

비선형유한요소해석을 이용한 수직 스티럽이 있는 RC 짧은 보의 해석

Analysis of Slender RC Short Beams($a/d < 2.5$) with Vertical Stirrups using Nonlinear FEM

정 제 평*
Jeong, Jae Pyong

김 대 중**
Kim, Dae Joong

김 우***
Kim, Woo

ABSTRACT

This paper describes an attempt to develop a unified design approach for reinforced concrete short beam failing in shear based on a Arch Factor. Designing for short beam in shear is not as straightforward as designing for flexure due to the complicated interdependency of the variables involved and to the nonexistence of a rational theory in current design code. Shear failure of reinforced concrete beams with stirrups is influenced greatly because of the actual geometrical shape(a/d) of the concrete and flexural reinforcement steel ratio, stirrup reinforcement ratio and concrete compression strength, size effect etc. The objective of this paper is to present a pilot study to develop a simplified physical model for estimating shear behavior of reinforced concrete short beams. The Key idea incorporated with this model is the Arch factor, introduced by Kim and White²⁾.

1. 서론

철근콘크리트 보의 보다 합리적인 전단파괴 기구를 얻기 위한 많은 실험과 연구가 선행되었다. 그러나 현재 철근콘크리트 보의 전단설계과정은 경험적 접근방법에 기초하여 이루어지고 있으며, 특히 짧은 보($a/d < 2.5$)의 전단설계는 다양한 전단변수에 의해 합리적인 방법이 부재하고 순수 힘을 받는 부재보다 이론적 접근방법이 어렵다. 또한, 전단지간비(a/d)가 작을수록 보작용 이외에 경사 압축장 발생 후 철근의 인장력증가 현상에 의한 내부모멘트 팔길이(z)가 작아지는 아치작용이 발생하여 보작용과 아치작용에 의한 전단저항기구의 이해가 필요하게 된다. 이러한 전단저항기구를 이해하기 위해서 실험적 접근과 해석적 접근방법이 있으나 본 연구에서는 실험과 차이가 발생할 수 있는 한계성은 있지만 보의 내력거동을 자세히 관찰하기 위해서 비선형유한요소해석 프로그램을 사용하였다. 본 연구는 인장재인 주인장철근과 수직방향 전단을 담당하는 수직스티럽이 있는 짧은 보에서 Kim and White²⁾가 제시한 아치계수를 사용하여 인장철근력 증가현상과 스티럽에서 발생하는 인장력 변화, 단면 경사 압축장의 균열각의 관찰을 통해 전단파괴기구의 변화 과정을 이해하고자 한다.

* 정희원, 전남대학교 토목공학과 박사과정
** 정희원, 전남도립 남도대학 건설산업과 조교수
*** 정희원, 전남대학교 토목공학과 교수

2. 해석접근방법

단면내의 콘크리트 인장응력을 무시하면, 외력을 저항하기 위한 철근콘크리트 보의 전단저항은 휨모멘트의 변화량으로 다음 식(1)¹⁾과 같다.

$$V = \frac{dM}{dx} = \frac{d}{dx}(T \cdot z) = z \frac{dT}{dx} (= V_b) + T \frac{dz}{dx} (= V_a) \dots \dots \dots \text{식(1)}$$

하지만, 식(1)은 T와 z 함수는 시간 내의 무수히 많은 조합을 가질 수 있기 때문에, 그 평형조건을 만족하기가 쉽지 않다. 따라서 실험이나 해석에 의해 먼저 T와 z함수에서 T함수를 규정이 먼저 선행되어야 한다. 그러나 실제 철근콘크리트 보 실험에서는 인장철근 표면에 응력 측정용 스트레인 게이지를 부착할 경우 비부착간이 클수록 철근의 인장력이 크게 발생하여 실제 철근콘크리트 보의 부착거동을 정확히 묘사하기 힘들다. 따라서 비선형 유한요소해석에 의한 결과로 전단저항기구의 원리를 파악하고자 한 것이다. 이때, 실제 보는 파괴 시까지 거의 콘크리트와 철근의 표면에 활동(slip)이 발생하지 않기 때문에 부착은 완전부착상태로 가정할 수 있다.

