

범용구조해석 프로그램의 수화열응력 산정기법 연구

Reasonable Evaluation of Thermal Stress in the Hydration Heat Analysis

전 세 진*
Se-Jin Jeon

ABSTRACT

The relationship is investigated between material modeling of concrete and the evaluation procedure of thermal stress by the hydration heat. In this respect, some important points are suggested to which special attention should be paid to reasonably evaluate the thermal stress using the widely-used structural analysis programs. This study indicates that proper material model should be used to draw incremental stress evaluation that takes into account the change of elastic modulus with time. Some correction techniques are also presented when using the program that don't have proper built-in procedure for the calculation of the thermal stress.

1. 서론

매스콘크리트 구조물에서는 콘크리트의 타설 후 시멘트의 수화반응에 의해 발생하는 수화열로 인하여 적지 않은 크기의 인장응력이 유발되어 균열이 발생할 가능성이 크다.

토목분야에서 통용되고 있는 많은 범용구조해석 프로그램들은 유한요소법을 이용하여 수화열에 의한 온도분포해석 및 열응력해석을 수행할 수 있는 기능을 내장하고 있다. 그러나, 다른 모든 구조해석들이 그러하듯이 수화열해석 역시 해석자가 적절한 입력자료를 프로그램에 제공하지 않았을 경우 예상과는 다른 결과를 산출할 수 있다.

본 연구에서는 범용구조해석 프로그램으로 수화열에 의한 응력을 산정할 때 적절하지 못한 재료모델을 사용함으로써 발생할 수 있는 문제점들을 수치예제를 통하여 고찰하고 이를 개선할 수 있는 방법을 제시하고자 한다.

2. 수화열응력의 산정식

수화열에 의한 응력해석이 일반적인 열응력 문제와 차별화되는 가장 큰 특징은 수화열은 콘크리트의 초기재령에서 발생하므로 재령에 따라 재료물성, 특히 탄성계수가 크게 변한다는 것이다. 따라서, 수화열응력을 올바르게 산정하는 데 있어서 최대의 관건은 이처럼 재령에 따라 변하는 탄성계수를 올바

* 정회원, (주)대우건설 기술연구소 주임연구원, 공학박사

른 방법론으로 정확히 고려하는 것이다.

범용구조해석 프로그램의 수화열응력 산정에 대해 논하기에 앞서 수화열응력 산정시 일반적으로 통용되고 있는 이론을 편의상 1차원 문제로 예시하면 다음과 같다¹⁾. 본 연구에서 부각하고자 하는 요지를 명확히 하기 위해 크리프 및 건조수축은 고려대상에서 제외하였다.

수화과정에서 구조물에 발생하는 변형을 중 실제로 응력의 발현과 관계되는 변형을 즉, 유효변형을 ϵ_e 는 식 (1) 및 (2)와 같다. 여기에서, ϵ 은 총변형률, ϵ_T 는 온도에 의한 신축변형률, α 는 열팽창계수, T_0 는 초기온도이다.

$$\epsilon_e = \epsilon - \epsilon_T \quad (1)$$

$$\epsilon_T = \alpha \Delta T = \alpha(T - T_0) \quad (2)$$

수화열응력 산정시 초기재령에서 시간에 따라 급격히 변하는 탄성계수를 효율적으로 고려하기 위해 가장 일반적으로 쓰이는 방법은 해석하고자 하는 시점까지의 재령을 시간구간들로 분할하고 각 구간에서의 응력의 증분량을 구한 후, 응력을 계산하고자 하는 시점 i 까지 응력 증분들을 합산하여 총응력을 구하는 것이다. 이때 응력의 증분량 $\Delta\sigma_i$ 는 유효변형률의 증분량 $\Delta\epsilon_{e,i}$ 에 그 시점에서의 콘크리트 탄성계수 $E_{c,i}$ 를 곱하여 구할 수 있다. 이러한 과정을 수식으로 나타내면 식 (3)~(5)와 같다. 이때 식 (4)에서는 시간구간 Δt 의 끝에서의 탄성계수값을 사용하였지만, Δt 의 처음이나 중간에서의 탄성계수값을 사용하는 것도 가능하다.

