

액체추진로켓의 포고 안정성 해석에 관한 연구

장 홍 석* · 연 정 흠** · 윤 성 기** · 정 태 규***

A Study on the Analysis of Pogo Stability of Liquid Propellant Rocket

Hong-Suk Chang* · Jeoung-Heum Yeon** · Sung-Kie Youn** and T.K. Jung***

ABSTRACT

Pogo is the instability resulting from the interaction between rocket structure and propulsion system of liquid propellant rocket. The coupling of structure and propulsion system can lead to severe problem in rocket. For the analysis of pogo, a time-invariant linearized mathematical model is developed for a selected flight time. Propulsion system is modeled using element representations for each components. The constitutive equation of propulsion system is a homogeneous second-order equation form in the Laplace domain. Rocket structure is modeled using FEM. From the results of modal analysis of structure, the behavior of structure can be represented. System equations for coupling structure and propulsion system are composed of all propulsion system equations and vehicle motion equations reacting on the vehicle by each component of propulsion system. The stability is obtained by the eigen solution of system matrix.

The optimization of the design variables such as size, place of accumulator for suppressing pogo instability is carried out. This article of study can be used to determine the degree of stability, and guide the design of pogo suppression system.

1. 서 론

액체추진제를 사용하는 로켓에서는 구조와 추진기관 연계에 의해 축방향의 진동인 포고현상이 발생할 가능성이 있으므로 이에 대한 연구가 필요하다. 로켓이 비행을 하면서 연료와 산화제를 소모하게 되어 로켓 구조의 고유진동수는 커지게 된다. 한편 추진기관의 고유진동수는 비행조건에 따라 변하게 된다. 양 시스템의 고유 진동수가 비슷해지는 상황이 특정 시간에서 생기면, 양 시스템의 상호작용(interaction)으

로 축 방향으로의 불안정한 거동이 야기될 수 있다. 이러한 불안정성(instability)은 추진기관을 지나는 산화제와 연료의 압력이나 유량을 변화시키며, 이 변화는 연소실(chamber) 연소성능에 영향을 주게 되어 추력(thrust force)을 변화시킨다. 변화된 추력은 다시 전체 로켓에 영향을 주고 그 영향은 추진기관에 전달되어 Fig.1과 같은 닫힌계(closed loop)를 구성하게 된다.

이 현상은 축방향의 진동이 놀이기구인 용수철 달린 막대(pogo stick)의 운동과 비슷하다고 하여 포고(pogo)현상이라 불린다.

* 현대 자동차 (Hyundai Motor Company)

** 한국과학기술원 기계공학과 (KAIST, Dept. of Mechanical Engineering)

*** 한국항공우주연구원 (Korea Aerospace Research Institute)

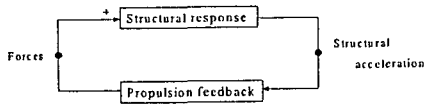


Fig.1. Closed loop system

포고 현상으로 인한 진동의 진폭이 커지면서 연소실의 성능에 큰 영향을 끼쳐 연소실이 파괴되는 경우가 발생하기도 하며, 연소실이 파괴되지 않더라도 축방향의 진동으로 인해 자세제어에 영향을 받아 발사궤적의 오차가 생길 수 있다.

1960년대 Thor/Agenda와 Titan II에서 포고 불안정성이 발견된 이후, 이에 관한 많은 연구들이 있어왔다. 포고해석에 관한 연구는 크게 두 방법으로 진행되어 왔다. 하나는 특정 비행 시간에 대하여 각 추진기관 구성품들의 구성 방정식을 선형화된 전달함수의 형태로 만들어 추진기관의 수학적 모델을 작성하는 방법이고 또 하나는 시간에 따른 유동의 특성식을 사용하여 추진기관의 수학적 모델을 만드는 방법이다. 전자에 관한 연구는 Ryan et al.1), Rubin2),3), Holster et al.4) 등에 의해 수행되었으며, 후자에 관한 연구는 Woods5), Dorsch et al.6) 등에 의해 수행되었다.

