

베벨기어 설계 시스템 개발에 관한 연구

조 성 철

충청대학 산업안전과

A Study the Development of Bevel Gears Design System

Abstract : Design method for involute bevel gears is developed. The developed gear design system can design the optimized gear that minimize the number of pinion teeth with face tooth. Method of optimization is MS(matrix search) which is developed from this study. Design variables are pressure angle 20° , transmitted power, gear volume, gear ratio, allowable contact stress and allowable bending stress, etc. Design method developed this study can be applied to the plane, machine tools, automobiles.

Key words : gear design, contact ratio, face width, bending strength, Contact stress, Scoring

1. 서 론

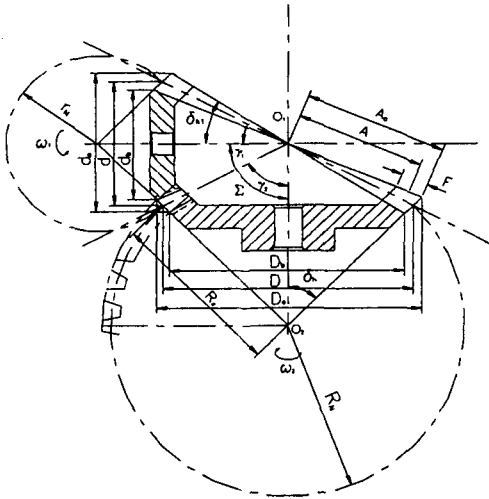
기어는 동력전달용 기계요소로서 각종 시스템에 동력전달을 위해 사용되고 있다. 특히 베벨기어는 직교 축으로 동력을 전달하기 때문에 헬리콥터, 공작기계, 플로터 등에 동력을 전달하는데 쓰이고 있다.

기어는 제한된 기계의 부피 범위에서 동력을 전달해야 되기 때문에 제한된 체적 내에서 설계가 이루어져야 하며, 파손되지 않고 안전하게 운전되기 위해서는 동력전달 능력이 높고 고부하에도 견딜 수 있도록 설계 되어야 한다. 따라서 강도, 물림률, 안전계수, 간섭, 부하용량 등 여러 가지 인자들을 고려해 설계가 수행되어야 하며, 최적 설계값을 구하는 것은 매우 중요하다. 특히 베벨기어는 원뿔 형태로 되어 있고, 교차축으로 맞물려 회전을 하기 때문에 설계시 원통형 기어에 비해 고려해야 할 인자가 많으며, 설계식 계산도 매우 복잡하다. 따라서 이러한 문제들을 만족하기 위한 연구가 진행되어, Cockerham¹⁾이 굽힘강도와 면압강도를 만족하는 기어설계 시스템을 개발하였고, Savage²⁾ 등은 피니언의 지름을 변화시키면서 굽힘강도, 면압강도, 강도를 만족하는 최적 기어설계에 대해 연구하였다. 또한 Mark³⁾는 베벨기어의 전동오차 발생에 대하여 연구하였으며, 최근 Artes⁴⁾ 등은 기어설계 분석을 위한 그래픽 방법을 연구 한 바 있다. 그러나 이들 연구는 거의 원통형 기어설계나 베벨기어의 오차 해석에 국한되었고, 베벨 기어의 설계 및 안전성 해석에 대한 연구는 거의 없는 실정이다.

본 연구는 기어쌍이 요구된 체적 내에서 안전하게 운전될 수 있도록, 기어 체적을 고정하고 강도, 물림률, 치폭, 접선속도 등의 조건을 만족하면서 간섭이 없는 피니언의 최적 잇수를 구하는 동력전달용 직선형 인벌류트 베벨기어의 설계 시스템에 대하여 연구 하고자 한다.