$$\Delta\epsilon_{e,i} = \epsilon_{e,i} - \epsilon_{e,i-1} \quad (3)$$

$$\Delta\sigma_i = E_{c,i} \Delta\epsilon_{e,i} \quad (4)$$

$$\sigma_i = \sigma_{i-1} + \Delta\sigma_i \quad (5)$$

이상에서 설명한 수화열응력의 산정식은 수화열 전용 해석프로그램을 직접 작성하고자 하는 많은 공학자들에게 널리 통용되어져 왔던 알고리즘이다. 그러나 본 연구에서는 이와 관련하여 다음과 같은 2가지의 의문사항을 제기하고 각각에 대해 고찰해 보고자 한다.

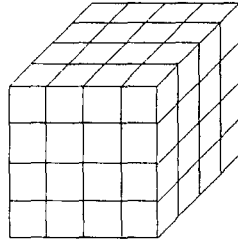
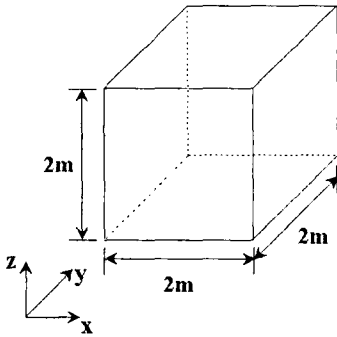
- (1) 수화열해석시 널리 쓰이고 있는 범용구조해석 프로그램(예: ABAQUS²⁾, DIANA, ANSYS, ADINA, MIDAS³⁾ 등)에서는 위에서 제시한 알고리즘으로 수화열응력을 산정하는가?
- (2) 위에서 제시한 수화열응력 산정 알고리즘은 직관적으로는 타당한 듯하지만, 엄밀한 이론적 배경을 가지고 있는가?

3. 일반적인 재료모델(Elastic 재료모델)을 사용한 수화열응력 산정

3.1 해석 개요

2장에서 제기한 의문점 중 범용구조해석 프로그램의 수화열응력해석 알고리즘이 2장에서 언급한 일반적인 알고리즘을 따르고 있는지 파악하기 위해 대표적으로 ABAQUS²⁾를 사용하여 수화열해석을 수행하였다. 해석 예제는 그림 1과 같이 정육면체 블록 모양이며 64개의 8절점 입체요소(Solid element)를 사용하여 해석하였다. 해석시간은 총 15일이며 해석시간간격은 6시간으로 고정하였다.

구조물의 하면은 온도해석시에는 고정온도 경계조건(5°C)으로, 응력해석시에는 고정단으로 두었다. 한편, 타설온도에 해당되는 초기조건은 10°C이며, 외기온도는 5°C로 일정하게 두었다. 그 밖에 해석과 관련된 조건들은 관련 시방서^{4,5)}를 참조하여 표 1과 같이 정하였다.



(a) 대상 구조물의 형상 (b) 요소분할 (8절점 입체요소)
그림 1 수화열해석 예제

표 1 수화열해석시 콘크리트의 물성

밀도	2300 kgf/m ³
열전도도	2.299 kcal/(m h °C)
비열	0.275 kcal/(kgf °C)
대류계수	10.994 kcal/(m ² h °C)
열팽창계수	10×10 ⁻⁶ /°C
프와송비	0.18
단열온도상승식	단위시멘트량 350 kgf/m ³ 의 보통포틀랜드시멘트에 대한 식
탄성계수 발현식	91일 재령의 압축강도 350 kgf/cm ² 에 대한 식

3.2 수화열응력해석 입력자료

ABAQUS의 수화열해석 입력자료 중 본 연구와 직접적으로 관련이 있는 부분 즉, 재령에 따른 탄성계수 변화의 모델링과 관련된 부분을 위주로 설명하기로 한다.

