

철근콘크리트 보의 최소전단철근비 예측

Evaluation of Minimum Shear Reinforcement Content of Reinforced Concrete Beams

윤성현* 이정윤** 김상우***
Yoon, Sung Hyun Lee, Jung Yoon Kim, Sang Woo

ABSTRACT

An evaluation equation of the minimum shear reinforcement content for reinforced concrete beams was theoretically proposed. The proposed equation takes into account the effects of compressive strength of concrete, longitudinal reinforcement content and shear span ratio. The proposed equation was compared with the current ACI 318-99 and CSA A23.3-94 codes.

1. 서론

전단력에 지배를 받는 철근콘크리트 부재에 있어서 최소철근과파괴는 콘크리트의 파괴에 의하여 부재의 거동이 결정되기 때문에 부재는 취성적이며 국부적인 파괴를 일으킨다. 최소철근과파괴를 일으키는 보의 복부에 최초의 사인장 균열이 발생할 때의 외력을 철근이 지지하지 못하게 되어 균열이 발생함과 동시에 보가 파괴되며 균열의 폭도 한곳에 집중되어 매우 커지게 된다. 표 1의 ACI 318-99 최소전단철근비에 관한 규준식¹⁾은 콘크리트의 압축강도 f_{ck} 가 $69MPa$ 보다 작은 경우 콘크리트의 압축강도에 무관하게 일정하지만 $f_{ck}=69MPa$ 를 전후로 크게 증가함을 알 수 있다. 한편 1994년 개정된 캐나다 규준²⁾(CSA-94)에서는 철근콘크리트 보의 최소전단철근비 ρ_{min} 을 콘크리트의 인장강도 $\sqrt{f_{ck}}$ 의 함수로써 구하고 있으며, 유럽규준³⁾(CEB-FIP 90)에서도 ρ_{min} 은 콘크리트의 균열발생강도 f_{cr} 의 함수로 나타낸다. 일본건축학회 규준(AIJ-91)의 철근콘크리트 보의 최소전단철근비 ρ_{min} 은 철근의 항복응력과 콘크리트의 균열발생강도와는 무관하게 0.002로 일정하다. 이러한 식들은 최소전단철근비가 전단철근의 항복강도 f_y 와 콘크리트의 압축강도 f_{ck} 에 의해서만 좌우되며 최소전단철근에 영향을 줄 수 있는 주인장철근비, 전단스팬비 등에 대해 고려하지 못하고 있다. 또한, 그림 1에서 보여지는 것과 같이 동일한 콘크리트 실린더 압축강도 f_{ck} 에 대하여 각 규준식의 최소철근비는 최대 2배이상 차이가 있다. 이와 같은 이유는 각 규준식이 실험결과에 근거하여 결정되었기 때문에 채택된 규준식이 근거로 하고 있는

* 정회원, 성균관대학교 건축공학과 석사과정
** 정회원, 성균관대학교 건축공학과 조교수
*** 정회원, 성균관대학교 건축공학과 박사과정

표 1 규준별 최소전단철근비 산정식

규준	최소전단철근비
ACI 318-99	$\rho_{\min} = \frac{0.35}{f_y} (f_{ck} \leq 69 \text{ MPa})$ $A_p = \frac{f_{ck}}{35} \left(\frac{0.35}{f_y} \right) (f_{ck} > 69 \text{ MPa})$
CSA-94	$\rho_{\min} = 0.06 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_y}$
CEB-FIP 90	$\rho_{\min} = \frac{f_{cy}}{5} \left(\frac{1}{f_y} \right)$
AIJ-91	$\rho_{\min} = 0.002$
KCI	ACI 318-99와 동일

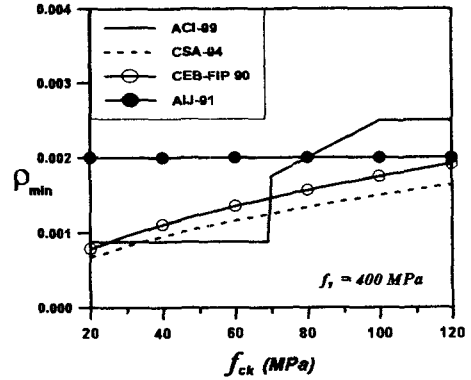


그림 1 규준에 따른 최소전단철근비 비교

실험범위를 벗어날 경우 실제의 최소전단철근비 값을 예측하지 못하기 때문이다.

