

고속화차 한량의 사행동 해석

Analysis of the Snake motion of One High Speed Freight Car

이승일 *, 최연선 **

Seung-Il Lee, Yeon-Sun Choi

ABSTRACT

The development of railway vehicle and bogie involves the proper selection of design parameters not only to achieve high speed but also to reduce the vibration of the train. In this study an analytical model of a high speed freight car is developed to find the critical speed. The high speed freight car can generate the snake motion of the lateral and yawing motion of the car body, the bogie, and the wheelset. Numerical analysis for the nonlinear equation motions with 17 degrees of freedom showed the running stability and critical speed due to the snake motion. Also, the vibration modes of the high speed freight car was calculated using ADAMS RAIL, which showed that the critical speed have the yawing modes of the car body and the bogie. Finally, this paper shows that the snake motion of the vehicle can be controlled with the modifications of the design parameters.

1. 서론

철도교통의 장점은 다량의 물량을 신속·정확·안전하게 수송하는 데 있다. 이를 위해서는 철도 차량 및 대차의 고속화 개발이 이루어져야 한다. 차량 및 대차의 고속화를 위해서는 차량 주행시 발생하는 다양한 형태의 진동을 해석하여, 이를 감쇠할 수 있어야 한다. 차량이 저속으로 주행할 경우 차륜의 원추답면은 복원력을 발생시켜 안정된 주행이 될 수 있으나, 고속으로 주행하는 경우 사행동에 의한 차량의 관성력은 커져 주행안정성을 보장할 수 없게 된다¹⁾. 따라서 철도차량의 고속화를 위해서는 주행시 발생하는 사행동에 대하여 충분한 검토가 있어야 한다. 이로 인하여 국내외에서 철도차량의 사행진동에 대한 이론해석 및 수치해석에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다.

Carter²⁾는 주행속도의 증가, 감소에 따라 사행동의 크기가 달라짐을 확인하였고, Cooperrider³⁾는 현가장치의 고유진동수를 변화하여 사행동을 제어할 수 있음을 보였다. 또한 Blader와 Kurtz⁴⁾는 다량으로 편성된 철도차량을 대상으로 차량 진동모드 형태와 답면구배에 따른 동적 안정성을 연구한 바 있다. 이승일, 최연선⁵⁾은 고속화차의 대차만을 대상으로 하여 차륜 답면구배 및 레일과 차륜 사이의 간극을 고려하여 대차의 횡진동에 의한 임계속도를 계산한 바 있다.

본 연구에서는 고속화차 주행시 발생 가능한 사행동을 해석하기 위해 고속화차 한량, 즉 차체와 대차,

* 성균관대학교 박사과정, 학생회원

** 성균관대학교 교수, 정회원

윤축에 대하여 총 17 자유도로 고속화차를 모델링하였고, 이에 대하여 운동방정식을 유도하고 유도된 비선형 운동방정식을 수치해석하여 사행동에 의한 고속화차의 안정성과 임계속도를 계산하였다. 또한 전산해석에 의한 고속화차 한량에 대한 사행동 모드를 계산하였고, 주행 중 발생하는 사행동을 억제하기 위한 설계변수의 변화를 도모하였다.

2. 사행동

답면구배를 가진 철도차량의 특유한 운동인 사행동은 윤축의 좌우 직선운동과 연직축 주위의 회전운동이 연성된 자려진동이다. 자려진동은 한 개의 차축에 고정된 원추담면을 가지는 한 개의 차륜이 평행한 두 개의 레일을 주행하는 경우 발생하는 운동이다. 특히 고속으로 주행하는 철도차량에 경우는 윤축이나 대차의 사행동에 의해 횡진동이 발생하게 되고, 이는 승차감과 주행안정성에 악영향을 미치게 된다. 특히 무거운 화물을 적재하는 화차의 경우 심한 사행동이 발생하면 차량의 운동에너지가 크기 때문에 레일을 파손시킬 뿐만 아니라, 나아가 중대 사고의 원인이 될 수도 있다.