ABAQUS에서는 온도나 기타 변수에 의존하는 물성을 모델링할 수 있다. 이때 온도에 의존하는 물성은 간단히 정의가 가능하지만, 재령(시간) 등 기타 변수에 의존하는 물성을 정의하기 위해서는 입력자료의 Keywords 중에서 *FIELD를 사용해야 한다. 본 3장에서는 ABAQUS에서 선형 탄성재료의 탄성계수를 정의하는데 쓰이는 Keyword인 *ELASTIC에 시간에 따라 변하는 탄성계수를 모델링하여 해석을 수행하고 그 결과를 분석하였다

3.3 해석결과 및 문제점 분석

3.2절과 같은 입력자료로써 탄성계수의 변화를 모델링하고 해석하였을 경우 수화열응력의 계산시 발생할 수 있는 문제점을 설명하고자 한다. 예를들어, 타설후 24시간 경과후 한 점에서의 응력을 구하고자 할 때, 검증은 위하여 24시간 이전의 탄성계수를 해석자가 임의로 변화시켜 보더라도 24시간 시점에서의 탄성계수값만 동일하다면 24시간 시점의 응력의 크기는 변하지 않음을 확인할 수 있다.

이는 매우 중대한 문제로서 이러한 재료모델을 사용한 입력자료는 탄성계수의 재령에 따른 변화를 모델링했음에도 불구하고 수화열응력 산정시 탄성계수의 재령에 따른 “변화 이력”을 올바르게 반영할 수 없음을 의미하는 것이다.

ABAQUS에서 *ELASTIC을 사용(Elastic 재료모델)하여 모델링할 경우 수화열응력을 산정하는 알고리즘은 응력, 변형률, 온도 등 해석결과값의 분석을 통하여 역으로 확인할 수 있다. 등방탄성(Isotropic elastic) 재료의 3차원 응력-변형률 관계식⁶⁾으로 분석한 결과 응력계산시 탄성계수가 재령에 따라 변하는 이력(History)을 올바르게 고려하지 않고, 단지 응력을 구하고자 하는 시점의 탄성계수값만을 고려함을 확인하였다. 예를들어, 재령 24시간에서의 응력은 그 시점에서의 변형률 및 탄성계수만을 가지고 산정하였으며, 이는 바꾸어 말해 재령 0~24시간까지는 24시간에 해당하는 탄성계수값으로 일정하게 본다는 의미와 같다. 이는 2장에서 제시된 수화열응력을 산정하는 알고리즘과는 다른 방법론으로서 서로 다른 응력값을 산출할 것임이 자명하다.

3.4 수화열응력의 보정

본 절에서는 ABAQUS에서 3.3절과 같이 *ELASTIC을 사용한 경우의 해석결과를 2장에서 제시된

응력증분을 이용한 수화열응력 산정 절차에 부합하도록 보정하는 방법을 제시하고자 한다. 식 (3)~(5)를 재정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_i &= \sigma_i - \sigma_{i-1} \\ &= E_{c,i} \Delta\epsilon_{e,i} = E_{c,i}(\epsilon_{e,i} - \epsilon_{e,i-1}) \\ &= E_{c,i}\epsilon_{e,i} - E_{c,i}\epsilon_{e,i-1} \end{aligned} \quad (6)$$

일단 응력증분을 구하면 응력증분들을 특정한 시점까지 합산하여 그 시점에서의 총응력을 구할 수 있으므로, 식 (6)을 참조하여 3.3절의 해석결과로부터 응력의 증분을 구하는 방법을 강구해보기로 한다. 식 (6)의 첫째줄과 셋째줄을 비교하면 다음을 알 수 있다.

$$\sigma_i = E_{c,i}\epsilon_{e,i} \quad (7)$$

$$\sigma_{i-1} = E_{c,i}\epsilon_{e,i-1} \quad (8)$$

식 (7)은 3.3절에서 구한 결과중 시간단계 i 에서의 응력 σ_i 와 같다. 그러나, 식 (8)은 3.3절에서 구한 응력 $\sigma_{i-1} = E_{c,i-1}\epsilon_{e,i-1}$ 과 비교할 때 탄성계수에 $E_{c,i-1}$ 대신 $E_{c,i}$ 가 쓰였다는 점이 다르다.