본 연구에서는 포고현상의 해석을 위해 추진기관 구성품들의 구성방정식을 선형화된 전달함수의 형태로 만들어 추진기관의 수학적 모델을 작성하였다. 이를 구조 시스템과 결합하여 구조-추진 연계 시스템을 만들었다. 이 연계 시스템의 고유치 해석을 통하여 포고 불안정성을 해석하였으며, 전체시스템의 안정도를 높이기 위하여 추진기관에 완충기를 추가하는 최적화 과정을 수행하였다.

2. 구조-추진 연계 시스템

2.1. 추진기관

일반적인 로켓에서 추진기관의 구성품은 탱크, 배관(duct), 접합점(junction), 벨로우즈(bellows), 완충기(accumulator), 펌프(pump), 벤츄리(venturi), 추력실(thrust chamber) 등이 있다. 각각은 산화제와 연료를 각 탱크로부터 추력실로 이동시켜 연소시키는 역할을 한다. 본 연구

에서 예제로 사용할 로켓의 추진기관은 Fig.2와 같다.

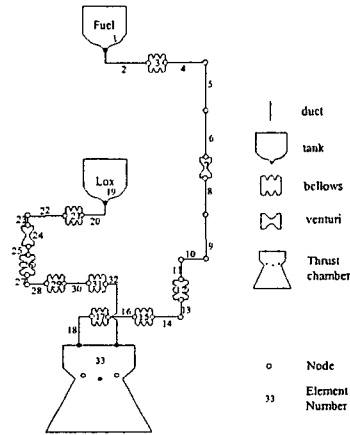


Fig.2. Schematic diagram of propulsion system

유동장 내의 운동방정식(equation of motion)과 연속방정식(continuity equation)은 다음과 같다.

$$H_x + \frac{1}{gA} Q_t + \frac{fQ^2}{2gDA^2} = 0 \quad (1)$$

$$Q_x + \frac{gA}{a^2} H_t - 0 \quad (2)$$

H 는 수두벡터이고, Q 는 배관 단면을 지나는 유량, a 는 음파속도(wave speed), f 는 마찰계수(Darcy-Weisbach friction factor), D 는 배관의 직경을 나타낸다. (1), (2)식을 x 방향으로 적분을 취한 후에 정상상태와 섭동상태의 압력, 유량을 대입하여 섭동압력과 유량에 대해 1차까지 전개하여 각 요소에 대한 식을 이끌어낼 수 있다. 일차원 비압축성 배관에 대해서는 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$p_i - p_j = Ri + Ii + \rho L \bar{N} \cdot \bar{r} \quad (3)$$

$$w_i = w_j \quad (4)$$

정리하면, (3),(4)식이 비압축성 배관의 유동에 대한 구성방정식이 된다.

압축성 유동 배관, 접합점, 벨로우즈, 완충기, 탱크 출구, 펌프, 추력실에 대해서도 마찬가지로 방법으로 구성방정식을 구할 수 있다.

2.2. 로켓 구조

적은 수의 자유도로 로켓 구조의 거동을 효과적으로 나타내기 위해서 본 연구에서는 로켓의

고유모드를 사용하였다. 로켓의 고유모드는 유한요소모델의 고유모드 해석을 통해서 구할 수 있다. 로켓 구조의 거동을 나타내기 위한 모드로는, 로켓의 저주파 거동을 나타내는 저차모드들과 포고와 연관이 깊은 종방향 변형모드들을 사용할 수 있다.

로켓의 고유모드를 사용하여 나타낸 구조의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_n[\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n\omega_n\dot{q}_n(t) + \omega_n^2q_n(t)] = Q_n(t) \quad (5)$$

(n=1,2,...,N_n)

여기서 n은 고유모드를 나타내고 ζ_n 은 댐핑비, ω_n 은 고유 각진동수, M_n 은 질량을 나타내고, q_n 은 일반화된 변위(generalized displacement), Q_n 은 일반화된 힘(generalized force)을 나타낸다.