2.1 구조해석프로그램

본 연구에서 사용할 프로그램은 비선형 파괴역학 프로그램으로 SBETA-Atena을 사용하였으며, 본 프로그램은 콘크리트 구조해석 전용 유한요소 해석프로그램으로 Cervenka에 의해 개발되었다. 콘크리트의 구성관계가 등가 1축응력-변형관계에 기초한 직교이방성 모델에 의해 기술되어 있고, 인장 균열파괴에 관해서는 균열띠 모델(crack band model)을 적용하고, 고정균열 모델과 회전균열모델을 선택할 수 있다. 이때 이산균열모델(discrete crack model)이 아닌 유사균열모델(smearred crack model)을 사용하고 있다. 압축 연화 파괴는 균열띠 모델의 방식을 압축에 확장한 가상 압축 파괴면 모델(fictitious compression failure plane model)이 사용되었다. 또 균열 방향의 콘크리트 압축 특성의 연화(softening)를 표현하는 Vecchio와 Collins의 수직압축장이론(MCFT)을 적용할 수 있으며, 철근과 콘크리트의 부착을 고려하는 인장강성모델(tension stiffening model), 전단저감계수(shear reduction factor)의 균열변형과 철근비에의 의존성 등도 고려할 수 있는 프로그램이다.^{2) 8)}

2.2 해석보 제원

보작용과 아치작용이 동시에 발생하는 전단지간비(a/d) 2.5이하인 보를 대상으로 충분한 압축장이 형성될 수 있도록 목부 폭이 얇은 철근콘크리트 보를 표 1과 같이 모델링하여 해석하고자 한다. 이때, 콘크리트에 의한 전단력 Vc와 수직스터럽에 의한 전단력 Vs의 분담관계를 분석하기 위해 스터럽이 항복하지 않도록 보의 제원을 가정하였다. 또한 하중단계에 따라 구조계가 변한다면 하중단계별 평형기구가 변할 수 있기 때문에 내력을 안정화를 유지하기 위해 주철근비를 2%이상하여 경사균열장이 충분히 형성된 후 파괴에 도달하도록 하였다.

표 1. 해석보 제원

a/d	Concrete			Steel			b (cm)	d (cm)	G _f (MN/m)	Crack Model
	f _c (MPa)	f _t (MPa)	μ	f _y (MPa)	ρ _s (%)	ρ _w (%)				
1.0	-25.5	2.32	0.2	392	2	1.67	10	25	5.79E-5	Fixed Model $w_c = 5.14 \frac{G_f}{R_t}$
1.5										
2.0										
2.5										
3.0										

