

파월의 최적화 기법을 이용한 앵커토류벽의 역해석

Powell's Algorithm for Back Analysis of Anchored Wall

김낙경¹⁾, Nak-Kyung Kim, 박종식²⁾, Jong-Sik Park, 신광연³⁾, Kwang-Yun Shin

¹⁾ 정회원, 성균관대학교 토목환경공학과 조교수, Ass. Prof., Dept. of Civil Engrg., Sungkyunkwan Univ.

²⁾ 성균관대학교 토목환경공학과 박사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engrg., Sungkyunkwan Univ.

³⁾ 성균관대학교 토목환경공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engrg., Sungkyunkwan Univ.

SYNOPSIS : Recently, deep excavation for high-rise buildings occurs frequently to accommodate the rapidly increasing population in urban area. The stability of the earth retaining structures for deep excavation becomes more critical. The behavior of the earth retaining structures should be accurately predicted in a design stage, but the predicted behavior is different from the measured data due to uncertain soil properties and problems in construction. In this study the back-analysis using Powell's optimization theory was performed to match the measured deflection and results obtained from back-analysis were presented.

Key words : back-analysis, optimization theory, anchored wall, excavation, horizontal subgrade modulus

1. 서론

경제성장과 더불어 도시로의 인구집중은 교통정체, 환경오염, 주택지 및 도심지의 용지부족 등 여러 가지 문제점들을 발생시켰다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 고층빌딩의 지하공간, 지하철, 지하차도와 지하저장시설 등 각종 지하공간의 개발에 관심을 갖게 되었으며 시공시 발생하는 여러 가지 문제와 보다 경제적이고 공기가 빠른 도심지 지하공간 개발방법에 대하여 많은 연구가 활발히 진행되어 왔다.

지하공간 개발방법 중 가장 널리 쓰이는 방법은 개착식 흙막이 가설공법(Open Cut Excavation)이다. 이 공법은 굴착 공사 중에 발생하는 지반의 붕괴와 토류벽의 과도한 변위를 방지하기 위해서 흙막이 토류벽에 스트럿이나 앵커와 같은 지보공을 사용하여 시공하는 방법이다. 개착식 흙막이 토류벽의 설계와 시공을 수행함에 있어 과거의 주된 관심사는 토류벽의 안전에 관한 것이었으나 도심지 근접시공이 증가함에 따라 주변지반의 침하로 인한 인접 구조물의 피해 및 이로 인한 주민들의 민원 등과 같은 굴착으로 발생된 복합적인 문제에 관심이 증가되고 있다. 따라서 토류벽의 안전은 물론이고 토류벽의 변형으로 발생하는 여러 가지 문제를 해결하기 위해서 토류벽의 거동을 정확하게 예측할 필요가 있다.

흙막이벽체의 거동에 대한 해석기법은 크게 한계평형이론 해석, 탄소성 보해석 그리고 유한요소 해석으로 분류할 수 있다. 한계평형이론 해석은 흙막이벽체의 사면활동 파괴에 대한 안정성을 확보하기 위한 흙막이벽체의 해석방법이며, 탄소성 보해석은 벽체와 배면지반의 상호작용을 고려하고 지반을 탄소성의 지반반력 스프링으로 모델링하여 해석하는 기법이다(Halliburton, 1968.; Pfister 등, 1982.; Briaud와 Kim, 1998.; 김낙경, 1998.; 김낙경과 서동수, 2000). 유한요소해석은 벽체의 거동 뿐만 아니라 지반의 변형 및 응력상태를 파악할 수 있는 해석기법이다(Clough와 Tsui, 1974; Pfister 등, 1982; Finno,

1991; Whittle, 1993). 탄소성 보해석은 입력자료가 다른 해석기법보다 간단하고 흠막이벽체의 거동을 효과적으로 해석할 수 있는 장점으로 설계의 검토 및 해석에 널리 사용되고 있다. 한편 흠막이벽체의 거동을 예측하는 데에는 많은 어려움이 따르게 되는데 이는 지반의 특성을 정확히 알 수가 없고 또한 지하수 문제, 시공의 질적 수준과 지하매설관 등의 영향으로 인하여 흠막이벽체의 거동이 크게 영향을 받기 때문이다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 최근에 계측기기의 발달과 통신기술의 발달로 인하여 시공 중 벽체의 거동을 계측하여 실시간으로 안전도를 점검하는 정보화 시공이 시도되고 있다.