2.3. 연계 시스템 구성

2.1절에서 구한 추진기관의 각 구성품들에 대한 구성 방정식과 2.2절의 구조 시스템을 연계하여 전체 시스템 행렬을 구성한다. 추진기관 및 구조 시스템 모두 2차 미분 행렬식으로 나타낼 수 있으므로 연계 시스템의 행렬식도 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M]\{\ddot{v}(t)\} + [B]\{\dot{v}(t)\} + [K]\{v(t)\} = 0 \quad (6)$$

3. 포고 안정성 해석

3.1. 시스템 행렬의 고유치 해석

2장에서 얻은 시스템 행렬은 고유치 해석을 통해서 시스템이 어느 정도의 안정도 여유를 가지는지 파악할 수 있다. 연계 시스템의 행렬식(6)을 라플라스 영역에서 보면 다음과 같다.

$$(s^2[M] + s[B] + [K])\{v(s)\} = 0 \quad (7)$$

윗식의 고유치(\bar{s})를 실수부와 허수부로 나누어서 표현하면 다음과 같다.

$$\bar{s} = \bar{\sigma} \pm i\bar{\Omega} \quad (8)$$

이를 비감쇠 고유진동수(undamped natural frequency, $\bar{\omega}$)와 감쇄비(fraction of critical damping, ζ)로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\bar{s} = -\zeta\bar{\omega} \pm i(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}\bar{\omega} \quad (9)$$

시스템의 진동을 고유벡터 얻은 값을 이용하

여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\bar{v}(t)\} &= Re\{\bar{v}(\bar{s})\}e^{\bar{s}t} \\ &= e^{-\zeta\bar{\omega}t}Re\{\bar{v}(s)e^{i(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}\bar{\omega}t}\} \quad (10) \end{aligned}$$

Re는 실수 부분 값을 의미한다.

고유치의 실수부인 $Re(\bar{s})$ 의 값이 음수일 때, (10)식의 고유모드 값은 시간이 지날수록 지수(exponential)적으로 줄어든다는 것을 알 수 있다. $Re(\bar{s})$ 값이 음수면, ζ 값이 양수가 되어 시스템은 안정하다고 말할 수 있다.

3.2. 예제

액체추진 로켓의 구조는 6개의 축방향 변형모드, 벤딩 변형모드를 이용하였고, 추진기관은 Fig.3을 바탕으로 각 추진기관의 구성품마다 요소번호와 노드번호를 부여하여 구성방정식을 완성하였다.

구조의 감쇄비를 1%로 두고 시스템의 안정도를 해석하였다. 이득 여유를 6dB이라고 두었을 때 시스템 감쇄비는 0.5% 이상이어야 시스템이 안정적이라 할 수 있다. 해석결과 시스템 감쇄비는 0.164%로 나타났다(Fig.3).

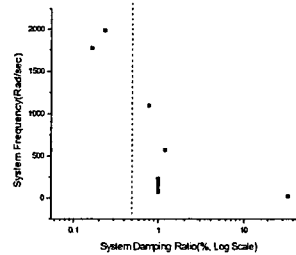


Fig.3 Frequency versus system damping

4. 포고현상 제어

비행중인 로켓은 급격한 기압변화, 온도변화와, 공기의 항력과 같은 외란을 받게 된다. 고유치 해석을 통해서 얻은 해석결과는 불안정하진 않았지만 6dB이라는 안정도 여유를 가지고 있지 못하여 충분한 안정도 여유를 갖도록 시스템의 안정성을 부여하는 과정이 필요하다.

본 논문에서는 액체추진 로켓의 시스템 안정성을 높이기 위한 방법으로 완충기를 이용한 포

고 제어를 고려하였다8),9).

