

## 유체상과 변형율속도를 고려한 해면골의 거동해석

민성기\*(고려대 기계공학과), 홍정화, 문무성(재활공학 연구소), 이진희(IPSI)

### Behavior of trabecular bone considered by fluid phase and strain rate

S.K.Min(Mecha. Eng. Dept. KOREA), J.H.Hong, M.S.Moon(Korea Orthopedic & Rehabilitation Engineering center ), J.H.Lee (IPSI)

#### ABSTRACT

The pressure variation of interstitial fluid is one of the most important factors in bone physiology. In order to understand the role of interstitial fluid and the biomechanical interactions between fluid and solid constituents within bone, poroelastic theory was applied. The purpose of this study is to describe the behavior of calf vertebral trabecular bone composed of the porous solid trabeculae and the viscous bone marrow by using a commercial finite element analysis program based on the poroelasticity. In this study, the model was numerically tested for 5 different strain rates, i. e., 0.001, 0.01, 0.1, 1.0, and 10 per second. The material properties of the calf vertebral trabecular bone were utilized from the previous experimental study. Two asymptotic poroelastic response, the drained and undrained deformation, were predicted. From the predicted results for the simulated five strain rate, it was found that the pore pressure generation has a linearly increasing behavior when the strain rate is the highest at 10 per second, other wise it showed a nonlinear the strain rate increased. Based on the results of the present study, it was suggested that the calf vertebral trabecular bone could be modeled as a porous material and its strain rate dependent material behavior could be predicted.

**Key Words :** Poroelasticity(공극탄성론), Strain rate(변형율 속도), ABAQUS

#### 1. 서론

골수는 생리적 온도에서 생리식염수 점도의 67 배에 이르는 고점성 물질로 알려져 있다. 이러한 골수로 충만된 해면골(Trabecular bone, 85% 이상)은 인체의 내외부에 작용하는 하중을 지지하는 기계적인 기능을 담당함과 동시에 조혈 및 골재형성 등 생리학적으로 중요한 역할을 수행한다.[1] 최근 연구에 의하면 골 내부의 점성유체의 압력은 골세포의 재생을 설명하는 중요한 단서로 제기되었다. 따라서 해면골은 고점성 유체를 함유한 다공성 물질로 다루어 져야 하며, 유체상을 기술하는 것이 필수적이다.

이론적으로 뼈의 거동해석은 응력완화(Stress Relaxation), 크리프(Creep), 변형율속도에 따른 기계적 물성치의 변화[2], 교번하중 작용시의 입력과 출

력간의 상차이(Phase Lag)같은 비탄성적인 문제로 인해 탄성학적인 측면에서 다룰 수 없다. 따라서 뼈를 무수한 공극을 갖는 고체격자상과 공동안에 채워진 유체상의 이상물질로 고려하는 공극탄성론(Poroelasticity)을 이용하여 기술하는 것이 통상적인 방법이다.[3]

본 논문에서는 이전의 연구에서 실험을 통해 선행되었던 해면골의 공극탄성 파라미터를 사용하여 5 개의 다른 변형율속도에서 상용유한요소해석 프로그램인 ABAQUS 를 이용한 소척추뼈내의 해면골에 대한 3 차원해석을 실행하였다.

#### 2. 관련이론 및 방법

##### 2.1 공극탄성론

뼈의 해석은 Biot 에 의한 고전적인 공극탄성이론을 바탕으로 Rice 와 Cleary 에 선형 등방성 공극탄성

이론으로 공식화 되었다. [4][5]

공극탄성물질의 구성방정식을 vector-matrix 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\sigma + \alpha(p - p_0)I = 2G\varepsilon + \frac{2G\nu}{1-2\nu}I^T\varepsilon I$$

$$p - p_0 = \frac{2G(\nu_u - \nu)}{\alpha 2(1-2\nu_u)(1-2\nu)}(\zeta - \zeta_0 - \alpha I^T\varepsilon)$$

또한 공극내 저속의 유체 유동을 표현하기 위한 Darcy의 법칙은 아래와 같다.

$$q = -\kappa \frac{\partial p}{\partial x}$$

여기서,  $G$  : bulk modulus,  $\alpha$  : Biot coefficient,  $\nu$  : drained Poisson ratio,  $\nu_u$  : undrained Poisson ratio,

$\kappa$  : permeability coefficient,  $\zeta$  : fluid content

따라서, 공극탄성물질의 거동은 5개의 독립적인 재료의 물질상수( $G, \alpha, \nu, \nu_u, \kappa$ )에 의해 기술될 수 있다. 이러한 물질상수들은 이들 상수간의 적절한 조합을 통해 다른 방식으로 표현될 수 있다.[7] 여기서 평형방정식, 적합방정식, 질량보존 등의 field equation은 지면상의 이유로 생략하기로 하겠다.