본 연구에서는 트러스 모델 이론과 모멘트 효과를 이용하여 철근콘크리트 보에 필요한 최소전단철근비를 이론적으로 유도하였다. 유도한 식에 의해서 계산된 최소전단철근비는 콘크리트 압축강도를 변수로 실험한 결과와 비교하였으며, ACI와 캐나다 규준식에 의해 계산된 최소전단철근비와 콘크리트 압축강도, 주인장철근비, 전단스팬비에 대하여 비교하였다.

2. 최소전단철근비 평가식

그림 2(a)는 사인장균열이 발생한 철근콘크리트 보를 나타낸다. 그림 2(a)의 요소 A는 중립축 위치에서의 균열 사이의 한 부분으로 순수전단을 받을 경우 그림 2(b)와 같은 응력상태를 나타내고 요소 내 힘의 평형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_2^c \sin^2 \alpha + \sigma_1^c \cos^2 \alpha + \rho f_t = 0 \quad (1)$$

여기서, σ_1^c , σ_2^c 는 각각 1, 2방향의 콘크리트 직응력, ρ 는 t 방향의 철근비, f_t 는 t 방향의 철근응력, α 는 주압축응력과 l 축이 이루는 경사각이고 1, 2방향은 주인장응력과 주압축응력의 방향을 나타낸다. 또한 모어의 원으로부터 콘크리트 요소 A에 작용하는 전단력 τ_u 와 주응력 σ_1^c , σ_2^c 의 관계식을 유도하면 다음 식과 같다.

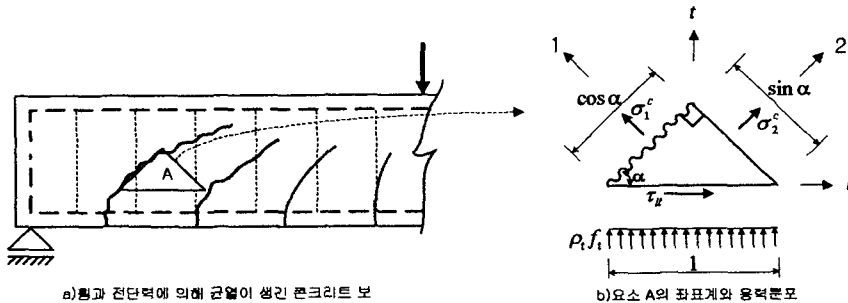


그림 2 휨 모멘트와 전단력에 의해서 균열이 발생한 철근콘크리트 보

$$\tau_h = (\sigma_1^c - \sigma_2^c) \sin \alpha \cos \alpha \quad (2)$$

여기서, τ_h 는 l - t 좌표에서의 전단응력이다. 순수전단을 받는 콘크리트요소에 사인장 균열이 발생할 때 요소에 작용하는 전단력 τ_h 는 콘크리트의 균열발생시 강도 f_{cr} 과 같게되고 이것을 식(2)에 대입하면 식(3)과 같다.

$$\sigma_2^c = \sigma_1^c - \frac{f_{cr}}{\sin \alpha \cos \alpha} \quad (3)$$

여기서, f_{cr} 은 $0.33\sqrt{f_{ck}}$ (MPa)이다.⁴⁾

철근콘크리트 보에 최소전단철근비의 전단철근이 배근되었을 때, 배근된 전단철근이 받을 수 있는 내력은 식(1)에 의해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho_{\min} f_y = (-\sigma_2^c \sin^2 \alpha - \sigma_1^c \cos^2 \alpha) \quad (4)$$

여기서, ρ_{\min} 은 t 방향의 최소철근비, f_y 는 t 방향 철근의 항복강도이다. 식(4)에서 전단철근이 받는 내력은 콘크리트의 사인장균열 발생시의 콘크리트의 응력과 관계되고, 식(3)의 σ_2^c 를 식(4)에 대입하여 철근콘크리트 보의 최소전단철근비에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\rho_{\min} = \frac{1}{f_y} (f_{cr} \tan^2 \alpha - \sigma_1^c) \quad (5)$$

식(5)에서 미지수는 주압축응력 방향의 l 축과의 경사각 α 와 콘크리트의 주인장응력 σ_1^c 이다. 경사각 α 는 모어의 원을 이용하여 다음과 같은 평균 변형률의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\tan^2 \alpha = \frac{\epsilon_l - \epsilon_2}{\epsilon_t - \epsilon_2} \quad (6-a)$$