토류구조물의 역해석은 토류벽의 벽체거동 계측치를 분석하여 지반의 구조와 물성을 유추하는 방법으로 시공 중 Feed Back을 통하여 나온 결과는 토류벽의 설계에 적용된다. 그러므로 굴착지반의 불확실성을 최소화시켜 토류벽의 최적의 설계를 유도할 수 있다. 역해석은 현장 시공상황을 통한 설계 및 시공의 안정성을 확보하기 위한 방법으로 빠르고 정확한 해석과 결과의 분석을 요구하기 때문에 역해석 프로그램에서 해석을 담당하는 최적화 기법의 개발이 중요한 실정이다. 현재까지 해석시간을 단축시키고 정확한 해석결과를 얻기 위한 최적화 기법들의 연구가 수행 중이다. Rao (1977)는 최적화 기법의 이론 및 적용에 대한 연구를 수행하였다. 또한 Press et al (1992)과 Dev (1996)은 최적화 기법을 이용한 수치해석에 관한 연구를 진행하였으며 국내에서는 전병승 등 (1994)이 Powell 기법을 이용한 다층구조계에서의 터널굴착시의 터널거동에 대한 연구를 수행하였다.

본 연구는 시공현장의 계측치를 바탕으로 최적화 기법 중 하나인 Powell 기법을 이용하여 앵커토류벽의 역해석을 실시하였다. 사질토 지반 시공사례의 계측변위를 이용하여 시공단계별로 역해석을 실시하였다. 그리고 앵커토류벽의 역해석을 통하여 얻어진 지반물성을 근거로 정해석을 연속적으로 실시하여 계측변위에 일치해 가는 해석결과를 확인하였으며 시공단계별로 최적의 지반물성을 확인·분석하였다.

2. 역해석 기법

공학적 문제를 다룰 때 변수의 종류는 설계변수(Design Variable)와 응답변수(Response Variable)로 나눌 수 있다. 설계변수를 통하여 응답변수를 얻어내는 과정을 정해석이라 하며 반대로 응답변수를 이용하여 설계변수를 얻어내는 과정을 역해석이라고 한다. 역해석 과정을 통하여 설계변수의 불확실성을 해결할 수 있으며 또한 공학적으로 중요한 실제 문제에 역해석 기법을 적용시킬 수 있다. 이러한 실제 문제의 해결을 위하여 지반공학분야에 이용되고 있는 대표적인 역해석 기법으로 최적화 기법이 있다.

최적화 기법은 어느 특정함수의 최소 또는 최대가 되기 위한 독립변수의 조건을 찾는 기법으로서 다음과 같은 조건을 만족시켜야 한다(식 1).

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} \Big|_{x_i, x^*}, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x_i^2} \Big|_{x_i, x^*} \geq 0 \quad (1)$$

여기서 목적함수를 식 2와 같이 토류벽의 변형과 해석 결과의 차이의 자승을 합한 것으로 정의하면 최적화 기법을 이용하여 목적함수가 최소가 되는 조건을 찾을 수 있다.

$$F = \sum_{i=0}^{n+1} [\delta_i - F(EI, k, K_a, K_o, K_p)]^2 \quad (2)$$

목적함수의 형태에 따라서 최적화 기법의 단변수 모델과 다변수 모델을 적용할 수 있다. 단변수 모델의 경우에는 영역제거방법(Region - Elimination Method), Quadratic Estimation Method, Newton - Raphson Method, Bisection Method, Secant Method, Cubic Search Method 등이 있으며 영역제거 방법의 일종인 Golden Section Search Method를 이용하여 목적함수값이 최소가 되는 조건을 구할 수 있

다. 이는 다변수 모델에 비하여 상대적으로 쉽고 계산이 빠르다. 다변수 모델의 경우에는 직접탐사방법인 Simplex Search Method와 Powell Direction Method 등이 있으며 이들 다변수 모델 방법은 최소의 목적함수값을 갖는 독립적인 다변수를 찾는 방법이다. 그림 1은 직접탐사방법의 변수 추정에 대한 알고리즘을 나타낸 것이다.