2.1 윤축의 사행동

한쌍의 좌우 차륜담면(테이퍼 1/10~1/40)으로 구성되어 레일 위를 주행할 때 좌우로 기울어진 경우 복원력이 작용하는 윤축의 사행동은 Fig 1과 같이 정현파 운동을 하며 좌우와 요잉운동으로 표현할 수 있다,

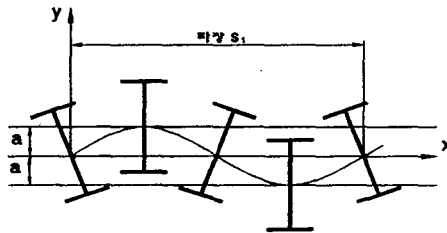


Fig 1. Snake motion of wheelset

이때의 윤축의 사행동 파장 S_1 은 식(1)과 같다⁶⁾.

$$S_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{ar}{\gamma}} \quad (1)$$

여기서 $2a$ 는 평형위치에서의 좌우차륜의 접촉점 간격, r 은 차륜의 평균반경, v 는 차륜의 담면구배이다. 윤축이 일정한 속도로 주행시 윤축의 상하, 롤링의 운동은 레일에 의해 구속받아 윤축의 운동은 좌우와 요잉의 운동에 의해 결정된다. 따라서 식(2)와 같은 좌우(y)와 요잉(ϕ)의 영향을 받는 윤축의 운동방정식을 유도하면 식(3)과 같다⁶⁾.

$$\ddot{x} + D\dot{x} + Kx = 0$$

$$x = \begin{bmatrix} y \\ \phi \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \frac{2k_{22}}{mv} & 0 \\ 0 & \frac{2k_{11}a^2}{mi^2v} \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} \frac{k_y}{m} & -\frac{2k_{22}}{m} \\ \frac{2k_{11}a}{mi^2r} & \frac{k_\phi}{mi^2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
m\ddot{y} + k_y y &= -2k_{22}\left(\frac{\dot{y}}{v} - \phi\right) \\
i\ddot{\phi} + k_\phi \phi &= -\frac{2k_{11}a^2}{v}\dot{\phi} - \frac{2k_{11}\gamma a}{r}y
\end{aligned} \tag{3}$$

식(3)의 운동방정식을 식(4)와 같은 특성방정식으로 나타낼 수 있다. 이때의 특성방정식은 근사적으로 두 개의 실수(λ_1, λ_2)와 두 개의 복소수($\lambda_3, \lambda_4 = \alpha \pm i\omega$)형태의 근을 갖는다⁷⁾.

$$A_4\lambda^4 + A_3\lambda^3 + A_2\lambda^2 + A_1\lambda + A_0 = 0 \tag{4}$$

여기서

$$\begin{aligned}
A_4 &= 1, \quad A_3 = \frac{2(mk_{11}a^2 + ik_{22})}{miv}, \quad A_2 = \frac{(mk_\phi + ik_y)v^2 + 4k_{22}k_{11}a^2}{miv^2} \\
A_1 &= \frac{2(k_{22}k_\phi + k_{11}k_y a^2)}{miv}, \quad A_0 = \frac{k_y k_\phi r + 4k_{11}k_{22}\gamma a}{mir}
\end{aligned}$$

특성방정식의 근 $\lambda = \pm i\omega$ 로 놓으면 두 개의 실수근(real)은 $A_4\lambda^4 + A_2\lambda^2 + A_0 = 0$, 두 개의 허수근(imaginary)은 $A_3\lambda^3 + A_1\lambda = 0$ 으로 나타낼 수 있다. 이때 윤축의 사행동 진동수 ω_w 은 식(5)와 같다.

$$\omega_w = \sqrt{\frac{k_{22}k_\phi + k_{11}k_y a^2}{ma^2k_{11} + ik_{22}}} \tag{5}$$