본 연구에서 제안하는 완충기의 최적설계 과정은 크게 두 부분으로 나눌 수 있다. 처음 과정은 추진시스템 배관의 어느 위치에 완충기를 장치하는 것이 가장 효과적인가를 보는 부분이다. 그 다음 과정은 처음에 얻어진 위치에 완충기의 물리적인 계수를 설계변수로 두어 시스템의 안정성이 커지는 방향으로 최적화하는 것이다.

완충기의 위치를 바꾸어가며 최적화 과정을 수행하였을 때 벤츄리 이전에 완충기를 설치하는 것이 효과적이라는 것을 알 수 있었고, 이때 0.5%이상의 감쇄비를 얻을 수 있었다. 이때 사용한 완충기와 설계 변수값은 Fig.4와 Table 1에 나타나 있다.

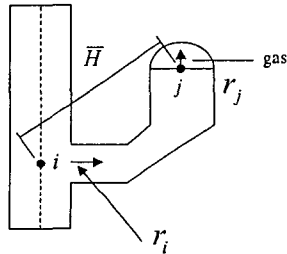


Fig.4. Accumulator parameters for optimization

Table.1. Optimal design variable

| variable | r_i (m) | r_j (m) | \bar{H} (m) |
|----------|-----------|-----------|---------------|
| value | 1.00E-2 | 1.21E-2 | 9.89E-2 |

물리적인 관점에서 보자면, 벤츄리는 압력강하를 일으켜 벤츄리를 지난 후 유량을 일정하게 흐르게 하는 작용을 한다. 따라서 벤츄리를 지난 후의 시스템 안정성은 확보되었지만, 벤츄리를 지나기 전 부분은 시스템의 안정성이 확보되지 않았다고 볼 수 있다. 그러므로 벤츄리 전 반부에 완충기를 설치하는 것이 시스템의 안정성에 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

5. 결론

이 논문에서는 포고현상을 해석하기 위하여 구조와 추진시스템의 모델을 만들어서 서로의

간섭을 고려하여 구조 추진 연계 시스템 해석 모델을 제시하였으며 포고현상 가능성을 해석하였다. 완충기를 사용하여 포고현상을 제어할 수 있는 방법에 대해서도 제시하였으며 완충기의 위치와 크기를 설계변수로 두어 시스템의 안정도 여유를 크게 하기 위한 최적화 과정을 수행하였다.

후 기

이 논문은 한국항공우주연구원의 '3단형 과학 로켓 개발사업'에 의하여 지원되었음.

참고 문헌

- 1) R. S. Ryan, L. A. Kiefling, W. A. Jarvinen, and H. J. Buchanan, "Simulation of Saturn V S-II Stage propellant feedline dynamics", *Journal of Spacecraft and Rockets* no. 2, 1970.
- 2) S. Rubin, "Prevention of coupled structure - propulsion instability(POGO) on the space shuttle", NASA TM X-52876, 1970.
- 3) S. Rubin, "Longitudinal instability of liquid rockets due to propulsion feedback (POGO)", *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 3, pp. 1188-1195, 1966.
- 4) L. J. Holster, and J. A. William, "Analytical model for liquid rocket propellant feedline dynamics", *Journal of Spacecraft and Rockets* vol. 2, no. 2, pp. 180-187, 1974.
- 5) W. A. Woods, "Method of calculating liquid flow fluctuations in rocket motor supply pipes", *Journal of the American Rocket Scientists* vol. 31, pp. 1560-1567, 1961.
- 6) G. R. Dorsch, J. W. Don, and L. Charlene, "Distributes parameter analysis of pressure and flow disturbances in rocket propellant feed systems", NASA TN D-3529, 1966.
- 7) 장홍석, "액체추진로켓의 포고현상 해석과 제어에 관한 연구", M.S. Thesis, KAIST, 2002.
- 8) S. Rubin, "Prevention of coupled structure-propulsion instability (POGO)", NASA SP-8055, 1970.
- 9) M. H. Lock, S. Rubin, "Passive Suppression of Pogo on the Space Shuttle", NASA CR-132452, 1974.