3. Powell의 최적화 기법

Powell 기법은 Simplex 기법 등과 같은 다변수 최적화 기법 중 하나로서 각각의 변수들에 대하여 Golden Section Search Method를 이용한 Line Minimization을 통하여 다변수의 최적화를 수행한다. Powell 기법의 알고리즘은 다음과 같다. 먼저 변수군을 결정한다. 그리고 변수군 각각의 초기값과 선형·독립적인 방향군(S_i)을 설정한다. 첫 번째 변수에 대한 Line Minimization을 수행한다. 초기값과 최초탐사방향으로 최적화를 수행하고 구간 중에 목적함수값이 최소인 점의 위치를 찾는다. 위에서 찾은 새로운 점에서 두 번째의 변수에 대한 Line Minimization을 수행한다. 두 번째의 변수에 대한 초기값과 탐사방향으로 최적화를 수행하며 구간 중에 목적함수값이 최소인 점의 위치를 찾는다. 동일한 방법으로 다음 변수에 대한 최적화를 수행한다. 독립적인 방향군(S_i)에 대한 최적화가 끝나면 새로운 탐사방향 벡터(Conjugate Direction)를 구한다. 새로운 방향벡터 d 를 첫 번째 방향벡터(S_1)와 비교한 후 새로운 방향벡터를 첫 번째 방향벡터로 결정한다. 그리고 반복·수행을 실시한다. 그림 2는 Powell 기법의 변수 탐사 방법을 나타낸 것이다.