윤축의 사행동 임계속도는 식(6)과 같다.

$$v_c = \frac{\omega_w S_1}{2\pi} \tag{6}$$

2. 2 대차의 사행동

두 개 이상의 윤축이 대차 프레임(frame)에 의해 전후, 좌우로 상대변위가 구속되는 경우, 대차의 사행동은 관성력과 크리프력과의 관계로부터 이해될 수 있다. 이때 대차의 사행동 파장 S_2 은 식(7), 대차의 진동수는 식(8)과 같다⁷⁾.

$$S_2 = S_1 \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} \tag{7}$$

$$\omega_b = \frac{v_c 2\pi}{S_2} \tag{8}$$

여기서 $2b$ 는 두 개의 윤축간의 간격인 고정축거리이며 ω_b 은 대차의 진동수이다. 식(6)과 (8)에서 보는 바와 같이 임계속도는 윤축과 대차의 사행동 진동수에 정비례하고 윤축과 대차 사행동 파장에 반비례한다. 윤축과 대차의 사행동은 차량 주행안정성에 악영향을 미치므로 철도차량에서는 사행동 발생 여부를

관찰하기 위해 주행속도를 변화시키며 일정한 파장의 진동이 발생하는지를 관찰하여야 하고, 그 파장이 운측의 사행동 파장, S_1 혹은 대차의 사행동 파장, S_2 와 일치하는지를 관찰하여야 한다.

3. 차량의 운동방정식

고속화차 한량에 대한 운동은 Fig 2의 고속화차 해석모델로부터 Table 1과 같은 총 17개 자유도를 갖는 식(9)의 운동방정식으로 표현할 수 있다. 해석모델은 다음과 같은 조건에 의하여 검토되었다. 차량은 강체이며, 전후 및 좌우방향으로 대칭된다. 차륜과 레일간의 접촉관계는 크리프 이론을 사용한다. 차륜과 레일간에는 플렌지가 거동한다.

Table 1. Degree of freedom

Name	Wheelset	Bogie	Car body	Total
Lateral	1×4=4	1×2=2	1×1=1	7
Rolling	1×4=4	1×2=2	1×1=1	7
Yawing	0	1×2=2	1×1=1	3
Total	8	6	3	17