여기서, ϵ_l, ϵ_t 는 각각 전단의 위험단면에서 l, t 방향의 평균 변형률, ϵ_2 는 2방향의 콘크리트 평균 변형률이다. 이 식에서 주압축 변형률 ϵ_2 는 다른 값들에 비해 상당히 작은 값이므로 $\epsilon_2 = 0$ 이라 가정하면 식(6-a)는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{\epsilon_l}{\epsilon_t}} \quad (6-b)$$

철근콘크리트 보에 휩모멘트 M_u 와 전단력 V_u 가 동시에 작용할 경우 주인장철근의 위치에서 l 방향의 변형률 ϵ_h 는 식(7)과 같다.

$$\epsilon_h = \frac{\frac{M_u}{d} + \frac{V_u}{2} \cot \alpha}{A_s E_s} \quad (7)$$

여기서, A_t 는 주인장철근 단면적, E_s 는 철근의 탄성계수, d 는 보의 유효층이다. 전단의 위험단면에서 $M_u = V_u(a-d)$ 이며 $V_u = \tau_u b_w d$ 로 나타낼 수 있다. 여기서, a 는 전단스팬이고, b_w 는 웨브의 폭이다. 식(7)에서 M_u 와 V_u 를 전단응력 τ_u 에 관한식으로 나타내고, 이 식에 사인장 균열 발생시의 전단응력 $\tau_u = f_{cr}$ 을 대입하면 식(8)과 같다.

$$\epsilon_h = \frac{\left(\frac{f_{cr} b_w d \times (a-d)}{d} \right) + \frac{1}{2} f_{cr} b_w d \cot \alpha}{A_t E_s} \quad (8)$$

철근콘크리트 보의 전단위험단면에서 l 방향의 변형률은 주인장철근 위치에서 l 방향 변형률의 1/2정도이다.⁵⁾ 이에 따라 $\epsilon_l = 0.5 \epsilon_h$ 를 식(6-b)에 대입하면,

$$\cot \alpha = \sqrt{\frac{2\epsilon_l}{\epsilon_h}} \quad (9)$$

이 되고 식(8)은 식(10)이 된다.

$$\epsilon_h = \frac{f_{cr}(a-d) + \frac{1}{2} f_{cr} b_w d \sqrt{\frac{2\epsilon_l}{\epsilon_h}}}{A_t E_s} \quad (10)$$

식(10)에서 ϵ_l 값에 l 방향 철근의 항복변형률 ϵ_{fy} 을 대입하면 ϵ_h 를 구할 수 있고, 식(6-b)을 이용하여 $\tan \alpha$ 값을 구할 수 있다.

식(5)에서 콘크리트의 주인장응력 σ_1^c 는 Collins 등이 제안한 식을 사용하여 구할 수 있다.⁴⁾

$$\sigma_1^c = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{500\epsilon_1}} \quad (11)$$

여기서, ϵ_1 은 1방향의 평균변형률이며, 모어의 원을 이용해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon_l + \epsilon_t \quad (12)$$

식(12)에 $\epsilon_2 = 0$, $\epsilon_t = \epsilon_{fy}$, 그리고 식(1)을 이용해 구한 ϵ_h 값의 1/2을 ϵ_l 에 대입하면 ϵ_1 을 구할 수 있고, 이 값을 식(11)에 대입하면 콘크리트의 주인장응력 σ_1^c 를 구할 수 있다. 여기서 구한 σ_1^c 와 식(6-b)에서 구한 α 를 식(5)에 대입하면 철근콘크리트 보의 최소전단철근비를 구할 수 있다.