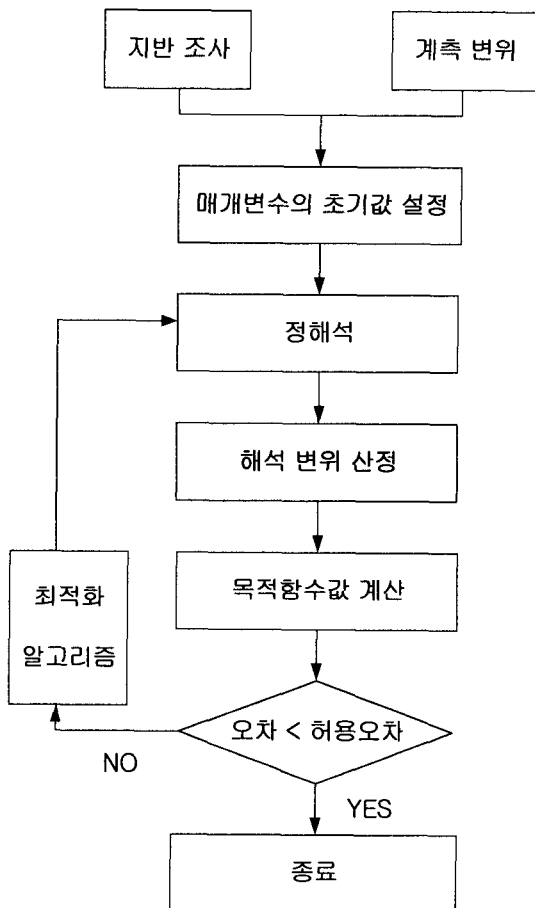


그림 1 직접탐사방법의 변수 추정 순서도

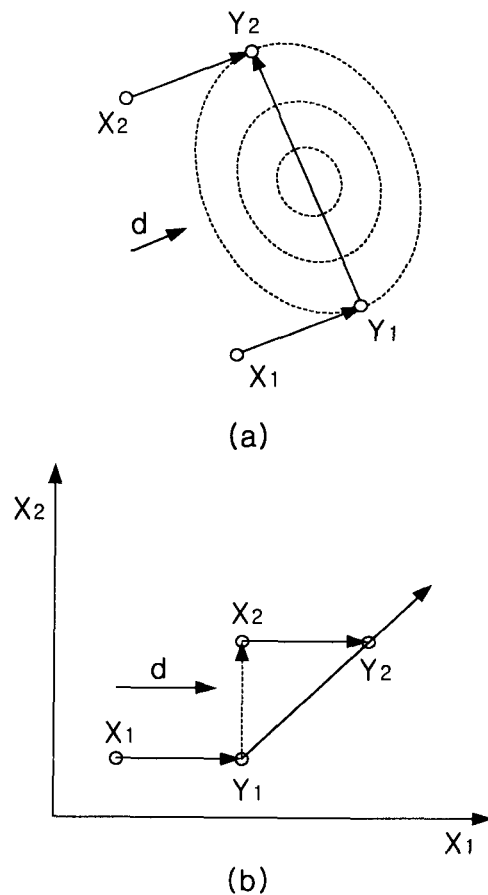


그림 2 Powell 기법의 변수탐사

4. 시공사례의 역해석 결과 분석

4.1 시공조건

앵커가 하나 시공된 엄지말뚝 토류벽의 역해석 결과 분석을 위하여 텍사스 주립대에서 실제 시공된 사례(Briaud와 Kim, 1998)의 계측자료를 이용하였다. 시공순서는 1) 3.1m 굴착, 2) 앵커를 2.7m 위치에 선행하중을 가한 후 설치, 3) 7.6m을 최종 굴착하였다. 지반은 균질하고 밀도는 중간정도인 사질토로 가정하였다. 표 1-3은 지반조건, 토류벽체와 앵커의 제원을 나타낸 것이다.

표 1 시공사례의 지반조건

흙의 Data	흙의 단위중량	18.1 kN/m ³ (115 pcf)
	흙의 내부마찰각	32°
	벽마찰각	16°
	점착력	n/a
	비배수 전단강도	n/a
	평균SPT값	15

표 2 시공사례의 벽체 Data

벽체의 Data	굴착깊이	7.62m (25 ft)
	근입깊이	1.52m (5 ft)
	파일의 지름	0.26m (10.2 in)
	벽체의 횡방향 강성	35875 kN-m ³ (1.25E+10 lb - in ²)
	벽체의 연직방향 강성	2.6E+8 kN (5.9E+8 lb)
	앵커의 수평간격	2.44m (8 ft)

표 3 시공사례의 앵커 Data

No	비정착장 길이	정착장 길이	선행하중	강선의 강성
1	4.6m (15 ft)	7.3m (24 ft)	305kN (68.6kips)	2.025E+4 kN/m
앵커의 삽입각도			30°	

4.2 역해석 결과 분석

시공사례의 역해석을 위하여 Beam Column 76 기반의 정해석 프로그램(서동수, 2000)과 Powell 알고리즘을 기반으로 하는 역해석 프로그램을 이용하였다. 먼저 시공사례의 최적화 기법을 통한 역해석이 가능한 지를 알아보기 위하여 변수군의 구간별 목적함수값을 등고선(Contour)으로 표현하였다. 그림 3-5는 시공단계별 지반반력계수(k)와 주동토압계수(Ka)의 설정된 구간에 대한 토류벽 탄소성 보해석의 목적함수값의 분포경향을 등고선으로 표현한 것이다. 지반반력계수(k)의 설정구간은 1000 t/m²에서 20000 t/m²로 정하였으며 주동토압계수(Ka)의 경우는 0.1에서 0.4로 결정하였다. 그림 3-5에서 보는 바와 같이 등고선의 폐합을 확인할 수 있었으며 이는 최적화 기법을 통하여 앵커토류벽의 역해석이 가능함을 보여준 것이다.

