

시험적인 통계적 에너지 기법(ESEA)을 적용한 진동 전달 특성 연구

Investigation of Vibration Characteristics

using Experimental Statistical Energy Analysis(ESEA)

이화수* 우관제* 김종년* 이태욱*
Lee, Hwa-Soo Woo, Kwan-Je Kim, Jong-Nyeun Lee, Tae-Wook

ABSTRACT

Vibrational characteristics of coupled beam & plate system are considered on simple system, which consists of plates(2-subsystem) and beams(4-subsystem), using experimental statistical energy analysis(ESEA). First, damping and coupling loss factors of the system are determined by power injection method (PIM). Then, energy distribution of all the subsystem is estimated from the power balance equation. Finally, these quantities are compared with measured energy. The correlation of measured and estimated results for the sample problem is reasonably good.

1. 서론

계의 진동 전달 특성을 파악하기 위하여 다양한 해석 기법이 존재한다. 유한요소법(FEM)과 경계요소법(BEM)은 저주파수 영역의 낮은 모드 밀도를 가지는 계의 특성을 파악하는데 유용한 기법인 반면에, 통계적 에너지 기법(SEA)은 중·고주파수 대역, 높은 모드 밀도를 가지는 영역에서 손실 계수로 계의 특성을 표현하여 계를 구성하는 하부계의 진동 에너지 레벨을 예측할 수 있는 기법이다. 철도 차량과 같은 대형 구조물의 진동 해석을 위해서는 모드법은 그 한계를 가지고 있으므로, 통계적 에너지 기법이 주로 적용되고 있다.

본 논문에서는 시험적인 통계적 에너지 기법(ESEA)을 이용하여 빔과 판넬로 구성된 계의 진동 전달 특성을 파악하여 보고자 한다.

2. 이론

통계적 에너지 기법의 기본 원리는 두개의 연성된 계 사이의 에너지 전달은 두 계의 모달 에너지 차이에 비례한다는 것으로부터 출발한다. 두개의 하위계로 구성된 진동계를 고려할 때, 파워 평형식 ($P_m = P_{out}$)으로부터 하나의 하위계에 입력된 파워는 그 계 내부에서 손실된 파워와 다른 계로 전달된 파워의 합으로 표현할 수 있으며 이는 식(1)과 같다[1].

* 주식회사 로템 기초연구팀

$$\begin{aligned}\Pi_{1,in} &= \Pi_{1,diss} + \Pi_{12} = \omega\eta_1 E_1 + \omega\eta_{12} E_1 - \omega\eta_{21} E_2 \\ \Pi_{2,in} &= \Pi_{2,diss} + \Pi_{21} = \omega\eta_2 E_2 + \omega\eta_{21} E_2 - \omega\eta_{12} E_1\end{aligned}\quad (1)$$

여기서, Π 는 입력 및 손실 파워, ω 는 각주파수, η_i 는 내부손실계수, η_{ij} 는 i 에서 j 하위계로의 연성손실계수, E 는 에너지이다. 이를 이용하여, 각 하위계를 차례로 가진할 때 파워 평형식을 행렬로 표현하면 식(2)와 같다.

$$\begin{Bmatrix} \Pi_1 \\ 0 \\ 0 \\ \Pi_2 \end{Bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} E_{11} & E_{11} & -E_{21} & 0 \\ 0 & E_{11} & -E_{21} & -E_{21} \\ -E_{12} & -E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & -E_{12} & E_{22} & E_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_{12} \\ \eta_{21} \\ \eta_2 \end{Bmatrix}\quad (2)$$

여기서, E_{ij} 는 j 번째 하위계를 가진할 때, i 번째 하위계에서의 에너지이다. 이에 따르면 각 하위계를 차례로 가진하여 각각의 입력파워와 가진시 각 하위계의 에너지를 구하면 이로부터 내부손실계수와 연성손실계수를 구할 수 있음을 알 수 있다. 이를 위해서는 우향 에너지 행렬의 역행렬을 구하는 과정이 필요한데, 하지만 이 행렬이 역행렬을 구하는데 부적절한 조건 (ill-conditioned)임을 알 수 있다.