3. 제안식에 대한 기존의 실험 데이터 및 다른 규정과의 비교

본 연구에서 제안한 식은 철근콘크리트 보의 최소전단철근비 산정에 있어서 전단철근의 항복강도, 콘크리트 압축강도, 주인장철근비, 전단스팬비 등을 고려한다. 현재 사용중인 ACI 318-99 규준이나 캐나다 규준에서 제안한 식은 전단철근의 항복강도와 콘크리트의 압축강도만을 고려할 뿐 주인장철근비

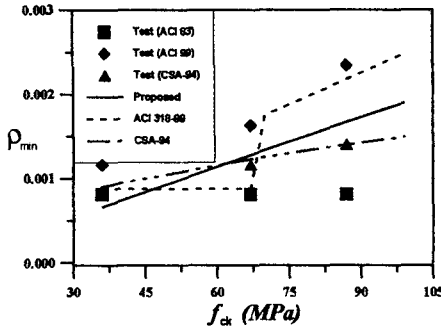


그림 3 f_{ck} 변화에 따른 최소전단철근비 변화

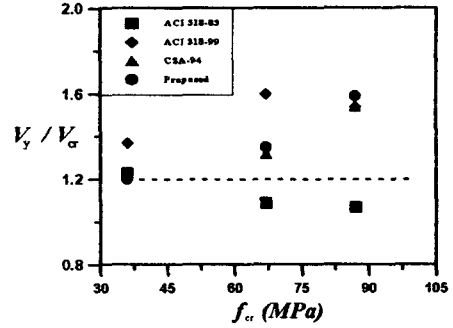


그림 4 실험결과와 제안식의 안전율 비교

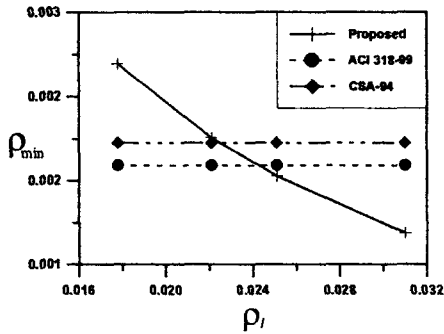


그림 5 ρ_l 변화에 따른 최소전단철근비 변화

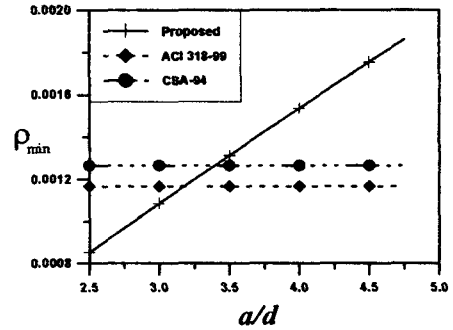


그림 6 a/d 변화에 따른 최소전단철근비 변화

나 전단스팬비에 대해서는 영향을 고려하지 않고 있다. 본 연구에서 제안하는 최소전단철근비와 콘크리트의 압축강도를 변수로 실험한 데이터를 비교해 보았다. 그리고 ACI 및 캐나다 기준에서 제안하는 최소전단철근비와 주인장철근비와 전단스팬비를 변수로 할 경우에 대해 각각 비교하였다.

제안한 식과 ACI 및 캐나다 기준에 의한 콘크리트 압축강도에 따른 최소전단철근비는 윤영수 및 Cook 등에 의한 실험결과와 비교하였다.²⁾ 실험체는 1점가력 단순보이며 콘크리트의 강도에 따라 ACI 318-83, ACI 318-99, CSA-94 기준에 의한 최소전단철근비를 배근하여 실험하였다.

그림 3은 콘크리트의 압축강도를 변수로 실험된 실험체의 분포를 나타낸다. 표 2에서 ρ_l 는 배근된 전단철근비이고, V_{cr} , V_y 는 각각 사인장균열 발생시, 전단철근 항복시 전단력이고, V_{test} , V_{ACI} 는 각각 실험결과에 의한 전단내력과 ACI 기준에 의해 예측한 전단내력이다. 그림 2에서 ACI 318-83 기준에

표 2 균열발생시 전단력과 전단철근 항복시 전단력 비교

Specimen	$f_{ck}(MPa)$	$\rho_l(\%)$	$V_{cr}(kN)$	$V_y(kN)$	V_y/V_{cr}	$V_{test}(kN)$	$V_{ACI}(kN)$	V_{test}/V_{ACI}
N1-N(ACI 83)	36	0.0814	260	320	1.23	457	332	1.38
N2-N(ACI 99)	36	0.116	254	349	1.37	483	369	1.31
M1-N(ACI 83)	67	0.0814	289	316	1.09	405	422	0.96
M2-S(CSA 94)	67	0.116	289	383	1.32	552	459	1.20
M2-N(ACI 99)	67	0.163	289	463	1.60	689	508	1.36
H1-N(ACI 83)	87	0.0814	311	334	1.07	483	428	1.13
H2-S(CSA 94)	87	0.140	311	480	1.54	598	489	1.22
H2-N(ACI 99)	87	0.234	334	516	1.54	721	628	1.15

