A}} = \begin{bmatrix} \underline{\alpha} \\ \underline{a}_0 \end{bmatrix} = &\ \dot{\omega}_1\hat{s}_1 + \dot{\omega}_2\hat{s}_2 + \cdots + \dot{\omega}_{m-1}\hat{s}_{m-1} + \dot{\omega}_m\hat{s}_m \\
&+ \left[\omega_{m-1}\hat{s}_{m-1} \;\; \omega_m\hat{s}_m\right] + \left[\omega_{m-2}\hat{s}_{m-2} \;\; \omega_{m-1}\hat{s}_{m-1} + \omega_m\hat{s}_m\right] \\
&+ \cdots \\
&+ \left[\omega_1\hat{s}_1 \;\; \omega_2\hat{s}_2 + \omega_3\hat{s}_3 + \cdots + \omega_m\hat{s}_m\right]
\end{aligned} \tag{3-5}
$$

위 식(3-5)는 강체들의 연결이 폐루프를 형성할 경우 바로 적용될 수 있다. 즉, 강체계 끝 단이 기준 좌표 계에 연결된다고 보면 끝 단에서의 속도는 영이 되기 때문이다. 하지만 강체들의 연결이 개루프로 구성되어있는 경우에는 특정한 순간, 끝 단의 각속도가 영이 될 경우 적용 위 식을 적용 가능하다고 Rico 는 제안하였다. 즉, 그 순간 끝 단이 기준 좌표 계에 대해 병진 운동만 발생한다면 적용할 수 있다. 하지만 이는 일반적인 강체계의 운동에 식(3-5)를 적용하는데 있어서 상당히 제한적이다

3.2.1 일반적인 가속도 운동

m 번째 강체에 해당하는 트위스트 축 상의 한 점 P 에 대해 속도 해석 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$
\begin{Bmatrix} \underline{\omega} \\ h_t\underline{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega_1\underline{s}_1 + \omega_2\underline{s}_2 + \cdots + \omega_{m-1}\underline{s}_{m-1} + \omega_m\underline{s}_m \\ \omega_1\underline{s}_{P1} + \omega_2\underline{s}_{P2} + \cdots + \omega_{m-1}\underline{s}_{P(m-1)} + \omega_m\underline{s}_{Pm} \end{Bmatrix} \tag{3-6}
$$

P 점은 트위스트 축 상의 점이므로, $\underline{v}_P = h_t\underline{\omega}$ 이라 할 수 있으며 h_t 는 트위스트의 피치를 나타낸다 그러므로 (3-6)식의 두 속도 성분을 외적 함으로서 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\omega^2{}_1\underline{s}_1 \times \underline{s}_{P1} + \omega^2{}_2\underline{s}_2 \times \underline{s}_{P2} + \cdots + \omega^2{}_m\underline{s}_m \times \underline{s}_{Pm} \quad = \\
&- \omega_1\underline{s}_1 \times \left(\omega_2\underline{s}_{P2} + \omega_3\underline{s}_{P3} + \cdots \omega_m\underline{s}_{Pm}\right) \\
&- \cdots \\
&- \omega_{m-2}\underline{s}_{m-2} \times \left(\omega_{m-1}\underline{s}_{P(m-1)} + \omega_m\underline{s}_{Pm}\right) \\
&- \omega_{m-1}\underline{s}_{m-1} \times \left(\omega_m\underline{s}_{Pm}\right) \\
&+ \omega_2\underline{s}_2 \times \left(\omega_1\underline{s}_{P1}\right) + \omega_3\underline{s}_3 \times \left(\omega_1\underline{s}_{P1} + \omega_2\underline{s}_{P2}\right) \\
&+ \cdots \\
&+ \omega_{m-1}\underline{s}_{m-1} \times \left(\omega_1\underline{s}_{P1} + \omega_2\underline{s}_{P2} + \cdots \omega_{m-2}\underline{s}_{P(m-2)}\right) \\
&+ \omega_m\underline{s}_m \times \left(\omega_1\underline{s}_{P1} + \omega_2\underline{s}_{P2} + \cdots \omega_{m-1}\underline{s}_{P(m-1)}\right)
\end{aligned} \tag{3-7}
$$