2. 설계 방법

2.1. 베벨기어의 목적 함수



베벨기어는 상스퍼기어로 전개하여 설계가 이루어지며, Fig.1은 상당 스퍼어 기어로 전개된 것으로서 D, d 는 각각 기어와 피니언의 피치원 지름, D_b, d_b 는 각각 기어와 피니언의 이끝원 지름, D_b, d_b 는 각각 기어와 피니언의 기초원 지름을 뜻한다. 또 R_N 과 r_N 은 상당스퍼기어로 전개한 기어 반경과 피니언의 반경이며, γ_1, γ_2 는 각각 피니언과 기어의 피치원추각이다.

$$V_b = \frac{\pi}{4} (d_{pbe}^2 + d_{gbe}^2) F_b \quad (1)$$

Fig.1 Equivalent spur gear of bevel gear sets

식(1)은 베벨기어 대한 상당스퍼기어의 피니언의 피치원 지름 d_{pbe} 와 기어의 피치원 지름 d_{gbe} , 그리고 베벨기어의 치폭 F_b 를 이용하여 기어 쌍의 체적 V_b 을 구하였다.

$$m = \frac{d}{Z} \Rightarrow d_{pbe} = m_{nb} Z_{pbe}, \quad d_{gbe} = m_{nb} Z_{gbe} \quad (2)$$

(1)의 체적 계산식에 식(2)를 대입하면 d_{pbe} 와 d_{gbe} 가 소거된다. 여기서 Z_{pbe} 와 Z_{gbe} 는 각각 상당스퍼기어의 피니언 잇수와 기어의 잇수이고, m_{nb} 는 베벨기어의 치직각 모듈이다.

$$m_g = \frac{Z_{gbe}}{Z_{pbe}} \Rightarrow Z_{gbe} = m_g Z_{pbe} \quad (3)$$

$$F_b = K_b m_{nb} \quad (4)$$

식(3)와 식(4)를 이용하여 기어 이와 치폭을 소거하면 식(5)과 같은 목적함수를 유도할 수 있다.

$$Z_{pbe} = Q_{zminb} = \sqrt{\frac{4 V_b}{\pi K_b (m_g^2 + 1)} \frac{1}{m_{nb}^3}} \quad (5)$$

여기서 K_b 는 베벨기어의 치폭계수, m_{nb} 는 치직각 모듈이다.

2.2. 구속조건식

기어의 형상이 간섭이 없이 잘 설계되었다 하더라도 물림률이나 강도, 접선속도 또는 기어 쌍의 체적이 요구조건에 적합하지 않으면 사용할 수 없다. 따라서 본 연구는 기어가 파손되지 않고 원활하게 회전하기 위한 조건으로 다음과 같은 제한범위 내에서 설계가 이루어지도록 구속조건을 구성하여 설계 조건에 적용하였다.

피니언의 잇수 결정은 식(6)과 같이 물림률을 고려하여 기어설계식인 목적함수로 계산한 잇수 N_1 이 물림률 제한조건을 만족하는 최소잇수 N_{1min} 보다 많도록 하였다.

$$N_1 \min < N_1 \quad (6)$$

기어가 회전할 때 식(7)과 같이 물림률 m_p 는 이와 이의 물림상태가 한개 이상인 1보다 크면 가능하나, 소음이나 진동을 고려하여 한계값 m_{input} 값 이상으로 제한하였다. 이때 물림률 입력값은 1.4로 하였다.

$$m_{input} \leq m_p \quad (7)$$

기어 쌍의 체적은 기어가 사용되는 시스템의 타 부품과 간섭을 피하기 위하여 구속하였으며, 식(8)와 같이 계산된 체적 Vol이 제한 입력값 Vol_{max} 보다 작도록 하였다.

$$Vol \leq Vol_{max} \quad (8)$$

치폭 F를 결정하는 치폭계수 K는 식(9)과 같이 최소값 Low와 최대값 Up의 범위 내에서 정해지도록 하였다.

$$Low \leq K \leq Up \quad (9)$$

식(10)의 접선속도 V_t 는 데이터파일로부터 입력되는 입력값 V_{tmax} 보다 작도록 제한하였다.

$$V_t \leq V_{tmax} \quad (10)$$

굽힘강도 제한조건은 식(11)에서와 같이 사용굽힘강도가 한계굽힘강도보다 작거나 같도록 구성하였다. 사용굽힘응력(S_{ts})을 계산하여 사용굽힘강도로 사용하였고, 한계굽힘강도는 굽힘에 대한 수명계수 K_L 를 온도계수 K_T 와 신뢰도계수 K_R 로 나누고 여기에 허용굽힘응력을 곱하여 계산하였다.

$$S_{ts} \leq \frac{K_L}{K_T K_R} S_{at} \quad (11)$$

면압강도의 한계값 결정은 면압강도 제한조건식이 사용굽힘강도가 한계굽힘강도보다 작거나 같도록 식(12)과 같이 구성하였다. 사용면압응력(S_{cs})을 계산하여 사용면압강도로 사용하였고, 한계면압강도는 면압에 대한 수명계수 C_L 과 경도비계수 C_H 를 온도계수 C_T 와 신뢰도계수 C_R 로 나누고 여기에 허용면압응력을 곱하여 계산하였다.