상용 유한요소 프로그램인 ABAQUS 내에서는 공극탄성론 계산을 위한 code는 아래와 같은 방법을 따른다. [7][8]

$$K\dot{u} + L\dot{p} = \int_{S_t} N_p^T t dS \equiv f(t)$$

$$L^T \dot{u} + H\dot{p} + S\dot{p} = \int_{S_q} N_p^T \bar{q} dS \equiv \bar{q}(t)$$

여기서,

$K(= \int B^T DB dV)$  : drained stiffness of the bulk

medium,  $L(= - \int B^T IN_p dV)$  : stress and pore coupling

matrix,  $H(= -\kappa \int (\nabla N_p)^T \nabla N_p dV)$  : porous media

permeability matrix

$S(= -\frac{\alpha 2(1-2\nu_u)(1-2\nu)}{2G(\nu_u - \nu)} \int N_p^T N_p dV)$  : compressibility

of the fluid and solid constituents

수치해석을 위해

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \ddot{u}_n \Delta t + \Delta \dot{u}_n \theta \Delta t$$

$$\dot{p}_{n+1} = \dot{p}_n + \ddot{p}_n \Delta t + \Delta \dot{p}_n \theta \Delta t$$

$\theta$ 를 1이라고 가정하고 정리하면

$$K\dot{u}_{n+1} + L\dot{p}_{n+1} = f_{n+1}$$

$$L^T \frac{\Delta \dot{u}}{\Delta t} + H\dot{p}_{n+1} + S \frac{\Delta p}{\Delta t} = q_{n+1}$$

위 식에서 초기조건  $u_0(x) = p_0(x) = 0$ 이라 하면 각각의 미지수  $\dot{u}_{n+1}$ 과  $\dot{p}_{n+1}$ 을 구할 수 있다.

## 2.2 ABAQUS 모델

Hyper-Mesh를 이용하여 1167개의 node와 900개의 element를 가진 직경 10mm, 높이 20mm인 circular solid model을 구성하였으며, ABAQUS Trial Ver. 6.2를 이용하여 해석하였다. Element type은 8절점 element로서 C3D8P이고, 공극탄성 파라미터는 실험치와 동일하게 설정하였다.[9] 경계조건으로 하부면 노드의 자유도는 병진을 뺀 각축의 회전만으로 제한하였다. 하중의 형태는 상부면의 노드에서 축방향의 단축압축변형을 가하였다. 이때 5개의 변형율을속도가 고려되었다. (10/sec, 1/sec, 0.1/sec, 0.01/sec, 0.001/sec)

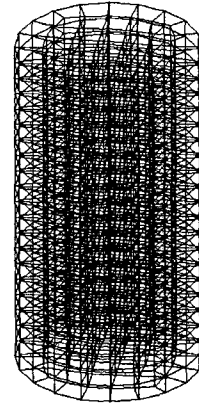


Fig. 1 Model of trabecular bone with 1167 nodes and 900 elements

## 3. 해석결과

### 3.1 공극압력-축변형을

각각의 노드와 integration point에서 공극압력의 평균을 산출하였으며, 해석을 통해 예상되는 공극압력과 변형율의 관계는 Fig. 2와 같이 나타났다. 변형율속도 0.001/sec에서는 압력이 거의 없으므로 전체 압축응력에 영향을 주지 않았다. 10/sec과 0.001/sec을 제외하고는 비선형 관계가 있다.

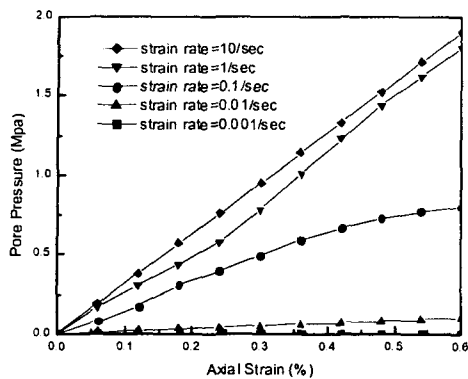


Fig. 2 Variation of the analyzed pore-pressure at five different strain rate conditions.

