

철도차량 할당계획을 위한 정수계획법모형 An Integer Programming Model for the Rolling Stock Assignment Plan

김성호* 홍순흠**
Kim, Seongho Hong, Soon-Heum

ABSTRACT

This paper describes a mathematical programming model for constructing the rolling stock assignment plan. This plan is a schedule which assigns daily routings, maintenance activities, and other tasks to trainsets. A generalized set partitioning model which is a kind of integer programming model is suggested as a model for constructing the assignment plan. And a column generation method are suggested as a solution method.

1. 서론

경영과학(Operations Research/Management Science)은 항공사나 철도운영기관의 스케줄 작성, 좌석용량할당(Abara 1989, Hane et al. 1995, Rexing et al. 2000), 차량 또는 항공기의 운용 및 할당(Ziarati et al. 1997, Gopalan and Talluri 1998, Cordeau et al 2001, Lingaya 2002), 승무원스케줄(Ryan 1992, Vance et al. 1996, Gamache et al. 1999) 등의 작성에 널리 활용되고 있다. 본 논문에서는 철도차량의 할당계획을 수립하기 위한 정수계획법모형(Integer Programming Model)을 제시하고자 한다.

철도차량 할당계획(Rolling Stock Assignment Plan)은 철도운영기관이 보유하고 있는 차량을 수행해야 할 과업에 최적의 상태로 할당하는 계획을 의미한다. 본 논문에서는 철도 차량이 동차(Locomotive)와 여러 량의 객차(Passenger car)를 결합한 편성(Trainset) 단위로 운영되는 것으로 가정한다. 차량할당계획은 각 편성별로 해당 편성이 언제 어떤 열차를 서비스해야 하고 언제 어디서 검수를 받아야 하는지 등에 대한 계획을 의미한다. 차량할당계획을 작성하기 위해서는 차량의 상태 및 검수 규정 등과 같은 조건을 고려해야 한다. 즉 차량이 현재 어떤 역 또는 어떤 차량기지에 위치해 있는가, 특정 검수를 수행한 후 누적된 주행거리가 얼마나 되는가 등을 확인하고 안전을 확보하기 위해 일정한 거리를 주행 한 후 반드시 특정한 검수를 받아야 한다는 규정을 적용해야 한다. 이와 더불어 여객에게 서비스하기로 계획되어 있는 열차에 차량이 배정되지 않은 경우가 발생해서는 안되며 검수기지의 검수능력 또한 고려되어야 한다.

* 한국철도기술연구원 선임연구원

** 한국철도기술연구원 책임연구원

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2절에서 기본적인 용어와 개념을 제시하고 제3절에서 차량할당계획을 위한 정수계획법모형을 제시한다. 제4절에서는 할당안을 생성하기 위한 조건들을 설명하고 이와 더불어 할당안의 비용계수 산정방법을 설명한다. 제5절에서 모형의 해를 구하기 위한 해법에 대해 논의하고 제6절에서 결론을 제시한다.

2. 기본적인 용어 및 개념

1) 차량할당계획

차량할당계획은 각 편성별로 해당 편성이 언제 어떤 열차를 서비스해야 하고 언제 어디서 검수를 받아야 하는지 또는 언제 어디서 대기하는지 등에 대한 계획을 의미한다. 그림1은 차량할당계획의 예를 그림으로 나타낸 것이다.