앵커 하나가 시공된 토류벽의 역해석을 위한 초기조건을 설정하였다. 최적화를 수행하기 위한 다변수의 구성은 지반반력계수(k), 주동토압계수(Ka)와 수동토압계수(Kp)로 정하였다. 다변수의 초기값과 방향을 설정한 후 각각의 변수에 대한 Line Minimization을 통하여 최적화가 수행되며 Line Minimization을 통하여 설정된 방향벡터 내의 목적함수값이 최소가 되는 계수값을 구하였다. 최적화는

조건이 만족할 때까지 반복·수행된다. 시공사례의 역해석 수행을 위한 초기값으로 지반반력계수(k)는 1500 t/m³, 주동토압계수(Ka)는 0.25이며 수동토압계수(Kp)는 5.0으로 결정하였다. 역해석 수행을 위한 반복횟수는 1, 2, 3, 6 및 24로 설정하였고 반복횟수에 대한 목적함수값의 비교·분석을 수행하였다. 시

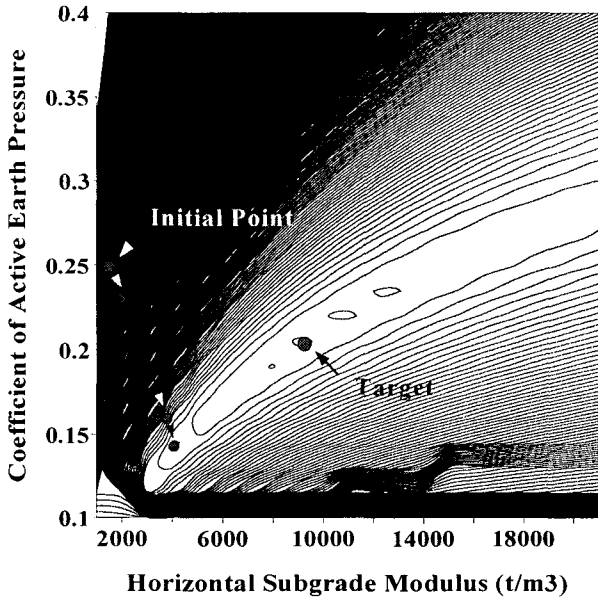


그림 3 토류벽 탄소성 보해석의 목적함수값 분포경향(1단계)

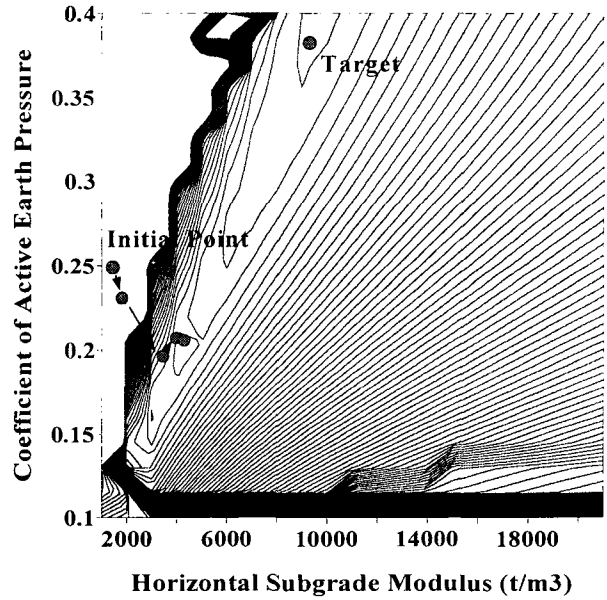


그림 4 토류벽 탄소성 보해석의 목적함수값 분포경향(2단계)

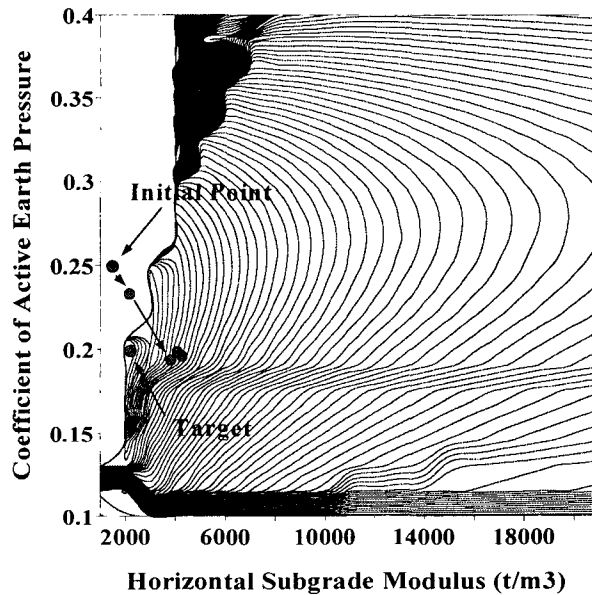


그림 5 토류벽 탄소성 보해석의 목적함수값 분포경향(3단계)

공사례의 단계별 역해석 결과는 표 4-6과 그림 6-8과 같다.