3. 해석결과

3.1 인장철근력(T)과 수직 스테럽의 인장력 변화

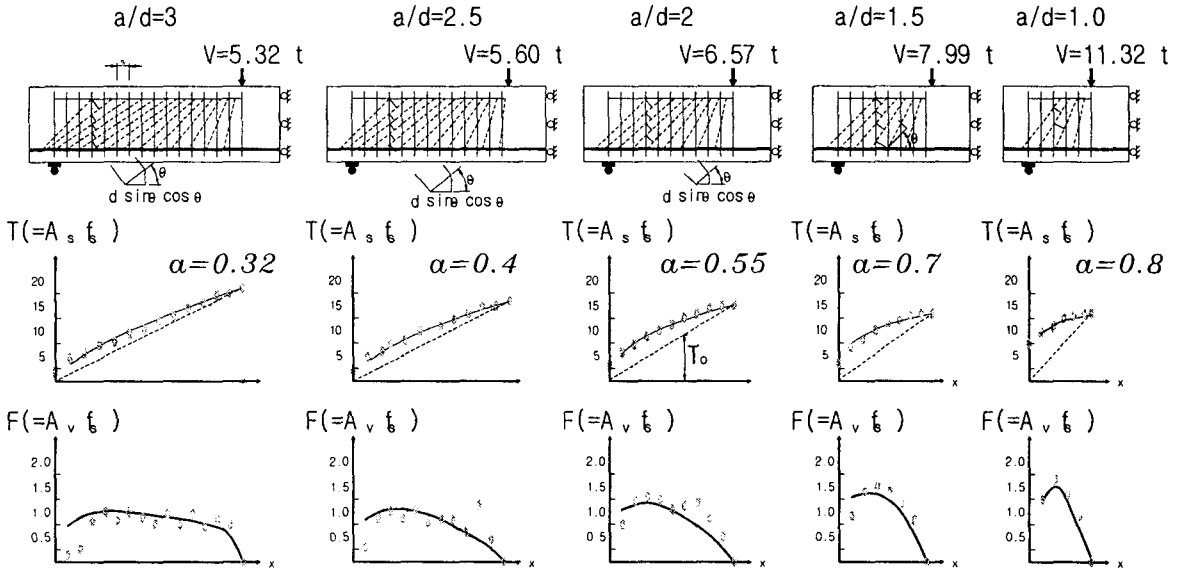


그림 1. a/d에 따른 철근인장력과 스테럽 인장력

위 그림 1에서 보듯이, 철근의 인장력이 식(2)의 궤적 상에 일치하게 분포하는 것을 알 수 있으며, Ferguson and Thompson(1962, 1965), Lorentsen(1965), Jenq and Shah(1989), Kim, Kim and White(1998) 또한 많은 실험을 통해 보의 인장철근에 발생하는 철근의 인장력을 멱급수 함수를 이용하여 제안하였다.^{3) 4) 5) 6) 7)}

$$T = \left(\frac{a}{x}\right)^\alpha T_o = \left(\frac{a}{x}\right)^\alpha \frac{Vx}{z_o} \dots \dots \dots \text{식(2)}$$

$$z = \frac{M_x}{T} = \left(\frac{x}{a}\right)^\alpha z_o = \left(\frac{M_x}{M_{\max}}\right)^\alpha z_o$$

이러한 결과로부터, 내부모멘트 팔길이의 변화가 발생하는 보의 저항기구는 보 단면 내에 콘크리트 인장응력을 무시하면 T, z에 의해 저항하게 된다. 따라서 T, z의 함수가정은 저항기구의 평형조건을 논리적으로 이해하는 중요한 인자가 된다.

식(2)에 T, z함수를 전단저항기구 식(1)에 대입하면, 아치작용에 의한 전단력은 $T \frac{dz}{dx} = \alpha V$ 상수가 된다. 따라서, 집중하중을 받는 보의 보작용에 의한 전단저항과 아치작용에 의한 전단저항의 분담비가 일정한 상수로 가정할 수 있다. 즉, V_b 가 상수라면, 휨모멘트 변화율과 전단력의 관계로 표현한 전단력 공식인 식(1)을 변수분리형 편미분방정식(differential equation)으로 정리하면 다음과 같고,

$$\frac{dz}{z} = \left(1 - \frac{V_b}{V}\right) \frac{dx}{x}$$

경계조건 $x = a$ 일 때 $z = z_o$ 을 대입하고 양변적분 한 후에 양변에 e 함수를 취하면 아래 식(3)과 같이 유도할 수 있다.

$$z = z_o \left(\frac{x}{a} \right)^{(1 - V_b/V)} = z_o \left(\frac{x}{a} \right)^\alpha \dots \dots \dots \text{식(3)}$$

여기서, $\alpha = 1 - V_b/V = 1 - \frac{z}{V} \frac{dT}{dx}$ 으로 $\frac{dT}{dx}$ (bond stress)의 함수가 된다. 만약에 $a=1.0$ 인 경우 작용하는 전단력은 아치작용에 의해서만 수행되어지며 내력이 하중점에서 지점을 직선으로 연결한 경사압축대(diagonal strut)를 통해 전달되는 상태를 의미한다. 이는 전단경간이 짧은 보에서 주철근의 부착이 모두 손실되고 단부만 정착되어 완전 타이드-아치 거동을 하는 소성상태에 해당한다. 실제 철근콘크리트 보의 거동은 전단경간길이, 단면형상, 휨균열정도 등에 따라 위 두 경우(탄성상태와 소성상태)의 중간상태에 해당한다. 이러한 관점에서 지수 α 를 아치계수(arch factor)라고 정의하였다.