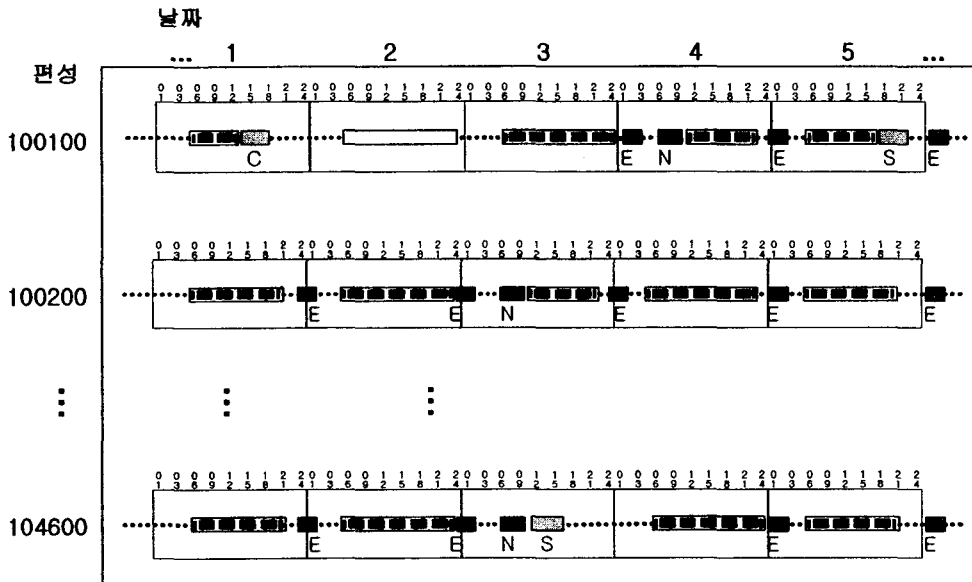


그림1 차량할당계획의 예

그림1에서 ■는 영업열차(Train)를 나타낸다. ■■■는 두 편의 영업열차와 두 편의 회송 열차로 구성된 운용을 나타낸다. □는 기지에서 대기하고 있는 예비를 나타낸다. ■■C는 실내설비 및 주행장치에 대한 검수를 나타낸다. ■E는 일상검수를 나타낸다. ■N은 소청소를 나타낸다. 그리고 ■S는 윤축검수를 나타낸다. 차량할당스케줄 작성은 그림1에 나타난 것처럼 각 편성별로 수행해야 할 과업을 미리 계획하여 놓은 것을 의미한다.

2) 할당안

할당안(Roster 또는 Sequence of Routing: SOR)은 특정 편성(Trainset)에 대해 각 날짜별로 수행해야 할 과업(Task)을 할당해 놓은 것을 지칭한다. 할당안을 구성하는 과업에는 운용(Routing), 검수(Maintenance), 예비(Waiting) 등이 있다. 운용은 열차(Train)들의 집합

이며, 검수는 기지에서 수행하는 검수활동, 예비는 기지에서 대기하는 것을 의미한다. 그림 2는 차량할당스케줄과 할당안의 차이점을 나타낸 것이다. 즉 할당안은 편성별 개념이다. 또한 할당안은 후보할당안과 확정할당안으로 구별되며 그림2에 나타낸 할당안은 확정할당안이다.

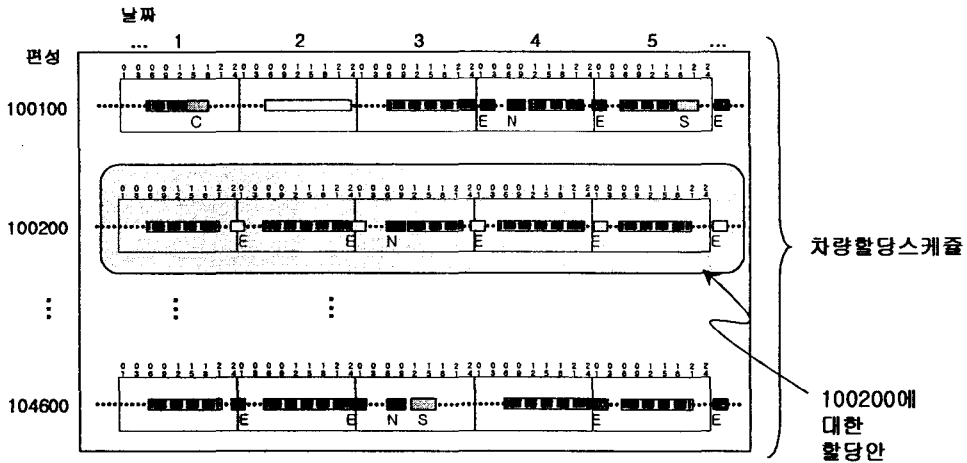


그림2 할당안의 개념

3) 운용

운용(Routing)은 편성이 서비스를 제공해야 할 열차들의 집합을 의미한다. 여기서 열차(Train)는 물리적 개념이 아닌 논리적 개념으로 두 지역을 연결하는 철도수송서비스를 지칭한다. 운용은 할당 가능한 편성유형, 시단역, 종단역, 그리고 주행거리 등의 속성을 갖는다.