표 4-5는 시공사례의 1단계인 지반굴착작업과 2단계인 선형하중 재하작업으로 말미암아 계측된 횡방향변위를 근거로 하여 토류벽의 역해석을 실시하여 얻어진 해석결과이다. 앵커토류벽의 역해석을 위하여 초기값을 지반반력계수(k)는 1500 t/m³, 주동토압계수(Ka)는 0.25, 수동토압계수(Kp)는 5.0으로

설정하고 1단계의 역해석을 수행한 결과, 반복횟수 1의 경우, 지반반력계수(k)는 1967 t/m³, 주동토압계수(Ka)는 0.231, 수동토압계수(Kp)는 5.013으로 계산되었으며 목적함수값은 321.25로 계산되었다. 또한 반복횟수를 2회로 증가시킬 경우, 지반반력계수(k)는 3786 t/m³, 주동토압계수(Ka)는 0.159, 수동토압계수(Kp)는 5.077로 계산되었으며 목적함수값은 2.46으로 큰 감소를 보였다. 그리고 반복횟수가 증가할수록

표 4 시공사례의 1단계 역해석 수행 결과

	Iteration Number	k	Ka	Kp	Function Value(mm ²)
Stage 1	1	1967	0.231	5.013	321.25
	2	3786	0.159	5.077	2.46
	3	4336	0.137	5.106	1.58
	6	4191	0.143	5.141	1.51
	24	4191	0.143	5.188	1.35

표 5 시공사례의 2단계 역해석 수행 결과

	Iteration Number	k	Ka	Kp	Function Value(mm ²)
Stage 2	1	1971	0.236	5.026	28075.68
	2	3798	0.197	5.212	130.06
	3	4341	0.206	5.130	11.81
	6	4195	0.207	5.145	12.03
	24	4230	0.183	8.988	6.31

목적함수값이 감소하여 수렴하는 경향을 나타냈다. 한편 2단계 역해석을 수행한 결과, 반복횟수가 1회인 경우, 지반반력계수(k)는 1971 t/m³, 주동토압계수(Ka)는 0.236, 수동토압계수(Kp)는 5.026으로 계산되었으며 목적함수값은 28075.68로 계산되었다. 반복횟수를 3회로 증가시킬 경우, 지반반력계수(k)는 4341 t/m³, 주동토압계수(Ka)는 0.206, 수동토압계수(Kp)는 5.130으로 계산되었으며 목적함수값은 11.81로 역시 큰 감소를 보였다. 2단계 역해석 결과도 1단계와 마찬가지로 반복횟수를 증가시킬수록 목적함수값이 감소하여 수렴하는 경향을 나타냈다.

시공사례의 1단계와 2단계 역해석 결과인 주동토압계수(Ka)와 수동토압계수(Kp)는 Briaud & Kim (1998)에 의해서 제안된 주동토압계수(Ka)인 0.15와 수동토압계수(Kp)인 6.67과 비교했을 경우, 수동토압계수(Kp)값에서 약간의 차이를 보였으며 주동토압계수(Ka)값과는 유사한 결과를 보였다. 지반반력계수(k)값의 경우, Pfister et al (1982)이 제안한 수평지반반력계수인 3000 t/m³보다는 약간 큰 해석결과를 보였다.

그림 6-7은 시공사례의 1단계와 2단계의 역해석 수행으로 얻어진 횡방향변위 결과를 나타낸 것이다. 시공사례의 1단계와 2단계의 역해석 수행시, 횡방향변위의 거동은 반복횟수가 증가할수록 토류벽의 계측변위에 근접하는 경향을 나타내었다. 또한 목적함수값이 감소할수록 토류벽의 계측변위에 근접하는 경향을 볼 수 있었다.