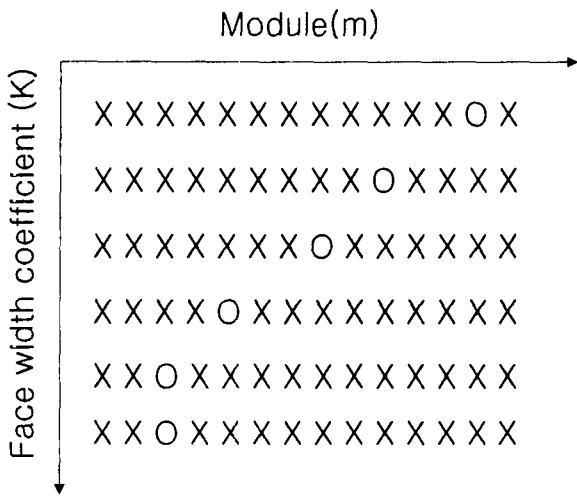
$$S_{cs} \leq \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S_{ac} \quad (12)$$

식(6)~식(12)을 이용하여 목적함수 값을 구하기 위한 구속조건으로 사용하였다.

3. 설계 시스템 구성

3.1. 설계를 위한 최적화

기어 쌍의 최소체적을 구하기 위하여 Fig. 2의 방법을 사용하였다. 이때 열은 서로 다른 모듈 행은 치폭계수이다. 모듈은 KS규격을 사용하며, 맨 왼쪽이 최소값이고 오른쪽으로 가면서 큰 값을 취한다. 치폭계수는 윗쪽이 최소 값이고, 아래로 내려감에 따라 증가 값이 된다. 검색은 최소치폭에 대해 구속조건을 만족하는 목적함수인 최소 체적에 대한 모듈을 구하는 것으로부터 시작한다. 먼저 맨 윗쪽의 최소치폭을 취하고 맨 왼쪽의 작은 모듈부터 오른쪽으로 가면서 차례로 목적함수식에 대입하면서 구속조건을 만족하는 최소체적 값인 목적함수 값을 찾는다. 이와 같이 1행에 대한 가능해가



구해지면 다음 행에 대하여 앞행과 같은 방법으로 검색을 하여 제 2행의 치폭계수와 구속조건을 만족하는 최소체적에 해당하는 모듈을 찾는다. 이렇게 모든 행과 열에 대한 검색을 수행하여 모든 행에 대한 목적함수 값을 찾는다. 모든 행의 목적함수 값이 구해지면 이 값들 중에서 가장 작은 목적함수 값을 취하고, 이 목적함수를 계산하는데 사용한 치폭계수와 모듈을 설계에 사용하였다. 이때 O는 만족한 영역, X는 불만족한 영역을 뜻한다.

Fig. 2 Search method of face width coefficient, module for minimum gear set volume.

3.2 설계 모듈 구성

베벨기어 설계를 위해 본 연구에서 구성한 모듈은 중앙관리모듈, 기어설계모듈, 평가모듈로 이며, 자세히 설명하면 다음과 같다.

중앙관리모듈은 설계자에 의하여 기어의 종류와 공구의 제원, 설계조건들이 입력되면 이 데이터를 입력받아 설계모듈에 제공하고 기어설계모듈에서 설계된 설계값들을 평가모듈로 보내어 평가모듈에서 평가를 수행한다.