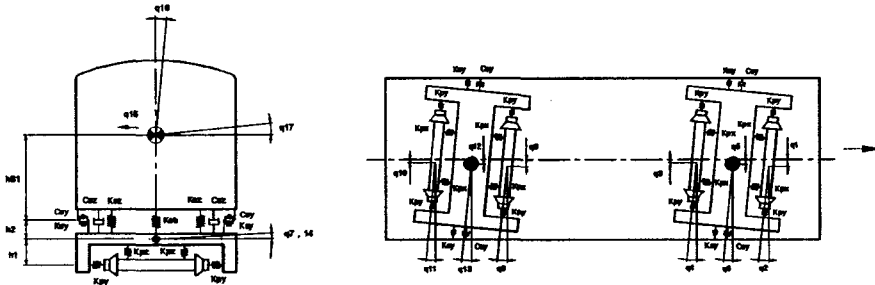


Fig 2. Freight car model

$$\begin{aligned}
 m_w \ddot{q}_1 + A_1 + 2F_{x/l} + F_T(q_1) &= 0 & I_{wy} \ddot{q}_2 + A_3 + 2aF_{y/l} &= 0 \\
 m_w \ddot{q}_3 + A_2 + 2F_{x/l} + F_T(q_3) &= 0 & I_{wy} \ddot{q}_4 + A_4 + 2aF_{y/l} &= 0 \\
 m_f \ddot{q}_5 - A_1 - A_2 + A_5 &= 0 & & \\
 I_{fy} \ddot{q}_6 - bA_1 + bA_2 - A_3 - A_4 + A_6 &= 0 & I_{fy} \ddot{q}_7 - h_1A_1 - h_1A_2 - h_2A_5 + A_7 &= 0 \\
 m_w \ddot{q}_8 + A_8 + 2F_{x/r1} + F_T(q_8) &= 0 & I_{wy} \ddot{q}_9 + A_{10} + 2aF_{y/r1} &= 0 \\
 m_w \ddot{q}_{10} + A_9 + 2F_{x/r2} + F_T(q_{10}) &= 0 & I_{wy} \ddot{q}_{11} + A_{11} + 2aF_{y/r2} &= 0 \\
 m_f \ddot{q}_{12} - A_8 - A_9 + A_{12} &= 0 & & \\
 I_{fy} \ddot{q}_{13} - bA_8 + bA_9 - A_{10} - A_{11} + A_{13} &= 0 & I_{fy} \ddot{q}_{14} - h_1A_8 - h_1A_9 - h_2A_{12} + A_{14} &= 0 \\
 m_c \ddot{q}_{15} + 2k_{sy}A_{15} + 2c_{sy}A_{16} + 2k_{sy}A_{17} + 2c_{sy}A_{18} &= 0 & & \\
 I_{cx} \ddot{q}_{16} + 2lk_{sy}A_{15} + 2lc_{sy}A_{16} - 2lk_{sy}A_{17} - 2lc_{sy}A_{18} &= 0 & & \\
 I_{cx} \ddot{q}_{17} + 2h_{bl}k_{sy}A_{15} + 2h_{bl}c_{sy}A_{16} + 2h_{bl}k_{sy}A_{17} + 2h_{bl}c_{sy}A_{18} &= 0 & &
 \end{aligned} \tag{9}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 2k_{py}(q_1 - q_5 - bq_6), & A_2 &= 2k_{py}(q_3 - q_5 + bq_6) \\
 A_3 &= 2k_{px}d_1^2(q_2 - q_6), & A_4 &= 2k_{px}d_1^2(q_4 - q_6) \\
 A_5 &= 2k_{sy}(q_5 - q_{15} - h_{b1}q_{17} - lq_{16}) + 2c_{sy}(\dot{q}_5 - \dot{q}_{15} - h_{b1}\dot{q}_{17} - l\dot{q}_{16}) & A_6 &= k_{sb}(q_6 - q_{16}) \\
 A_7 &= 2c_{sz}d_2^2(\dot{q}_7 - \dot{q}_{17}) + 2k_{sz}d_2^2(q_7 - q_{17}) + 4k_{pz}d_1^2(q_7 - q_{17}) & A_8 &= 2k_{py}(q_8 - q_{12} - bq_{13}), \\
 A_9 &= 2k_{py}(q_{10} - q_{12} + bq_{13}) & A_{10} &= 2k_{px}d_1^2(q_9 - q_{13}), & A_{11} &= 2k_2d_1^2(q_{11} - q_{13}) \\
 A_{12} &= 2k_{sy}(q_{12} - q_{15} - h_{b1}q_{17} - lq_{16}) + 2c_{sy}(\dot{q}_{12} - \dot{q}_{15} - h_{b1}\dot{q}_{17} - l\dot{q}_{16}) & A_{13} &= k_{sb}(q_{13} - q_{16}) \\
 A_{14} &= 2c_{sz}d_2^2(\dot{q}_{14} - \dot{q}_{17}) + 2k_{sz}d_2^2(q_{14} - q_{17}) + 4k_{pz}d_1^2(q_{14} - q_{17}) \\
 A_{15} &= (q_{15} - q_5 + h_{b1}q_{17} + h_2q_7) & A_{16} &= (\dot{q}_{15} - \dot{q}_5 + h_{b1}\dot{q}_{17} + h_2\dot{q}_7) \\
 A_{17} &= (q_{15} - q_{12} + h_{b1}q_{17} + h_2q_{14}) & A_{18} &= (\dot{q}_{15} - \dot{q}_{12} + h_{b1}\dot{q}_{17} + h_2\dot{q}_{14})
 \end{aligned}$$