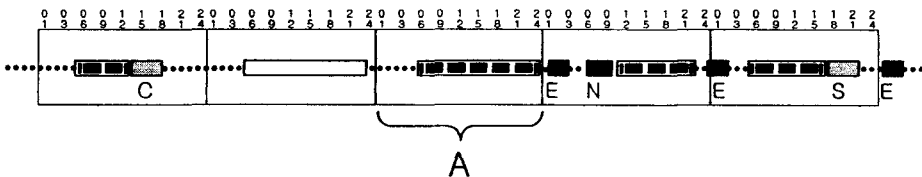


그림3 할당안의 예

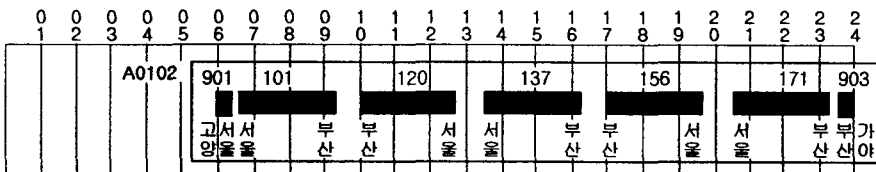


그림4 운용의 예

그림3은 할당안의 예를 나타낸 것이며 그림4는 운용의 예로 그림3에서 A로 나타낸 부분을 확대한 것이다. 그림4는 100200편성에 할당할 수 있는 운용 A0102을 예로 나타낸 것이다. 이 예에서 운용 A0102는 5편의 열차 101, 120, 137, 156, 171로 구성되어 있다. 101열차

는 6:30에 서울역을 출발하여 9:16에 부산역에 도착하는 열차이며 이 열차의 주행Km는 409.8Km이다. 171열차는 20:30에 서울역을 출발하여 23:16에 부산역에 도착하는 열차이며 이 열차의 주행Km는 409.8Km이다. A0102운용의 시단역은 서울역, 종단역은 부산역, 그리고 주행거리는 2,049.0Km가 된다.

3. 차량할당계획을 위한 정수계획법모형

그림5는 본 논문에서 제시하는 차량할당계획의 작성 절차를 나타낸 것이다. 이 절차는 차량운용정보, 검수규정, 편성의 주행상태 정보, 기지 검수능력 등의 관련자료를 추출하는 단계를 거친 후 각 편성별로 여러 개의 후보 할당안을 생성하여 할당안 집합을 만들고 여기서 최적 할당안을 선택하는 단계로 구성되어 있다. 본 절에서는 최적 할당안을 선택하기 위한 수리계획법모형을 설명하고 후보 할당안의 생성에 대해서는 다음절에서 설명한다.