기어설계모듈은 설계자에 의해 기어의 종류가 선택되고, 기어의 종류에 따라 설계를 위한 기본 데이터가 입력되면 그 입력값에 따라 설계가 수행된다. 설계의 입력자료는 설계 데이터인 피니언의 회전수, 입력동력, 기어비가 입력된다. 설계변수로는 기어재료의 허용굽힘응력, 허용면압응력, 스코링 판정값, 최대접선속도, 한계 물림률등이 입력

된다. 가공 공구의 재원은 랙의 어텐덤 비, 랙의 디텐덤 비, 랙의 에지반경(edge radius of rack), 기준 피치원 상에서의 압력각이 입력된다. 이와 같이 입력값이 입력 되면 본 논문에서 제시된 최적화 방법에 따라 구속조건을 만족하는 목적함수를 구하기 위한 최적화를 수행한다. 최적화 수행에서 구해진 피니언의 최소잇수, 모듈, 치폭계수, 기어 쌍의 체적 등을 이용하여 기어의 설계에 필요한 피치원 지름과 기초원 지름, 이끝원 지름, 치폭, 기어의 잇수 등과 같은 설계변수를 계산하도록 구성하였다.

평가모듈의 구성은 설계수행 후의 결과 값인 기어의 이에서 발생하는 사용굽힘강도와 접촉하는 치면에서 발생하는 사용면압강도, 그리고 접촉면의 유막과피로로 인해 생기는 스키링, 설계과정에서 계산된 물림률과 설계의 한계값으로 입력된 허용굽힘응력, 허용면압응력, 한계 스키링 값, 한계 물림률 값과 비교함으로써 설계조건에 만족하면 설계를 수행하고 만족하지 않을 때는 재 설계하도록 중앙관리 모듈에 정보를 제공한다.

4. 결과 및 고찰

Fig.3의 입력조건인 기어비 2, 피니언의 회전수 6000 rpm, 입력동력 2 kW일 때 설계를 수행하였다. 설계수행 결과 Fig.4에서 보는 바와 같이 굽힘강도에 있어서 최대 허용굽힘응력이 526.54 MPa, 설계후의 값은 약 70.94 MPa이므로 계산된 최대 허용굽힘응력이 설계 후의 사용응력 값보다 455.6 MPa 크므로 굽힘강도는 안전하다고 판정하였다. 면압강도는 최대 허용면압응력값이 1705 MPa, 사용응력 값은 약 1094.38 MPa이므로 계산된 최대 허용면압응력이 설계후의 사용응력 610.62 MPa 크므로 설계영역 범위에 있다. 그러므로 면압강도도 안전하다고 판단하였다. 물림률을 1.4이상으로 설계조건을 제한하였을 때 설계값은 1.64로 나타나 제한조건보다 0.24 높았다. 따라서 굽힘강도, 면압강도, 스키링, 물림률등이 안전한 설계가 이루어졌음을 알 수 있었다.

Center Tool Data		Input Data of Design	
Addendum ratio of rack :	1.25	Gear ratio :	2
Dedendum ratio of rack :	1	Revolution of pinion :	6000
Edge radius of rack :	1.37	Input power (kw) :	2
Pressure angle (rad) :	0.349	Pinion gear/Allowable contact stress (MPa) :	1483
		Pinion gear/Allowable bending stress (MPa) :	469

Output data for gear sets drawing			Results of Design	
	Pinion	Gear		
Number of teeth :	15	29	Contact stress (MPa) :	1094.38
Pitch circle diameter :	85.86	171.73	Bending stress (MPa) :	70.94
Addendum circle diameter :	97.86	183.73	Face Width (mm) :	39
Base circle diameter :	73.86	159.73	Contact ratio :	1.64
Pitch cone diameter :	192	192.00	Gear set Volume :	1129163.5
Pitch cone angle :	26.56	63.43	Shaft angle :	90
Addendum angle :	3.57	3.57		
Dedendum angle :	4.13	4.13		
Addendum cone angle :	30.14	67.01		
cutting angle :	22.42	59.29		

Fig.3 Input data of bevel gear design

Fig.4 Results of bevel gear design

Fig.5의 입력조건인 기어비 3, 피니언의 회전수 6000 rpm, 입력동력 5 kW일 때 설계를 수행하였다. 설계수행 결과 Fig.6에서 보는 바와 같이 굽힘강도에 있어서 최대 허용굽힘응력이 526.54 MPa이고, 설계후의 값은 42.63 MPa 이므로 계산된 최대 허용 굽힘응력이 설계 후의 사용응력 값보다 483.91 MPa 큼으로 굽힘강도는 안전하다고 판정하였다. 면압강도는 최대 허용면압응력값이 1705 MPa 이지만 사용응력 값은 약 1094.38 MPa이므로 계산된 최대 허용면압응력이 설계후의 사용응력 1537.80 MPa 큼으로 설계영역 범위에 있으므로 면압강도도 안전하다고 판단하였다.