위의 문제를 해결하기 위하여 Lalor는 N 개의 하위계로 구성된 계에서 $N^2 \times N^2$ 의 에너지 행렬을 식(3), (4)와 같이 내부손실계수를 위한 하나의 $N \times N$ 행렬과 연성손실계수를 위한 N 개의 $(N-1) \times (N-1)$ 행렬로 분리할 수 있음을 보였다.

$$\begin{Bmatrix} \eta_{1i} \\ \mathbf{M} \\ \eta_{Ni} \end{Bmatrix}_{j \neq i} = \frac{\Pi_i}{\omega E_{ii}} \begin{bmatrix} \left(\frac{E_{11}}{E_{i1}} - \frac{E_{1i}}{E_{ii}} \right) & \Lambda & \left(\frac{E_{N1}}{E_{i1}} - \frac{E_{Ni}}{E_{ii}} \right) \\ \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} \\ \left(\frac{E_{1N}}{E_{iN}} - \frac{E_{1i}}{E_{ii}} \right) & \Lambda & \left(\frac{E_{NN}}{E_{iN}} - \frac{E_{Ni}}{E_{ii}} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \mathbf{M} \\ 1 \end{Bmatrix}\quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \mathbf{M} \\ \eta_N \end{Bmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{bmatrix} E_{11} & \Lambda & E_{N1} \\ \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} \\ E_{1N} & \Lambda & E_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Pi_1 \\ \mathbf{M} \\ \Pi_N \end{Bmatrix}\quad (4)$$

식(3), (4)의 에너지 행렬의 경우 대각항들이 비대각항들에 비하여 큰 값을 가지므로 역행렬 변환을 위해 적절한 조건임을 알 수 있다 ($E_{ii} > E_{ij}$).

이와 같이 각 하부계를 차례로 가진하면서 하부계의 파워입력값과 진동에너지를 구하고, 하부계의 손실계수를 구하는 기법을 파워입력법(PIM : Power Injection Method)이라 한다[2].

3. 실험

시험적인 통계적 에너지 기법의 적용을 위하여, 그림1과 같은 시험 및 분석 절차에 따라 진행하였으며, 그림2과 같이 각각 2개의 'L'자와 'C'자 단면의 2.4t 강철 빔과 2개의 1.4t 강철 판넬로 구성된 계에 파워입력법을 적용하여 손실계수를 구하고자 하였다.

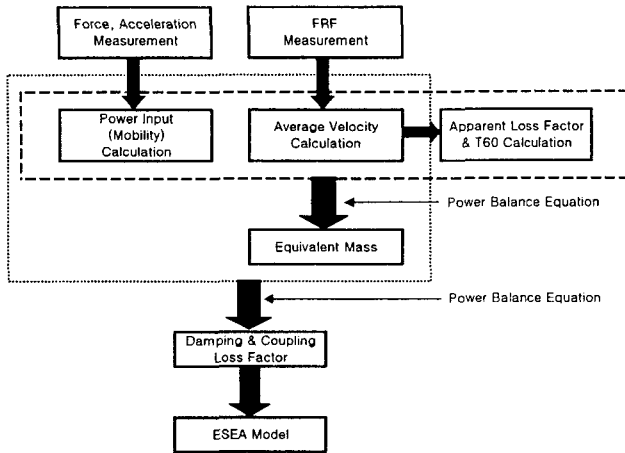


그림1. ESEA 시험 및 해석 절차

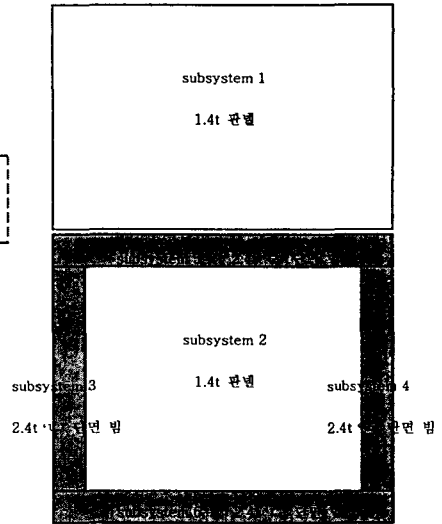


그림2. ESEA 시험 모델

파워입력법의 실제 적용을 위해서 입력파워 대신에 입력 모빌리티를, 응답 에너지 대신에 주파수 응답함수를 시험을 통하여 구하는데, 이는 통계적 에너지 기법의 기본 방정식인 파워 평형식 ($P = \eta \omega E$)의 양변을 가진력(F) 크기의 제곱으로 나눔으로써 구할 수 있는 식(5)를 참조하면 알 수 있다.

$$M_i = \sum_j \eta_j \omega \cdot m \left| \frac{V_{ji}}{F_i} \right|^2 \quad (5)$$

여기서, M 은 입력점 모빌리티이며, V_{ji} 는 i 하위계 가진시 j 하위계에서의 속도이다.