3.2 인장철근의 이력(안정화)

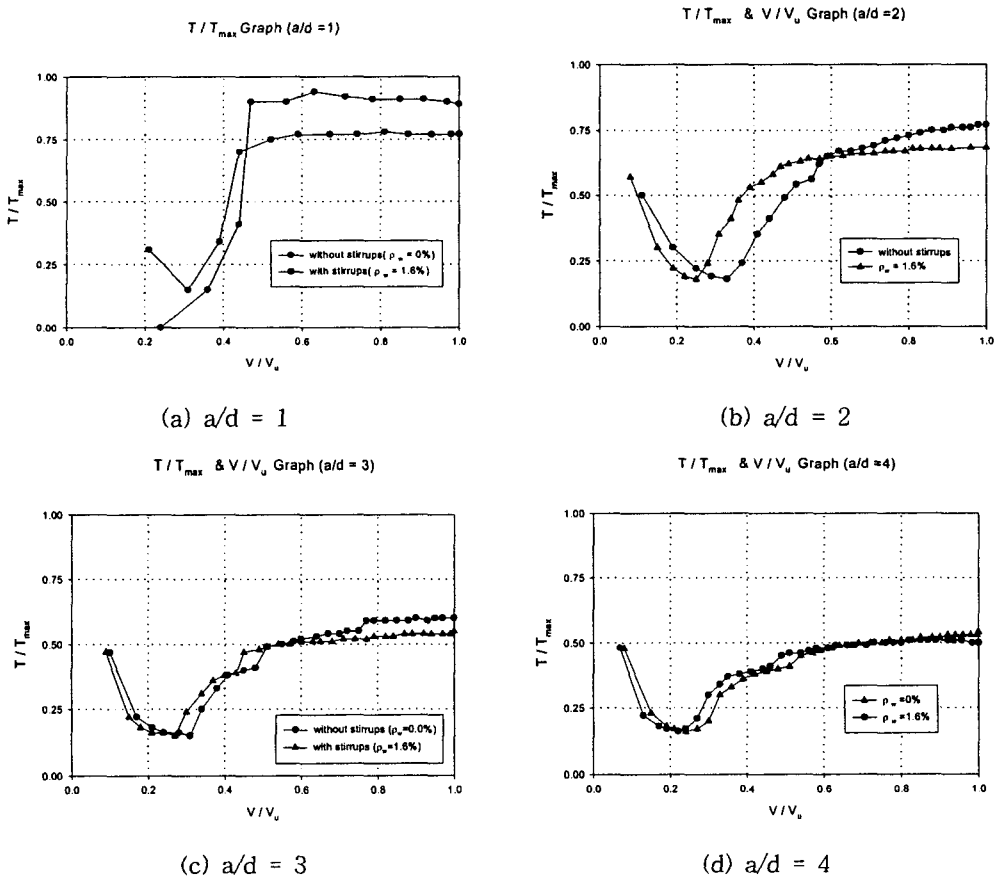
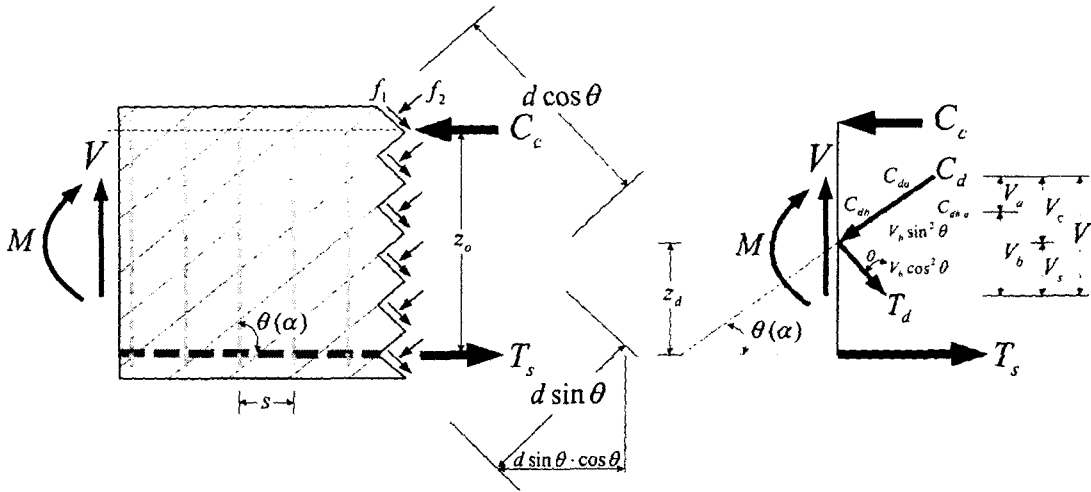