또한 물림률을 1.4이상으로 설계조건을 제한 하였지만 설계값은 1.7로 나타났나 제한조건보다 0.3 높았다. 여기에서도 굽힘강도, 면압강도, 스코링, 물림률등이 설계범위에 있는 안전한 설계가 이루어졌음을 알 수 있었다.

Fig.5 Input data of bevel gear design

Fig.6 Results of bevel gear design

5. 결 론

본 연구에서 산업용 인벌류트 직선형 베벨기어를 대상으로 안전성을 고려한 기어설계 시스템을 구성하여 설계를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

입력조건인 기어비 2, 피니언의 회전수 6000 rpm, 입력동력 2 kW일 때 설계를 수행한 결과, 최대 허용굽힘응력이 526.54 MPa이고, 설계후의 값은 약 70.94 MPa이고, 면압강도는 최대 허용면압응력값이 1705 MPa 이지만 사용응력 값은 약 1094.38 MPa 이다. 물림률을 1.4이상으로 설계조건을 제한하였을 때 설계값은 1.64로 나타나 제한조건보다 0.24 높았다. 따라서 굽힘강도, 면압강도, 스코링, 물림률등이 설계범위내에서 안전한 설계가 이루어졌음을 알 수 있었다. 또한 입력조건인 기어비 3, 피니언의 회전수 6000 rpm, 입력동력 5 kW일 때 설계를 수행한 결과 최대 허용굽힘응력이 526.54 MPa이고, 설계후의 값은 42.63이고, 면압강도는 최대 허용면압응력값이 1705 MPa 이지만 사용응력 값은 약 1537.80 MPa로 나타났다. 물림률은 1.4이상으로 설계조건을 제

한 하였지만 설계값은 1.7로 나타났나 제한조건보다 0.3 높았다. 이와 같은 설계조건에서도 안전한 설계가 이루어졌음을 알 수 있었다.

참고문헌

- 1) G. Cockerham, D. Waite, "Computer-Aided -Design of Spur and Hermal Gear Train", Computer Aided Design, Vol.8, No.2, pp.84~88, 1976.
- 2) M. Savage, J.J. Coy, P. Townsend, "Optimal Tooth Numbers for Compact Standard Spur Gear sets", Trans. ASME., Journal of Mechanical Design, Vol.104, No.3, pp.749~758, 1982.
- 3) W.D. Mark, "The Generalized Transmission Error of Spiral Bevel Gears", Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 109, pp. 275~282, 1987.
- 4) M. Artes, J.I. Pedrero, "Computerized Graphic Method for The Analysis of Gear Design", Departamento de Mecanica, E,T,S. Ingenieros Industriales, U.N.E.D., Vol.29, N0.1, pp.59~71, 1994.
- 5) 정태형, 현준형, 김태형, 지증조, "동력전달용 베벨기어의 체적 설계", 대한기계학회 '93년도 춘계학술대회 논문집, PP. 991 - 995, 1993.
- 6) R.K. Carrol, G.E. Johnson, "Optimal Design of Compact Spur Gear Sets", Trans. ASME., Journal of Mechanisms, Trans. and Automation in Design, Vol. 106, pp. 95~101, 1984.
- 7) American Gear Mamufacturers Association, "AGMA Standard for Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur and Helical Involute Gear Teeth", AGMA 218.01, 1982.
- 8) M.A. Lopez, R.T. Wheway, "A Method for Determining the AGMA Tooth Form Factor from Equations for the Generated Tooth Root Fillet", Trans. ASME, Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol. 108, No. 85, pp. 270~279, 1986.
- 9) 정태형, 김민수, "컴퓨터를 이용한 동력전달용 인벌류트 원통치차의 설계" 대한기계학회논문집 제 14권, 제 3호, pp. 594 - 602, 1990.
- 10) R.B. Randdall, "A New Method of Modeling Gear Faults", Journal of Mechanical Design, Vol. 104, pp. 259~267, 1982.