통계적 에너지 기법은 말 그대로 통계적인 방법을 사용하므로 하위계 하나 가진에 하나의 응답만을 고려한다면, 이러한 하나의 측정 포인트가 모든 모드를 포함할 수 없고 계 사이의 연성을 제대로 표현할 수 없으므로, 실제 시험에서는 다수의 가진점과 다수의 측정점의 값들을 이용하여 통계적인 처리 후 그 값을 시험치로 한다.

3.1 파워 입력 측정(모빌리티 측정)

판넬의 가진을 위하여 ICP type의 소용량 임팩트 해머를 사용하였고 가속계의 질량 효과(mass loading effect)를 배제하기 위하여 작은 중량(2.9gram)의 B&K type 4394 가속도계를 이용하였다. 파워 입력을 구하기 위한 임팩트 해머 가진 방법들 중에서 가속도계 부근을 가진하는 방법을 이용하였다. 그러나 이 방법의 경우, 가진점과 측정점이 동일하지 않으므로 고주파수로 갈수록 그 오차가 크지는 단점이 있었으며, 이로 인하여 고주파수에서 측정치의 파워손실이 있음을 확인할 수 있었다. 통계적 처리를 위하여 각 하위계에 랜덤하게 결정된 3 측정점에 대하여 10개의 결과를 저장하였다. 각 측정점 사이의 결과 편차가 클 경우, 측정점 수를 증가시켰으며, 동일 측정점에 구한 10개의 데이터 중 편차가 큰 데이터는 이후의 통계적 처리에서 제외하였다.

파워 입력 시험 결과는 그림3와 같다. 먼저, 결과(a) 판넬의 입력 파워에 대하여 실험과 이론 결과를 비교해 보면 1kHz 이하의 영역에서는 좋은 결과를 보이지만, 그 이상의 고주파수 영역에서는 시험치가 이론치에 비하여 낮은 결과를 가짐을 알 수 있다. 이는 판넬을 임팩트 해머로 가진

할 때 2kHz 이상의 고주파수 영역은 파워 입력이 잘 되지 않으며, 또한 측정시 가진과 측정점이 다르므로 이로 인한 영향으로 생각된다. 이러한 오차는 가진과 측정점을 동시에 할 수 있는 장비를 사용하거나 더 작은 해머를 사용함으로써 해결될 수 있다고 판단된다.

강철 빔의 파워 입력 결과인 (b), (c)의 경우, 시험과 이론치를 비교해 보면, 저주파수 영역에서는 빔의 특성을 가지나 고주파수로 갈수록 판넬과 같은 특성을 가짐을 알 수 있다. 결과(b)인 'L'자 빔의 경우, 저주파수 영역에서의 빔 특성이 1kHz 이상의 영역에서는 후판과 같은 특성으로 바뀐다. 또한 결과(c)인 'C'자 빔의 경우도 동일하게 1kHz 이상의 영역에서는 곡면 판넬과 같은 특성을 가짐을 알 수 있었다. 이로부터 빔과 판넬 모델을 동시에 고려하여야 넓은 주파수 영역에서 이러한 계를 진동 특성을 파악할 수 있음을 알 수 있다.

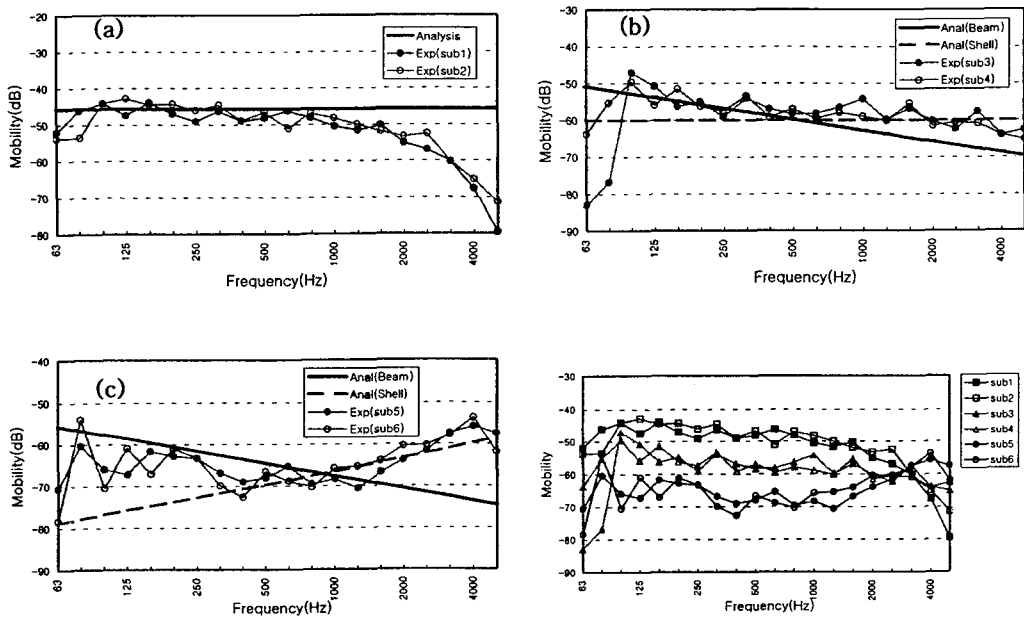


그림3. 하위계의 파워 입력 결과 비교

3.2 에너지 응답 측정(주파수 응답 측정)