이상의 차량해석모델에서 차륜 플렌지와 레일의 접촉에 의해 발생하는 차륜의 거동은 식(10)과 같은 비선형항을 추가하여 사용하였다⁸⁾.

$$F_T(q_i) = \begin{cases} k_0(q_i - \delta), & \delta < q_i \\ 0, & -\delta \leq q_i \leq \delta \\ k_0(q_i + \delta), & q_i < -\delta \end{cases} \quad i = 1, 3, 8, 10 \quad (10)$$

4. 수치해석

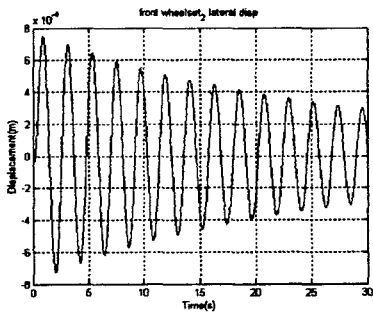
차륜과 레일간의 접촉, 크리이프 이론 및 차륜의 플렌지 거동 등의 비선형항이 포함된 17 자유도계 운동 방정식을 이론적으로 해석하는 것은 불가능하므로 컴퓨터를 이용한 수치해석을 통하여 동특성을 예측해 볼 수밖에 없다. 고속화차 한량에 대한 운동을 수치해석하기 위하여 식(9)에 차량의 운동방정식을 4차 Runge-Kutta방법으로 수치해석을 수행하였다. Table 2는 본 연구에서 사용된 고속화차의 사양이다.

4. 1 임계속도

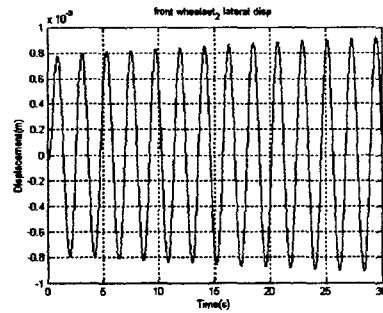
고속화차의 임계속도를 계산하기 위해 시간영역에서 수치해석을 하였고, 속도를 증가시키며 횡변위와 요변위의 지속 여부로 임계속도를 예측하였다. Fig 3은 일정 주행속도에서의 차량 횡변위의 변화를 나타내고 있다. 주행속도가 임계속도보다 작을 때, 차량 횡변위는 초기 변위량의 시간이 지날수록 감소하나, 주행속도가 임계속도보다 클 때는 시간이 지남에 따라 초기 변위량이 점점 증폭되어 진동하게 된다. 임계속도를 예측하기 위하여 차량 주행속도를 영에서부터 서서히 증가시켜 보았다. Fig 3에서 보는 바와 같이 주어진 차량의 설계조건으로부터 98km/h에서는 횡변위가 점차 감소 되었으나, 100km/h에서는 횡변위가 감소되지 않고 지속되는 상태를 나타나고 있어, 이 부근의 속도가 임계속도임을 알 수 있다.