그림 2. a/d에 따른 전단철근 유무에 따른 T/Tmax

그림 2는 보 전단지간(a)의 중앙에서 측정된 인장철근력을 보중앙의 인장철근력으로 나타낸 것이다. 작용하중이 증가할수록 T의 안정화가 나타남을 알 수 있다. 이것은 보에 경사압축장이 발생한 후 구조계가 파괴 할 때까지 일정한 내력계에 의해 유지됨을 알 수 있다. 따라서, 아치계수(a)가 안정화 단계이후에 보의 내력을 설명하는 계수로서 안정성을 가지고 있다고 볼 수 있다.

3.3 단면 평형기구 제안



(a) Diagonal stresses and longitudinal equilibrium

(b) Internal force equilibrium

그림 4. 압축장 형성이후 단면평형조건

그림 4(a)는 Vecchio and Collins[1986]의 수정압축장이론(MCFT)의 압축장 응력작용도이며, 임의의 단면에 균열각을 θ 라하면, 복부 압축력은 $C_d = f_2 b d \cos \theta$ 이며, 복부 인장력은 $T_d = f_1 b d \sin \theta$ 이다. 그리고 복부 인장과 압축단면의 수직 스테럽의 개수는 $\sin \theta \cos \theta d/s$ 로 계산할 수 있다. 그림 4(b)는 그림 1의 해석결과를 토대로 단면의 평형조건을 도시화한 것이다. 즉, C_d 와 T_d 의 수평력차가 철근의 인장력을 증가시키며 다음 식(4)같이 경사균열각(θ)로 계산할 수 있으나 C_d 와 T_d 의 작용점은 보작용만 있을 경우 $z_o/2$ 이지만 아치작용이 있으면 z_d 로 변수가 된다.

$$\Delta T = \left[\left(\frac{-a}{x} \right)^a - 1 \right] \frac{V x}{z_o} = V_a \cot \theta \dots \dots \dots \text{식(4)}$$

보작용에 의한 전단력은 $z \frac{dT}{dx} (= V_b)$ 이므로 복부의 C_d 와 T_d 의 수직력에 의해 저항하게 되며, 아치작용에 의한 전단력은 $T \frac{dz}{dx} (= V_a)$ 으로 경사 압축대의 분력에 의해 저항하게 된다.