본 시험에서는 하위계 1, 2에 대하여 9점을, 하위계 3, 4, 5, 6에 대하여 5점을 가진하였으며, 각 하위계에서 3점의 응답을 구하였다. 하나의 하위계에 가속도계를 고정시켜 놓고 모든 하위계를 차례로 가진하는 방법을 취하였다. 이 시험의 경우, 모든 모드를 가진할 수 있도록 다수의 가진점을 가질수록, 각 하위계의 응답을 대표할 수 있도록 응답점의 수를 늘일수록 더 신뢰성 있는 결과를 가질 수 있게 된다.

그림4은 일부 하위계의 에너지 응답 결과이다. 표준 편차 결과를 살펴보면, 판넬 사이의 진동 전달은 고주파수로 갈수록 안정된 값을 주지만, 판넬과 빔 사이의 진동 전달은 고주파수 영역에서도 많은 편차를 가짐을 알 수 있다. 이는 판넬이 빔에 비하여 높은 모드 밀도를 가지므로 넓은 주파수 영역에서 고른 에너지 분포를 가지게 되고, 이로 인하여 안정된 결과를 보이게 된다.

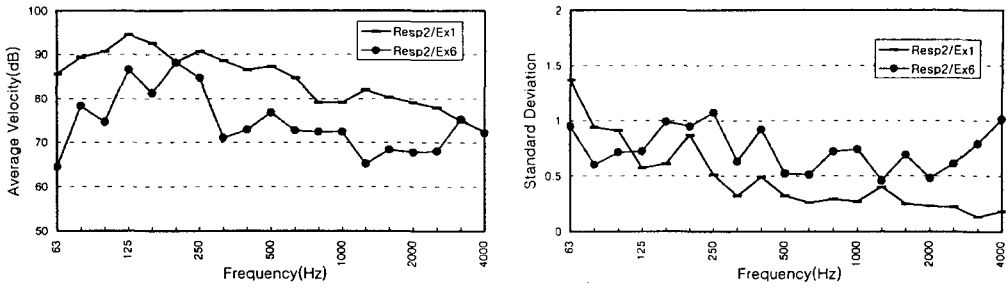


그림4. 하위계의 에너지 응답 결과

4. 결과 및 분석

식(3), (4)를 참조하면 각 하위계의 파워 입력과 에너지 응답 결과로부터 내부손실계수와 연성손실계수를 구할 수 있다. 그림5는 각 하부계의 손실계수 결과이다. 주파수 밴드내의 모드수가 희박한 저주파수 영역과 판넬의 파워 입력 시 제대로 가진되지 않은 2kHz 이상의 영역의 결과의 경우, 다소 편차가 크거나 해의 불안정으로 인하여 제대로 된 해를 계산할 수 없었다.