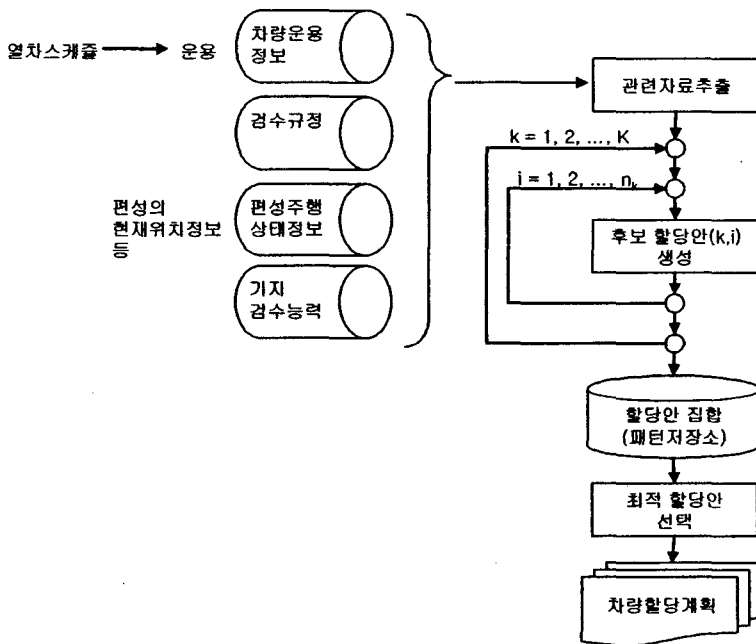


그림5 차량할당계획의 작성절차

최적 할당안 선택은 각 편성별로 생성된 후보 할당안 중 기지의 검수능력을 만족시키면서 각 편성별로 1개씩의 후보 할당안을 목적함수 관점에서 최적이 되도록 선택하는 처리과정이며 이는 일반화된 집합분할문제(Generalized Set Partitioning Problem)로 표현할 수 있다.

1) 결정변수

최적 할당안을 선택하기 위한 집합분할문제의 결정변수는 모든 후보 할당안에 대해 부여

된 이가변수(binary variable)가 된다.

x_p^k = 결정변수로 1이면 편성 $k \in K$ 에 할당안 $P \in \Omega_k$ 를 할당함을 의미하며 0이면 그렇지 않음을 의미함

Ω_k = 편성 $k \in K$ 에 대한 후보 할당안의 집합

K = 편성의 집합

2) 목적함수

편성 $k \in K$ 에 대한 할당안 $P \in \Omega_k$ 의 비용계수를 c_p^k 라고 하면 목적함수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Minimize } \sum_{k \in K} \sum_{P \in \Omega_k} c_p^k x_p^k \quad (1)$$

3) 제약조건

① 특정 날짜에서 실행해야 할 운용의 누락 및 중복 금지

$$\sum_{k \in K} \sum_{P \in \Omega_k} \delta_{pP} x_p^k = 1, \quad p \in P^R \quad (2)$$

δ_p^P = 할당안 P 의 운용 및 예비 과업에 대한 발생계수(Incidence Coefficient)

P^R = 운용 및 예비 과업의 집합

모든 후보 할당안에 대해서 할당안에 포함되어 있는 운용 및 예비에 대한 발생계수를 생성해야 한다. 여기서 발생계수는 해당 운용이나 예비 발생하면 1의 값을 갖고 그렇지 않으면 0의 값을 갖는 계수를 의미한다.

철도운영기관이 보유하고 있는 차량의 수와 비교하여 상대적으로 영업열차의 수가 많은 상태에서 식(2)와 같은 제약조건을 부여하면 실행불능(Infesible) 상태로 나타날 가능성이 크다. 이러한 경우에는 식(2)를 아래의 식(2)'에 나타낸 것 처럼 잔여변수(Slack Variables)를 추가하고 목적함수를 (1)'에 나타낸 바와 같이 잔여변수의 기여계수로 큰 벌점(Penalty)을 주는 형태로 변경할 필요가 있다. 이렇게 하면 실행불능 상태로 나타나는 것을 막을 수 있다.

$$\sum_{k \in K} \sum_{P \in \Omega_k} \delta_{pP} x_p^k + s_p = 1, \quad p \in P^R \quad (2)'$$

$$s_p \in \{0,1\}, \quad p \in P^R$$

$$\text{Minimize } \sum_{k \in K} \sum_{P \in \Omega_k} c_p^k x_p^k + \sum_{p \in P^R} M \cdot s_p \quad (1)'$$

여기서 M 은 큰 수.