그러나 짧은 보에서는 그림 1과 같이 단면의 균열각 θ 가 일정한 구간(B구간)이 거의 없고 단면 내에서 비선형적인 각분포가 발생하는 것을 알 수 있다. 따라서 각 단면내의 전단철근에 의한 전단력 V_s 는 보작용에 의한 전단력에서 각 단면 내에 차지하는 스테럽의 개수만큼 저항하게 된다. 따라서, 개개별 스테럽에서 발생하는 인장력은 다음 식(5)와 같이 표현할 수 있고 그림 1에 나타내었다.

$$A_s f_s (= F) = \frac{V_s}{n_i} = \frac{V_b \cos^2 \theta}{d/s \cos \theta \sin \theta} \dots \dots \dots \text{식(5)}$$

식 (5)에 의한 값과 유한요소 해석에 의한 값을 도시화하였는데 스테럽의 인장력의 크기와 분포경향이 일치함을 알 수 있다. 즉, 수평방향의 인장력 증분(ΔT)와 수직방향의 전단력관계를 표현한 그림 3의 평형기구에 의해 지간내의 내력이 일치하므로 단면의 경사압축장의 균열각(θ)를 식(4)에 의해 계산할 수 있다. 즉 Vecchio and Collins[1986]의 수정압축장이론(MCFT), Belarbi and Hsu[1994]의 연성

트러스모델(softened truss model) 등의 방법보다 훨씬 쉽게 평형조건을 이해할 수 있다.

4. 결 론

수직 스테럽이 있는 철근콘크리트 짧은 보($a/d < 2.5$)을 a/d 의 변화에 따라 비선형유한요소 해석을 통해 분석한 결과를 정리하면 다음과 같다.

가. 철근콘크리트 보의 전단저항기구 식으로부터, 보 단면 내의 총 전단력과 보 저항기구에 의한 전단력 비 V_b/V_s 를 일정한 상수로 가정하여 유도한 인장 철근력과 유한요소해석에 의한 인장철근력이 아치계수 α 에 따라 발생하는 것을 확인하였다.

나. 아치계수(α)에 따라 복부 압축장의 경사각과 수직 스테럽에 발생하는 인장력을 단면평형조건에 의해 보작용과 아치작용에 의한 전단분담을 규정한 후, 수직 스테럽의 인장력을 해석 값과 비교하였는데 크기와 분포 경향이 일치하여 단면 내력의 평형조건을 제안하였다.

다. 임의 보에 아치계수가 주어진다면, 보가 안정화 단계이후의 인장철근의 증분을 아치계수에 의해 계산할 수 있고, 단면 내 비선형적 경사 균열각과 단면 유효 스테럽 수를 계산하여 지간 내 스테럽의 인장력 분포를 추정할 수 있었다. 이것은 $V_c + V_s$ 를 구분하기 힘든 현재의 경험적 전단공식들로부터 각각의 분담을 아치계수에 의해 분리 할 수 있음을 의미한다.

참 고 문 헌

1. Park, R., and Paulay, T. (1975). *Reinforced concrete structures*, Wiley, New York, pp.270-345
2. Brost. R., (1998), "Computational modeling of concrete structures," A.A.Balkema, Rotterdam, pp. 833-838
3. Kim, D.-J, Kim, W., and White, R.N. (1998), "Prediction of Reinforcement Tension Produced by Arch Action in Reinforced Concrete Beams," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 124, No. 6, pp. 611-622
4. Kim, W., and White, R.N.(1999), "A Hypothesis for Localized Horizontal Shearing Failure Mechanism in Slender RC Beams," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 125, No. 10, pp. 1126-1135
5. Jenq, Y.S. and Shah, S.P. (1989), "Shear Resistance of Reinforced Concrete Beams - A Fracture Mechanics Approach." In *Fracture Mechanics : Application to Concrete*, V. Li and Z. P. Bazant, eds., American Concrete Inst.
6. Carpinteri, A., "A fracture mechanics model for reinforced concrete collapse," IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, pp. 17-30
7. Bazant, Z. P. and Jaime, P., "Fracture and Size Effect in concrete and Other Quasibrittle Materials," CRC, pp. 319-381
8. 콘크리트의 파괴역학, 한국콘크리트학회, 2000, pp. 136-137