한편 시공사례의 3단계에 대한 역해석 결과는 표 6과 그림 8에 나타났다. 반복횟수 1의 경우, 지반반력계수(k)는 1972 t/m³, 주동토압계수(Ka)는 0.237, 수동토압계수(Kp)는 5.009로 계산되었으며 목적함수값은 718294.94로 계산되었다. 그러나 반복횟수를 2회로 증가시킬 경우, 지반반력계수(k)는 3800 t/m³, 주동토압계수(Ka)는 0.189, 수동토압계수(Kp)는 5.290으로 계산되었으며 목적함수값은 182.49로 크게 감소하였다. 3단계에서도 역시 반복횟수가 증가할수록 목적함수값이 감소하는 경향을 보였으며 그림 8과 같이 앵커토류벽의 역해석을 수행하는 과정에서 반복횟수가 증가할수록 해석변위결과가 계측변위에 근접함을 볼 수 있었다. 한편 굴착면 상단 부분의 계측변위와 해석변위의 차이는 벽체 침하와 앵커의 정착부에서 발생하는 지반의 변위로 인하여 발생하는 횡방향변위를 고려하지 않은 결과로 사료된다.

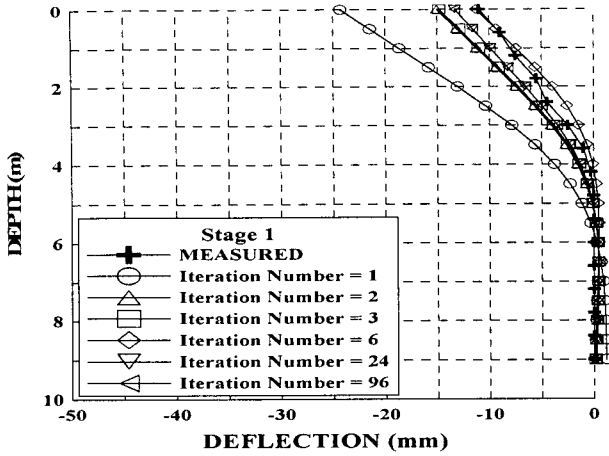


그림 6 시공사례의 1단계 역해석 수행시
횡방향변위

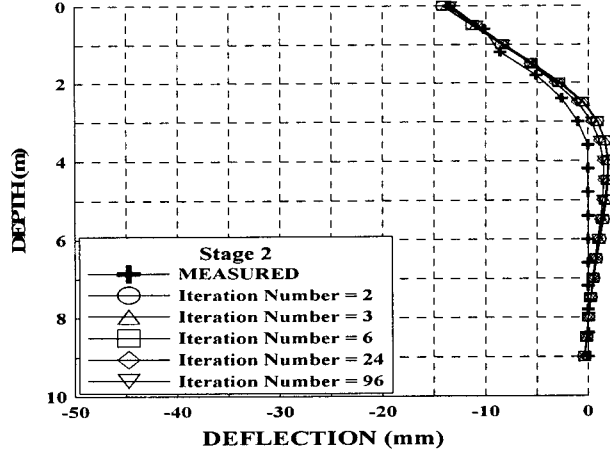


그림 7 시공사례의 2단계 역해석 수행시
횡방향변위

표 6 시공사례의 3단계 역해석 수행 결과

	Iteration Number	k	Ka	Kp	Function Value(mm ²)
Stage 3	1	1972	0.237	5.009	718294.94
	2	3800	0.189	5.290	182.49
	3	4347	0.197	5.336	246.73
	6	4201	0.192	5.321	183.57
	24	4231	0.188	9.051	176.29