따라서 ABAQUS에서 *ELASTIC을 사용한 해석결과를 식 (9)와 같이 보정하면 응력의 증분을 구할 수 있다. 여기에서 *는 보정전의 값을 의미한다.

$$\Delta\sigma_i = \sigma_i^* - \frac{E_{c,i}}{E_{c,i-1}}\sigma_{i-1}^* \quad (9)$$

이러한 보정식을 이용하여 그림 1의 예제의 x 또는 y 방향으로 발생하는 응력을 보정하여 비교하면 그림 2와 같다. 위치는 구조물을 위에서 보았을 때 중심점이며, 높이별로 각각 하면, 중간, 상면 위치이다. 그림 2와 같이 응력을 보정한 경우와 보정하지 않은 경우는 위치에 따라 적지 않은 차이를 보일 수도 있다. 예를들어 그림 2(b)의 수화열응력의 경우 보정전에는 인장응력이 거의 발생하지 않는 것으로 나타난 반면, 보정후에는 약 12 kgf/cm²의 적지 않은 크기의 인장응력이 발생하고 있다.

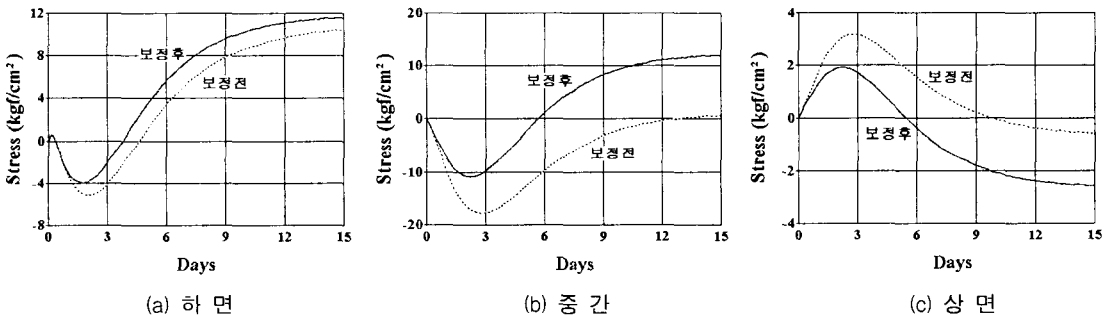


그림 2 ABAQUS로 해석한 수화열응력 (*ELASTIC을 사용한 재료모델)

4. 수화열응력의 산정식과 재료모델과의 연관성

앞서 2장에서 소개한 알고리즘은 수화열응력 산정시 타당하다고 널리 받아들여져 왔지만, 그 근거가

되는 이론적 배경에 대해 명확히 명시하고 있는 문헌은 거의 찾기 힘든 실정이다. 따라서 본 연구에서는 그러한 이론적 배경을 탄성 응력-변형률 관계(Elastic stress-strain relation)^{7,8)}와 관련하여 고찰해 보기로 한다.

(1) Elastic

Cauchy의 접근방법에 근거하고 있으며, “현재의 응력상태는 단지 현재의 변형(변형률)상태에만 의존한다”는 재료모델이다. 따라서 현재의 응력상태는 응력-변형률의 이력(Path 또는 History)에 의존하지 않으며, 응력과 변형률은 1:1로 대응되는 관계를 갖게 된다. 따라서 식 (10)과 같은 텐서 형태의 구성방정식으로 응력 σ 와 변형률 e 를 관련지을 수 있다. 여기에서 C_{ijkl} 이 상수이면 선형 탄성(Linear elastic), C_{ijkl} 이 변형률의 함수이면 비선형 탄성(Nonlinear elastic)이다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} \tag{10}$$

(2) Hypoelastic

증분형태(Incremental type)의 구성방정식으로서 응력의 증분이 변형률의 증분으로부터 식 (11)과 같이 산정될 수 있다는 재료모델이다. 여기에서 C_{ijkl} 는 응력, 변형률 등의 함수가 될 수 있다. 이러한 모델에 의해 계산된 응력의 증분을 합산하여 특정 시점의 응력을 구한다면 그러한 응력은 변형률 뿐 아니라 응력의 이력에도 의존하게 된다.