Table 2. Specifications of the freight car

Index	Terms	Symbol	Units	Input
Car	Weight of the Car body	m_c	ton	16.083
Body	Moment of Inertia Roll & Pitching, Yaw	I_{cr}, I_{cy}	Mgm	17.625, 317.26
Boige	Weight of the Bogie	m_f	ton	1.982
Frame	Moment of Inertia Roll & Pitching, Yaw	I_{fr}, I_{fy}	Mgm	1.05, 1.64
Axle	Weight of the Axle	m_w	ton	1.309
	Moment of Inertia Roll & Yaw	I_w	Mgm	0.75
	Half of Wheel Diameter	r	m	0.43
Dimension	Half of Axle Distance	b	m	0.9
	Half of Bogie Distance	l	m	4.53
	Half of Between 1'st Spring	h_1	m	0.978
	Half of Between 2'nd Suspension Center	h_2	m	0.838
1st S/P	Longitudinal Stiffness	k_{px}	MN/m	554.57
	Lateral Stiffness	k_{py}	MN/m	423.23
	Vertical Stiffness	k_{pz}	MN/m	1.6128
2nd S/P	Vertical Stiffness	k_{sz}	MN/m	3.8791
	Lateral Stiffness	k_{sy}	MN/m	0.90384
	Bolster Stiffness	k_{sb}	MN/m	0.06779
Damper	Vertical Damper Coefficient	c_{sz}	MN/m	0.11072
	Lateral Damper Coefficient	c_{sy}	MN/m	0.18454
Contact	Lateral Track Stiffness	k_0	MN/m	14.6
	Rail-flange Clearance	δ	m	0.009



(a) Lateral displacement, $v=98\text{km/h}$



(b) Lateral displacement, $v=100\text{km/h}$

Fig 3. Numerical results for the lateral displacement of the car

4. 2 안정성 판별

차량운동에 대한 안정성은 고유치 해석으로 판별된다. 만일 해석결과로 얻어진 고유치의 실근이 설계변수의 변화에 따라 음(-)에서 양(+)이 된다면 이때 차량은 불안정해진다. 차량에 대한 안정성은 차륜과 레일의 기하학적 접촉에 의해 좌우, 요잉운동의 연성으로 발생하는 윤축 사행동의 안정성으로 표현할 수 있다. Fig 4은 전절 식(4)에서 표현한 윤축의 운동에 대한 특성방정식의 특성근을 주행속도 증가에 따른 고유치 실근의 변화를 나타내고 있다. 해석결과 Fig 4에서 보는 바와 같이 주행속도 100km/h 이전에서는 고유치의 실근이 0보다 작은 음(-)의 영역에 존재하다가 주행속도 100km/h 부근에서는 양(+)의 영역으로 분포되어 이 부근의 속도가 임계속도임을 알 수 있다.

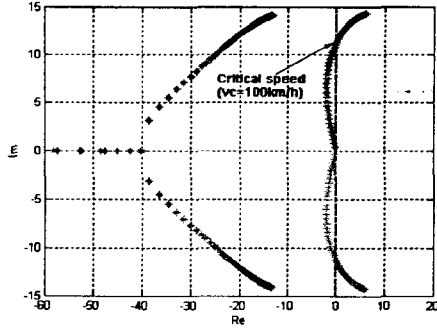
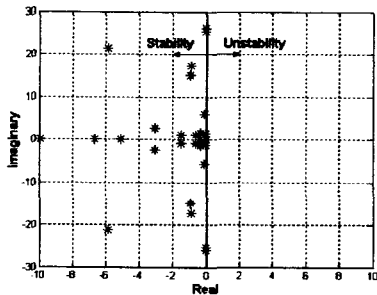


Fig 4. Root loci(wheelset)

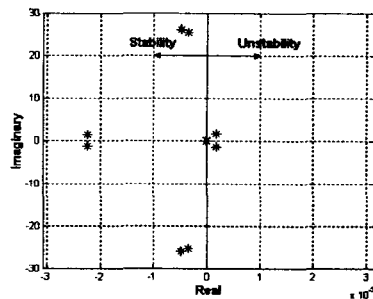
4.3 사행동 해석

고속화차의 설계변수($a=0.711m$, $r=0.43m$, $v=0.05$)로부터 윤축 사행동 파장(S_1)은 $15.54m$, 대차의 사행동 파장(S_2)은 $25.06m$ 로 계산된다. 이때 임계속도 $100km/h$ 에서의 윤축 및 대차 사행동 진동수는 식(6)과 (8)에 의하여 $11.28Hz$, $6.96Hz$ 이다.