② 차량기지의 검수능력 만족

특정 날짜에서 모든 편성의 과업 중 검수를 집계할 경우 차량기지의 검수능력을 만족해야 한다.

$$\sum_{k \in K} \sum_{P \in \Omega_k} \delta_{qP} x_p^k \leq b_q, \quad q \in P^M \quad (3)$$

δ_q^P = 할당안 P 의 검수과업에 대한 발생계수(Incidence Coefficient)

P^M = 검수 과업의 집합

b_q = 검수 과업 q 에 대한 검수능력

③ 각 편성별로 대응되는 할당안은 1개

하나의 편성에 2개의 할당안이 대응될 수 없으며 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_{P \in \Omega_k} x_p^k = 1, \quad k \in K \quad (4)$$

4. 후보 할당안의 생성

후보 할당안을 생성하기 위한 가장 기본적인 조건에는 다음과 같은 것들이 포함된다. 할당안의 첫번째 과업의 시단역은 편성의 현재 위치(=작성개시전날에 계획되어 있는 위치)와 동일해야 한다. 선행과업의 종단역은 후행과업의 시단역과 동일해야 한다. 그리고 안전을 확보하기 위해 검수규정으로 정해져 있는 검수주기가 준수되어야 한다. 예를 들어 편성 100200의 현재 위치가 서울역이고 전회 '실내설비검수' 후 주행거리가 12,700Km라고 하자. 그리고 '실내설비검수'의 거리주기가 15,000Km라고 하자. 이 편성에 그림4에 나타낸 운용 A0102를 할당하면 '실내설비검수' 후 주행거리가 14,749 Km(= 12,700 + 2,049)이 되어 그 다음 날짜에는 부산 기지에서 '실내설비검수'가 반드시 지정되어야 한다.

5. 해법

차량할당계획 최적화를 위한 해법 알고리즘은 다양한 방법으로 시도해 볼 수 있다. 본 논문에서는 주모형(Master Model)이 일반화된 집합분할 모델(Generalized Set Partitioning Model)이고 부모형(Sub Model)은 제약프로그래밍 모델(Constraint Programming Model)로 구성되어 있는 동적열생성알고리즘(Dynamic Column Generation Algorithm)으로 차량할당계획을 최적화하는 방안을 제시한다. 주모형은 후보 할당안들 중에서 최적의 것을 선택하는

데 사용되며 부모형은 후보 할당안을 생성하는데 사용된다.