또한 식 (3-1,2)에서 주어진 일반적인 가속도 식을 m 번째 강체의 트위스트 축 위의 임의의 점, P 에 대해 나타내고, P 점에서 만족해야 하는 속도 조건 식 (3-7) 을 대입하여 정리하면 식 (3-5)와 같은 형태의 다음 식을 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\hat{\underline{A}}_P = &\begin{bmatrix} \underline{\alpha} \\ \underline{a}_P \end{bmatrix} \\
= &\ \dot{\omega}_1\hat{\underline{s}}_1 + \dot{\omega}_2\hat{\underline{s}}_2 + \cdots + \dot{\omega}_{m-1}\hat{\underline{s}}_{m-1} + \dot{\omega}_m\hat{\underline{s}}_m \\
&+ \left[\omega_{m-1}\hat{\underline{s}}_{m-1} \;\; \omega_m\hat{\underline{s}}_m\right] \\
&+ \left[\omega_{m-2}\hat{\underline{s}}_{m-2} \;\; \omega_{m-1}\hat{\underline{s}}_{m-1} + \omega_m\hat{\underline{s}}_m\right] \\
&+ \cdots \\
&+ \left[\omega_1\hat{\underline{s}}_1 \;\; \omega_2\hat{\underline{s}}_2 + \omega_3\hat{\underline{s}}_3 + \cdots + \omega_m\hat{\underline{s}}_m\right]
\end{aligned} \tag{3-8}
$$

즉, m 번째 강체 상의 가속도 측정의 기준이 되는 0 점을 m 번째 강체의 기준 좌표 계에 대한 트위스트 축 상의 임의의 한 점으로 하였을 때 $\underline{\omega} = 0$ 이라는 조건이 없어도 식(3-5)를 일반적인 운동을 하는 강체계에도 적용 가능함을 보였다. 그러므로

m 번째 강체의 임의의 다른 점, Q 에서의 가속도는 식(3-8)과 식(2-1)을 이용해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \underline{\alpha} \\ \underline{a}_Q \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{Bmatrix} \underline{\alpha} \\ \underline{a}_P + \underline{\alpha} \times \underline{r}_{Q/P} \end{Bmatrix}}_{①} + \underbrace{\begin{Bmatrix} \underline{0} \\ \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}_{Q/P}) \end{Bmatrix}}_{②} \tag{3-9}$$

조인트로 연결된 강체계로 구성된 기구의 끝단에서의 가속도는 크게 나선 성분(①) 과 속도 의존적인 성분(②)로 구성되어 있다고 볼 수 있으며, 이 때 속도 의존적인 성분은 물리적으로 트위스트 축을 향하는 구심 가속도를 의미한다. 또한 기하학적인 관점에서 나선 성분은 조인트 축들의 기하학적 형상에 의한 Jacobian 과 각 조인트 축들 사이의 모터곱(motor product)에 의한, 조인트 축을 향하는 구심 가속도 성분으로 구성돼 있음을 알 수 있다.

3.3 역 가속도 해석

역 가속도 해석을 하는 것은 끝 단의 가속도 조건이 주어졌을 때 그에 해당하는 각 조인트들의 가속도들을 구하는 것이다. 또한 가속도 해석을 하기 위해선 속도 해석이 선행되어야 하므로 식 (2-10)에서 트위스트 축을 향하는 구심 가속도항은 쉽게 구할 수 있다. 그러므로 역 가속도 해석을 다시 정의하면, 머니퓰레이터의 끝 단에 해당하는 Accelerator 가 주어졌을 때 이에 해당하는 각 조인트의 가속도를 구하는 것 이라 말할 수 있다.