의한 최소전단철근비는 본 연구에서 제시하는 최소전단철근비보다 낮게 배근된 실험체이며, 표 2의 실험결과에서 균열발생시 전단력과 철근항복시의 전단력 비가 각각 1.09와 1.07로 작게 나타나 안전하지 못한 파괴모드를 보였다. 그림 4에서 콘크리트 압축강도만을 변수로 할 때 본 연구에서 제안하는 식의 예상 안전율 V_y/V_{cr} 값은 캐나다 표준과 비슷한 비율을 나타내고 있음을 알 수 있다. 또한 ACI 318-99 규준은 안전율이 높게 나타나는 경향을 보였다. 실험체 중 ACI 318-99 규준에 따른 M2-N 실험체의 경우 V_y/V_{cr} 값이 1.60으로 높게 나타났는데 V_{test}/V_{ACI} 값이 1.36으로 예상치 보다 전단내력이 높지만, ACI 318-83 규준에 의한 실험체는 안전율이 낮았다. 전체적으로 실험값이 높게 측정되었다.

그림 5는 주인장철근비에 따른 최소전단철근비의 변화를 나타내고 있다. 그림 3에서 ACI 규준과 캐나다 규준은 주인장철근비에 관계없이 일정한 최소전단철근비를 나타내는 반면 본 연구에서 제시하는 최소전단철근비는 주인장철근비가 증가함에 따라 점진적으로 줄어든다. 그림 6은 전단스팬비의 변화에 따른 최소전단철근비의 변화를 나타낸다. 전단스팬비의 변화에 따른 최소전단철근비의 변화에서 ACI 규준과 캐나다 규준은 전단스팬비에 영향을 받지 않지만 본 연구에서 제안하는 식에 의한 최소전단철근비는 전단스팬비가 증가할수록 증가한다. 현재 발표된 논문중에는 주인장철근비의 변화에 따른 최소전단철근비의 변화에 대한 실험이나 전단스팬비에 따른 최소전단철근비의 변화에 관련된 실험 데이터가 부족하여 이 부분에 대한 연구가 현재 진행중이다.

4. 결론

본 연구에서는 트러스 모델 이론과 모멘트 효과를 이용하여 철근콘크리트 보의 최소전단철근비 식을 유도하였다. 본 연구에서 제안한 식과 ACI 및 캐나다 규준에 의한 해석결과를 비교한 결과는 다음과 같다.

- 1) 콘크리트의 압축강도에 따른 최소전단철근비의 변화는 ACI 및 캐나다 규준과 본 연구에서 제안한 식이 비슷한 분포를 보였다.
- 2) 주인장철근비의 변화에 따른 최소전단철근비에 대하여 ACI와 캐나다 규준에 의한 최소전단철근비는 주인장철근비에 관계없이 일정한 값을 보였지만 본 논문에서 제안된 식에 의한 최소전단철근비는 주인장철근비가 증가할수록 줄어드는 양상을 보였다.
- 3) 전단스팬비에 따른 최소전단철근비에 대하여 ACI와 캐나다 규준에 의한 최소전단철근비는 전단스팬비에 관계없이 일정한 값을 보였지만 본 논문에서 제안된 식에 의한 최소전단철근비는 전단스팬비가 증가할수록 증가하는 양상을 보였다.

참고문헌

1. ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete(ACI 318-99)and Commentary(ACI 318R-99)*, ACI, 1999.
2. Y.-S. Yoon, W. D. Cook, and D. Mitchell, "Minimum Shear Reinforcement in Normal, Medium, and High-Strength Concrete Beams," *ACI Structural Journal*, V.93, No.5, Sep.-Oct. 1996, pp.576-584.
3. Comite Euro-International du Beton, "*CEB-FIP MODEL CODE 1990*," Thomas Telford, London.
4. M. P. Collins and D. Mitchell, *Prestressed Concrete Structures*, Prentice Hill, Inc., 1991
5. D. Angelakos, E. C. Bentz, and M. P. Collins, "Effect of Concrete Strength and Minimum Stirrups on Shear Strength of Large Members," *ACI Structural Journal*, V.98, No.3, May-June 2001, pp.290-300.