수치해석에 의해 계산된 임계속도를 확인하고 임계속도에서의 사행동 해석을 하기 위하여 다물체 동역학 상용해석 프로그램인 ADAMS RAIL⁹⁾를 이용하여 전산해석을 수행하였다. ADAMS RAIL는 계의 구성요소(길량, 강성, 댐퍼, 비선형 특성 등)만을 정의하면 프로그램 스스로 운동방정식을 작성하여 해석하는 상용프로그램으로 본 연구에서는 윤축(4), 대차(2), 차체(1)의 구성요소(총 50 자유도계)를 정의하고 이를 강성 및 댐퍼장치를 이용하여 결합하였다. Fig 5는 주행속도 변화에 따른 차량의 안정성 해석 결과를 나타내고 있다. ADAMS RAIL을 통한 고유치 해석결과 주행속도 $97km/h$ 에서 고유치 실근이 음(-)에서 양(+)이 되어 이 부근의 속도가 임계속도임을 확인할 수 있었다.



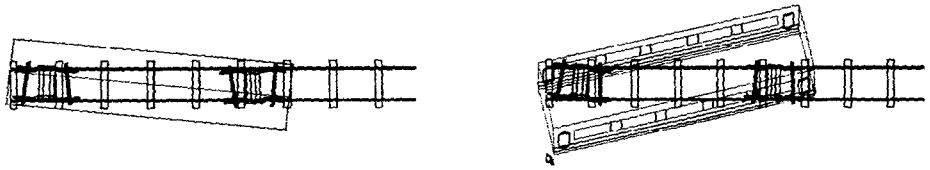
(a) $v=96km/h$



(b) $v=97km/h$

Fig 5. Stability analysis

Fig 6은 고속화차가 임계속도 주행시 윤축과 대차의 사행동 진동수인 $11.28Hz$ 와 $6.96Hz$ 에서 나타나는 고속화차의 사행동 모드현상을 나타내고 있다. Fig 6에서 보는 바와 같이 $11.28Hz$ 에서 차체는 윤축의 사행동에 의해 요잉되고, $6.96Hz$ 에서는 대차의 사행동에 의하여 차체가 요잉됨을 알 수 있다.



(a) Snake motion of wheelset(11.28Hz) (b) Snake motion of bogie(6.96Hz)
 Fig 6. Simulation results of the snake motion

Fig 7과 8은 고속화차 임계속도의 변수인 1차 좌우(k_y)·전후(k_x)강성계수에 대한 증가비(k_x/k_{x0} , k_y/k_{y0})의 변화와 고정축거(b)와 차륜 답면구배(λ)의 변화에 따른 사행동 임계속도의 변화를 나타내고 있다. Fig 7과 8에서 보는바와 같이 사행동 임계속도는 1차 좌우·전후강성계수 증가비의 증가함에 따라 증가하였다. 또한 고정축거의 증가와 차륜답면구배의 감소함에 따라 증가함을 알 수 있었다.

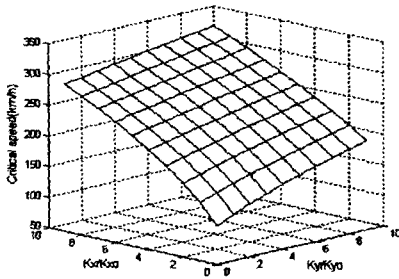


Fig 7. k_y - k_x versus Critical speed

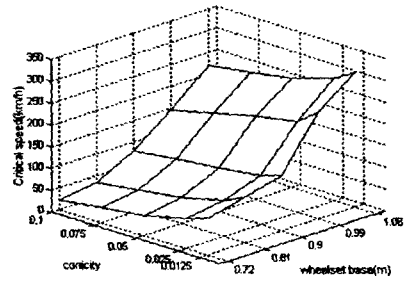


Fig 8. Wheel base-conicity versus Critical speed

식(6)과 (8)에 나타난 것과 같이 차량의 임계속도는 사행동 주파수에 의해 결정된다. 또한 사행동 주파수에서 가장 중요한 요인은 1차 좌우·전후강성계수이다. 그러므로 1차 좌우·전후강성계수를 조정함으로써 사행동을 억제할 수 있는 설계변수를 도모할 수 있다. Fig 9은 사행동을 억제하기 위해 1차 좌우·전후강성계수의 설계변화를 도모했을 때 차량운동에 대한 안정성 해석결과이다. Fig 9과 같이 1차 좌우·전후강성계수를 약 5배정도 증가시킴으로 차량운동에 대한 안정성을 도모할 수 있다.