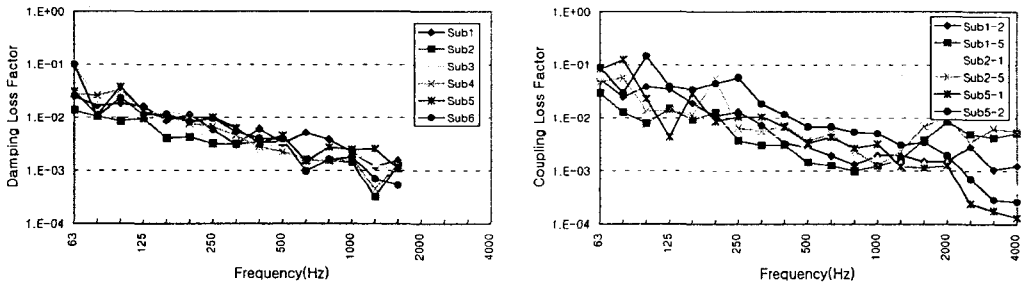


그림5. 내부손실계수와 연성손실계수

시험으로 구한 손실계수의 신뢰성을 확인하기 위하여 연성손실계수의 비인 Triple Product Ratio(TPR) 구하였다. 서로 연성되어 있는 i, j, k 하위계의 경우 식(6)과 같은 조건을 만족한다 [3]. 본 논문에서 다루는 계는 1, 2, 5번 하부계가 서로 3중 연성되어 있는데, 그림6는 이들 하위계의 TPR 결과이다. 100Hz 이하를 제외한 대부분의 영역에서 1에 가까운 값을 가지므로 구한 연성손실계수는 신뢰성 있다고 판단할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \eta_{ij}n_i &= \eta_{ji}n_j & \eta_{jk}n_j &= \eta_{kj}n_k & \eta_{ki}n_k &= \eta_{ik}n_i \\
 \eta_{ij}\eta_{jk}\eta_{ki} &= \eta_{ji}\eta_{kj}\eta_{ik}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

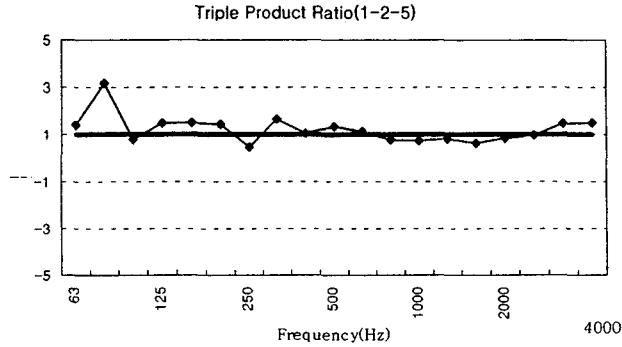


그림6. 하부계 1, 2, 5의 TPR 결과

그림7은 구한 손실계수와 유효질량을 이용하여 재해석한 결과와 시험으로 구한 진동 응답 결과를 비교한 것이다. 판넬(1번 하위계) 가진과 판넬(1, 2번 하위계) 응답의 경우, 2kHz이하의 주파수 영역에서 재해석 결과가 시험과 유사한 결과를 보인다. 하지만 파워 입력이 제대로 이루어지지 않았던 2kHz이상의 영역에서는 결과값에 다소 차이를 보인다. 다음은 실 계에서 빈번히 일어나는 문제인 빔(6번 하위계) 가진과 판넬(1, 2번 하위계) 응답의 경우이다. 이 경우 빔의 모드 밀도가 낮고 이로 인하여 각 입력점과 응답점들이 모드의 영향을 크게 가지는 저주파수 영역에서는 다소 결과 값의 차이를 보임을 알 수 있다.

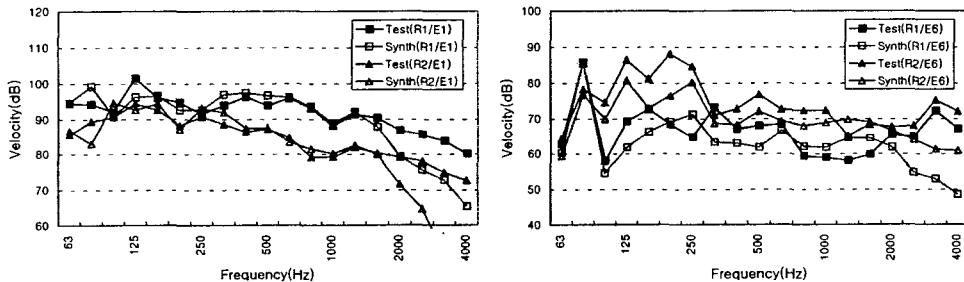


그림7. 재해석 결과와 시험 결과 비교

5. 결론

시험적인 통계적 에너지 기법을 이용하여 빔과 판넬로 구성된 계의 진동 특성을 파악할 수 있음을 알 수 있었다. 이러한 계의 경우, 빔은 저주파수 영역에서는 빔의 특성을 가지고 진동 전파를 하지만 고주파수로 갈수록 판넬의 성질을 가짐을 시험을 통하여 확인 가능하였으며, 계의 진동 전달 특성을 파악하기 위해서는 두 모델이 동시에 고려되어야 함을 알 수 있었다.

참고문헌

1. Richard H. Lyon and Richard G. Dejong, "Theory and Application of Statistical Energy analysis", Butterworth-Heinemann, pp. 118-121
2. D. A. Bies and S. Hamid, "In Situ Determination of Loss and Coupling Loss Factors by the Power Injection Method", Journal of Sound and Vibration, 1980, 70(2), pp. 187-204
3. L. Hermans and M. Iadevaia, "Guidelines on the Use of Experimental Sea for Modeling and Understanding Road Noise in Cars", Society of Automotive Engineers, 1999-01-1704