식 (2-10)에서 각 항을 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} \hat{\underline{s}}_1 & \hat{\underline{s}}_2 & \cdots & \hat{\underline{s}}_m \end{bmatrix} \equiv j \tag{3-10 ①}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 & \dot{\omega}_2 & \cdots & \dot{\omega}_m \end{bmatrix}^T \equiv \dot{\underline{\gamma}} \tag{3-10 ②}$$

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \omega_{m-1}\hat{\underline{s}}_{m-1} & \omega_m\hat{\underline{s}}_m \end{bmatrix} \\ &+\begin{bmatrix} \omega_{m-2}\hat{\underline{s}}_{m-2} & \omega_{m-1}\hat{\underline{s}}_{m-1}+\omega_m\hat{\underline{s}}_m \end{bmatrix} \\ &+\cdots \\ &+\begin{bmatrix} \omega_1\hat{\underline{s}}_1 & \omega_2\hat{\underline{s}}_2+\omega_3\hat{\underline{s}}_3+\cdots+\omega_m\hat{\underline{s}}_m \end{bmatrix} \equiv \hat{\underline{b}} \end{aligned} \tag{3-10 ③}$$

이를 이용하여 식(2-10)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{\underline{A}}_P = j\,\dot{\underline{\gamma}} + \hat{\underline{b}} \tag{3-11}$$

앞에서 언급했듯이 역 가속도 해석은 위 식에서 $\hat{\underline{A}}_P$ 가 주어진 경우 $\dot{\underline{\gamma}}$ 를 구하는 과정이라 할 수 있고 또한 속도 해석과 기하학적 의미를 통해서 $\hat{\underline{b}}$ 벡터는 쉽게 구할 수 있으므로 (2-12)식을 통해 $\dot{\underline{\gamma}}$ 을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{\underline{\gamma}} = j^{-1}\left(\hat{\underline{A}}_P - \hat{\underline{b}}\right) \tag{3-12}$$

그러므로 식(3-13)을 통해서 머니퓰레이터에 대한 역 가속도 해석을 할 수 있다. 여기서 한 가지 주의할 점은 Jacobian 의 행렬식(determinant)이 영이 되는 특이점에서 역 속도 해석은 물론 역 가속도 해석도 불가능하다는 것이다. 하지만 특이점이 아닌 일반적인 경우에서는 (3-13)을 통해서 쉽게 역 가속도 해석이 가능함을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 선 기하를 이용하여, 강체의 가속도에 대한 기하적 특성을 살펴보고, 공간 상에서 일반적인 운동을 하는 조인트로 연결된 강체계에 대한 가속도 해석 방법을 제시하였다. 가속도에는 accelerator 라는 나선 성분이 포함되어 있지만 기하학적으로 나선(screw)이라는 기하학적 요소(geometrical entity)가 아님을 등속 점을 이용하여 증명하였다. 또한 폐루프와 개루프 강체계에 모두 적용할 수 있는 역 가속도 해석 방법을 제시하였다.

참고문헌

1. Pl□cker, L. 1865, "On a New Geometry of Space", Phill. Trans. Royal Society of London. Vol. 155, pp 725~791
2. Ball. R.S.. 1900, "A Treatise on the Theory of Screws", Cambridge Univ. Press, Cambridge
3. Study, E., 1903, "Geometrie der Dynamen." Verlag Teubner. Leipzig, Germany.
4. Brand, L., 1947, "Vector and Tensor Analysis", NewYork: John Wiley and Sons.
5. Stefano Stramigioli, 2001, "Geometry of dynamic and higher-order kinematic screws", International Conference on Robotics & Automation.
6. Jos□ M. Rico, 1996, "An Application of screw algebra to the acceleration analysis of serial chains", Mech. Mach. Theory Vol.31, No.4, pp.445-457
7. 최용제, 1991, "나선이론에 의한 로봇의 운동 및 역학적 해석," 대한기계학회지, 제 31 권, 제 7 호, pp. 616~625