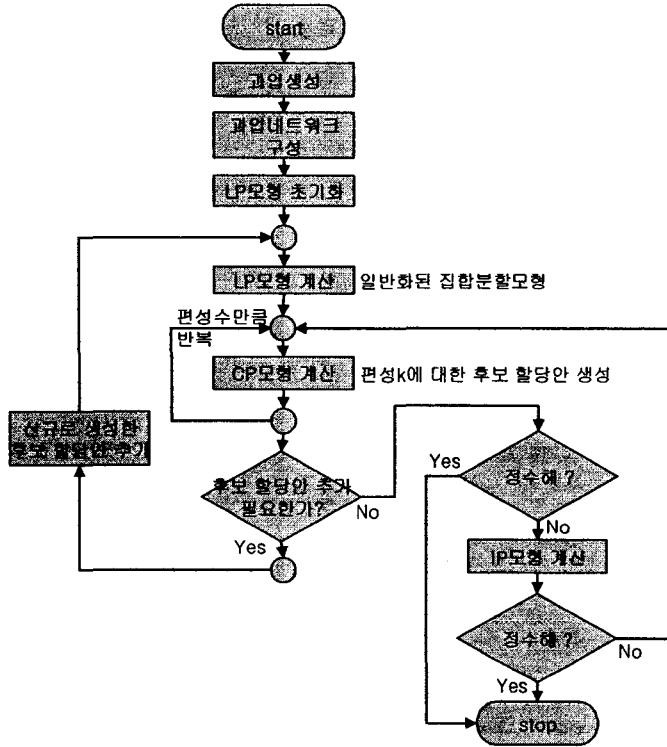


그림6 차량할당계획 최적화를 위한 해법 알고리즘

과업생성: 과업은 운용, 검수, 예비를 의미하며, 과업생성은 과업네트워크를 이루는 과업 (Task)을 생성하는 과정을 말한다. 과업네트워크 구성: 앞 단계에서 생성한 과업에 일련의 제약조건을 부여하여 과업네트워크를 구성한다. LP 모형 초기화: 최적 할당안 선택을 위한 일반화된 집합분할모형의 선형완화(Linear Programming Relaxation: LP)에 대한 실행가능해(Feasible Solution)를 구하여 선형완화(LP)를 초기화한다. LP모형 계산: 일반화된 집합분할모형의 선형완화에 대한 결정변수값과 쌍대가격(Dual Price)을 Cplex¹⁾를 호출하여 구한다. 쌍대가격은 "편성k에 대한 후보 할당안 생성"을 위한 과업네트워크의 각 노드에 저장되어 최단경로를 찾기 위한 기초정보로 사용된다. CP모형 계산(편성k에 대한 후보 할당안 생성): 편성k에 대한 과업네트워크와 쌍대가격 정보를 사용하여 정의된 제약최단경로모형의 해를 구하는 방식으로 편성k에 대한 후보 할당안을 생성한다. 후보 할당안 생성을 위한 제약최단경로모형의 역할은 후보 할당안을 생성하는 것과 더불어 생성한 후보 할당안이 최적 할당안 선택 모형의 목적함수 값을 개선하는 정도를 계산하는 것이다. 후보 할당안 추가 필요한가? : 제약최단경로모델로부터 생성된 후보 할당안이 최적 할당안 선택 모형의 목적함

1) 선형계획법의 해를 구하기 위한 Library임.

수값을 개선할 경우에는 신규로 생성한 후보 할당안을 추가하며 그렇지 않을 경우에는 최적 할당안 선택 모형의 해가 정수해인가를 판단한다. IP모형 계산: 최적 할당안 선택 모형의 해가 정수해인가를 판단하여 정수해가 아닐 경우 최적 할당안 선택 모형을 정수계획법모델로 다시 정의하여 정수해를 구한다.

6. 결론

본 논문에서는 편성별로 해당 편성이 언제 어떤 열차를 서비스해야 하고 언제 어디서 검수를 받아야 하는지 등에 대한 계획 즉 차량할당계획을 작성하기 위한 절차를 제시하고 최적화를 위한 정수계획법모형과 차량할당계획 최적화를 위한 해법 알고리즘을 제시하였다.

참고문헌

- Abara, J. (1989), "Applying Integer Linear Programming to the Fleet Assignment Problem," *Interfaces* Vol. 19, pp. 20-38.
- Cordeau, J., Desaulniers, G., Lingaya, N., Soumis, F., and Desrosiers, J. (2001), "Simultaneous Locomotive and Car Assignment at VIA Rail Canada," *Transportation Research Part B* Vol. 35, pp. 767-787.
- Gamache, M., F. Soumis, G. Marquis, and J. Desrosiers (1999), "A Column Generation Approach for Large-scale Aircrew Rostering Problems," *Operations Research* Vol. 47, No. 2, pp. 247-263.
- Gopalan, R. and K. T. Talluri (1998), "The Aircraft Maintenance Routing Problem," *Operations Research* Vol. 46, No. 2, pp. 260-271.
- Hane, C. A., C. Barnhart, E. L. Johnson, R. E. Marsten, G. L. Nemhauser, and G. Sigismondi (1995), *Mathematical Programming* Vol. 70, pp. 211-232.
- Lingaya, N., J. Cordeau, G. Desaulniers, J. Desrosiers, and F. Soumis (2002), "Operational Car Assignment at VIA Rail Canada," *Transportation Research Part B* Vol. 36, pp. 755-778.
- Rexing, B., C. Barnhart, T. Kniker, A. Jarrah, and N. Krishnamurthy (2000), "Airline Fleet Assignment with Time Windows," *Transportation Science* Vol. 34, No. 1, pp. 1-20.
- Ryan, D. M. (1992), "The Solution of Massive Generalized Set Partitioning Problems in Aircrew Rostering," *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 43, No. 5, pp. 459-467.
- Vance, P. H., C. Barnhart, E. L. Johnson, and A. Krishna (1996), "A Heuristic Branch-and-Price Approach for the Airline Crew Scheduling Problem," Mimeo.
- Ziarati, K., F. Soumis, J. Desrosiers, S. Gelinas, and A. Saintonge (1997), "Locomotive Assignment with Heterogeneous Consists at CN North America," *European Journal of Operational Research* Vol. 97, pp. 281-292.