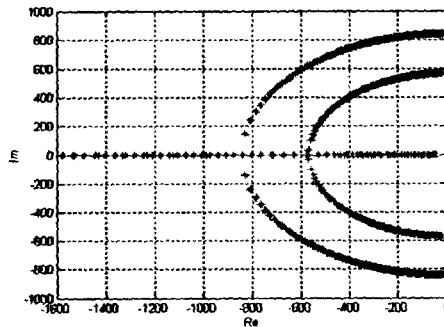


Fig 9. root loci(with control)

5. 결론

본 연구에서는 실제 차량의 설계·제작 단위인 고속화차 한량에 대한 사행동을 해석하기 위하여 총 17 자유도로 모델링하여 운동방정식을 유도하였다. 임계속도를 예측하기 위하여 유도된 비선형 운동방정식에 대한 수치해석과 안정성 해석을 실행하였다. 또한 고속화차 한량에 대한 사행동 해석을 하기 위해 다물체 동역학 상용해석 프로그램인 ADAMS RAIL를 이용하여 임계속도에서의 고속화차의 사행동 모드를 계산하였다.

해석모델에 대한 운동방정식에 의한 수치해석과 안정성 해석 및 ADAMS RAIL의 결과에서 고속화차 한량의 임계속도가 거의 일치하여 운동방정식의 타당성을 검증하였다. 또한 임계속도에서의 윤축과 대차의 사행동 진동수는 11.28Hz, 6.96Hz임을 알 수 있었다. ADAMS RAIL 시뮬레이션 결과, 차체는 윤축과 대차의 사행동에 의해 요잉됨을 알 수 있었다.

고속화차의 임계속도는 1차 전후·좌우강성계수 및 차륜담면구배가 증가하거나 고정축거가 감소함에 따라 증가함을 알 수 있었다. 또한 윤축 및 대차의 사행동 주파수에 의해 사행동을 억제할 수 있으므로 1차 전후·좌우강성계수를 약 5배정도 증가하면 사행동을 제어할 수 있음을 보였다.

참고문헌

1. 오일근, 정우진, "철도차량의 비선형 사행동 발생 속도 예측," 한국철도기술, 17호, pp. 78-86, 1998.
2. Carter, F. W., "On the Stability of Running of Locomotives," Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. 121, pp. 585~611, 1968.
3. Cooperrider, N. K., "The Hunting Behavior of Conventional Railway Truck," ASME, J. Eng. Industry, Vol. 94, pp. 752~762, 1972.
4. Blader, F. B., "Dynamic Stability of Cars in Long Freight Trains," ASME, J. Eng. Industry, pp. 1159~1167, 1974.
5. 이승일, 최연선, "고속주행용 화차대차의 주행안전성," 한국철도학회, 제4권, 제3호, pp. 116~122, 2001.
6. 日本機械學會編, "鐵道車輛のダイナミクス," 電氣車研究會, 1994.
7. Wickens, A. H., "The Dynamics Stability of a Simplified Four-Wheeled Railway Vehicle having Profiled Wheels," Int. J. Solids and Structures, Vol. 1, pp. 385~406, 1965.
8. Galvanetto, U. and Briseghella, L., "Optimal Axle Distance of a Railway Bogie," International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 7, No. 3, pp. 721~732, 1997.
9. "GETTING STARTED USING ADAMS/RAIL VERSION 10.1," Mechanical Dynamics.