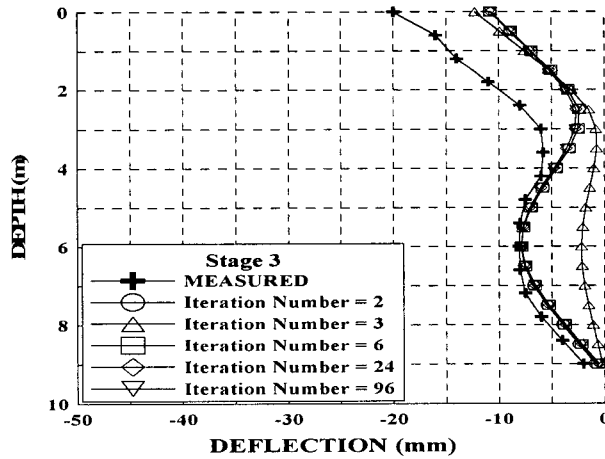


그림 8 시공사례의 3단계 역해석 수행시
횡방향변위

5. 결론

본 연구는 최적화 기법 중 하나인 Powell 기법을 이용하여 앵커토류벽의 역해석을 실시하였다. 사질토 지반의 계층변위를 이용하여 시공단계별로 역해석을 수행하였다. 앵커토류벽의 역해석을 통하여 얻어진 지반물성을 근거로 정해석을 연속적으로 실시하여 계층변위에 일치해 가는 과정을 확인하였으며 시공단계별로 최적의 지반물성을 확인·분석하였다. 지금까지의 해석결과로 말미암아 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

1. 최적화 기법을 통하여 시공사례의 역해석이 가능한 지를 알아보기 위하여 다변수 구간별 목적함수값의 분포경향을 등고선(Contour)으로 표현하였다. 시공사례의 정해석을 통하여 등고선의 폐합을 확인할 수 있었다.
2. 시공사례의 각 단계별로 역해석을 실시하여 단계별 지반물성 및 횡방향변위를 확인하였다.
3. 역해석 수행시 반복횟수의 증가를 통하여 목적함수값이 크게 감소함을 확인하였으며 해석에 의한 횡방향변위가 계측변위에 근접함을 확인하였다. 굴착면 상단 부분의 계측변위와 해석변위의 차이는 벽체 침하와 앵커의 정착부에서 발생하는 지반의 변위로 인하여 발생하는 횡방향변위를 고려하지 않은 결과로 사료된다.

참고문헌

1. 김낙경(1998), “Measured Performance of Tieback Walls in Sand”, 한국지반공학회지, 제14권, 제3호.
2. 김낙경, 서동수(2000), “앵커토류벽의 연직방향 거동에 관한 연구”, 한국토목학회 논문집, 제20권, 제3-C호. pp. 219~227.
3. 서동수(2000), *연직하중으로 인한 앵커토류벽의 거동에 관한 연구*, 공학석사 학위논문, 성균관대학교.
4. 전병승, 이상도, 나경웅, 김문겸(1994), “다층구조계의 터널 거동의 역해석”, 터널과 지하공간, 한국암반공학회지, Vol. 4, pp. 17-23.
5. Briaud, J.L. and Kim, Nak-Kyung,(1998) “Beam-Column Method for Tieback Walls”, ASCE, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.124 No.1, pp. 67-79.
6. Clough, W.G. and Tsui, Y.(1974), “Performance of Tieback Walls in Clay”, Proc. ASCE, J. of Geotechnical Eng., Vol.100, pp. 1259-1273.
7. Dev, K.(1996), *Optimization for Engineering Design Algorithms and Examples*, Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi, pp. 98-104.
8. Finno, R.J., Lawrence, S.A., Allawh, N.F., and Harahap, I.S.(1991), “Analysis of Performance of Pile Groups adjacent to Deep Excavation,” J. of Geotechnical Eng., ASCE, 117(6), pp. 934-955.
9. Haliburton, T.A.(1968), “Numerical Analysis of Flexible Retaining Structures”, Proc. ASCE, 94(SM3), pp. 1233-1251.
10. Pfister, P., Ever, G., Guillaud, M. and Davidson, R.(1982), “Permanent Ground Anchors, Soletanche Design Criteria”, FHWA/RD-81/150, Federal Highway Adm., Washington, D.C.
11. Press, W.H., Teukolsky S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P.(1992), *Numerical Recipes in Fortran Second Edition*, Cambridge University Press, pp. 387-448.
12. Rao, S.S.(1977), *Optimization Theory and Application*, A Halsted Press Book, pp. 274-283.
13. Whittle, A.J., Hashash, Y.M. and Whitman R.V.(1993), “Analysis of a Deep Excavation in Boston,” J. of Geotechnical Eng., ASCE, 119(1), pp. 69-90.