### 3.2 압축응력-축변형률

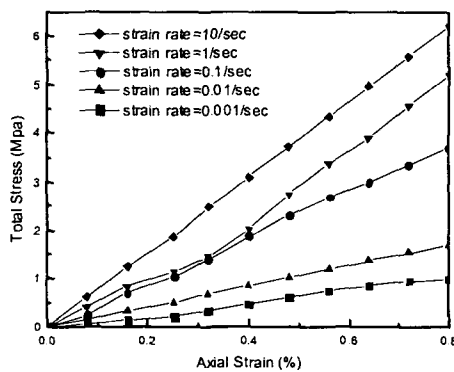


Fig. 3 Variation of the analyzed total compressive pressure at five different strain rate conditions

예상되는 압축응력과 축변형률의 관계는 그림 3과 같이 나타났다. 최대 변형률속도(10/sec)에서 압축응력은 선형으로 나타나는데, 이는 유체가 외부로 빠져나가는 속도보다 변형속도가 지나치게 빨라서 외부로의 유체유동이 없는 undrained 상태의 변형으로 해석될 수 있다. 또한 최저 변형률속도(0.001/sec)에서도 역시 선형인데 공극압력이 무시할 수 있을 정도로 작아서 유체 유동이 매우 느리고, 정상상태인데 기인 한다 하겠다.

### 4. 결론

위의 결과는 기존의 공극탄성론의 모델들이 축대칭모델을 사용하여 2 차원의 평면변형으로 해석

한데 반해, 본 연구에서는 8 절점 solid 3 차원 모델을 사용하여 해석하였다. 5 개의 변형률속도를 가하여 모델에 나타나는 해석적 응답특성은 실험을 통해 선행되었던 연구의 공극탄성 파라미터를 이용한 결과 가장 낮은 변형률속도의 조건(0.001/sec)과 가장 높은 변형률조건(10/sec)에서 선형을 이루며 나머지 조건들에서는 비선형으로 나타났다.

따라서, 이후의 연구에서는 이러한 모델링 기법을 이용하여 좀더 복잡한 구조의 해면골(trabecular bone)을 모델링하고 해석할 수 있을 것이다.

### 후 기

본 연구는 과기부 “국책연구개발사업-엔지니어링핵심공통기반기술사업(M1-0139-08-0000)”으로 수행되었으며 관계자 여러분께 깊은 감사를 드립니다.

### 참고문헌

1. J.A. Buckwalter, M.J. Glimcher, R.R. Cooper and R. Recker, " Bone Physiology," J. Bone Jt. Surg., Vol. 77A, pp. 1256-1289, 1995.
2. F.Linde, P.Norgaard, I.Hvid, A.Odgaard, K.Soballe, "Mechanical properties of trabecular bone. Dependence on strain rate", J. of Biomechanics, Vol. 24, pp.803-809, 1991
3. Stephen C.Cowin, "Bone poroelasticity," J. of Biomechanics, Vol. 32, pp. 217-238, 1999.
4. Biot, M.A., "General theory of three-dimensional consolidation.," J. of Applied Physics, Vol.12, pp. 155-164, 1941.
5. Rice, J.R., Cleary, M.P., " Some basic stress-diffusion solutions for fluid saturated elastic porous media with compressible constituents.," Review Geophysics and Space Physics, Vol. 14, pp. 227-241, 1976.
6. Detournay, E., Cheng, A.H.-D., "Fundamentals of poroelasticity, In: Fairhurst (Ed.), Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice & Projects," Pergamon press, Vol. 2, pp. 113-171, 1993.
7. ABAQUS, ABAQUS Theory Manual (version 6.2), Hibbit, Karlsson, and Sorensen, Inc., Pawtucket, USA., 2001.
8. ABAQUS, ABAQUS User's Manual (version 6.2), Hibbit, Karlsson, and Sorensen, Inc., Pawtucket, USA., 2001.
9. Junghwa Hong "Poroelastic Analysis of Vertebral Trabecular Bone," Dissertation of P.H.D. Wisconsin, 1996.