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} de_{kl} \tag{11}$$

이상의 재료모델에 대한 설명을 참조하면, 3.2절 및 3.3절에서 제시된 바와 같이 ABAQUS에서 *ELASTIC을 사용해서 재령에 의존하는 탄성계수를 모델링하는 경우 수화열응력을 식(10)의 Elastic 모델을 사용하여 산정하게 된다고 사료된다.

한편 2장에서 제시한 일반적인 수화열응력 산정 알고리즘의 경우 특히 식 (4)의 형태가 식 (11)의 Hypoelastic 모델과 유사함을 발견할 수 있었다. ABAQUS에서도 Hypoelastic 재료모델이 가능하므로, 이하 5장에서 Hypoelastic 재료모델을 사용한 경우 Elastic 모델을 사용했을 때와 어떠한 차이를 보이는지 비교고찰하였다.

5. Hypoelastic 재료모델을 사용한 수화열응력 산정

5.1 수화열응력해석 입력자료

시간에 따라 변하는 탄성계수를 고려하는 방식에 있어 3.2절과 같이 Elastic 모델(*ELASTIC)을 사용하지 않고, Hypoelastic 모델(*HYPOELASTIC)을 사용하여 콘크리트를 Hypoelastic 재료로 모델링하여 결과값을 비교분석하였다.

ABAQUS의 Hypoelastic 모델은 기본적으로 변형률에 의존하여 변하는 물성(탄성계수 및 프와송비)을 정의할 수 있으나, 그 외에 온도나 재령(시간) 등에 의존하는 물성도 정의 가능하다.

5.2 Elastic 재료모델을 사용한 경우와의 비교분석

해석결과 Hypoelastic 모델을 사용할 경우 Elastic 모델을 사용한 경우와 서로 다른 수화열응력값을 산출하였으며, 비교분석 결과 3.4절과 같이 Elastic 모델의 결과를 응력의 증분형태로 만들어 보정한 결과와 정확히 동일하였다. 따라서, 수화열응력을 응력증분 형태로 만들어 산정하는 알고리즘(2장)은 Hypoelastic 재료모델에 기초하고 있음을 확인할 수 있었다.

또한 이러한 결과는 앞서 3.4절에서 제시한 응력보정 알고리즘이 타당하다는 반증도 된다고 판단된다.

6. 탄성계수의 변화를 모델링 할 수 없는 경우

극단적인 경우로 재령에 따라 변하지 않는 일정한 탄성계수값만이 모델링되는 프로그램에 있어서도 3.4절의 알고리즘을 응용하여 탄성계수값의 연산을 통하여 올바른 수화열응력을 산정할 수 있을 것으로 판단된다. 예를들어 탄성계수값을 E_c 로 일정하게 두고 열응력해석을 수행한 경우 다음 식 (12)와 같이 보정을 통하여 응력증분을 구할 수 있다. 여기에서 *는 보정전의 값을 의미한다.

$$\Delta\sigma_i = \frac{E_{c,i}}{E_c}(\sigma_i^* - \sigma_{i-1}^*) \quad (12)$$

7. 결론

본 연구에서는 범용구조해석 프로그램을 사용하여 수화열에 의한 응력을 구하고자 할 때 주의할 점을 재료모델에 중점을 두어 고찰하였다. 재령에 따른 탄성계수의 변화를 모델링하더라도 올바른 재료모델을 사용하지 않을 경우 해석자가 원하는 방식으로 탄성계수의 변화이력을 고려하여 수화열응력을 계산하지 않음을 수치예제를 통하여 보였으며, 이러한 경우에 대한 보정방법을 함께 제시하였다. 또한 그렇게 보정한 응력값은 올바른 재료모델을 사용하여 산출한 응력값과 일치함을 보였다.

범용구조해석 프로그램의 기능이 크게 발전하고 사용이 용이해져 프로그램에 내재된 이론에 대해 깊은 지식을 가지고 있지 않더라도 다양한 종류의 해석을 수행할 수 있게 되었지만, 올바른 해석절차를 이끌어 내는 입력자료를 작성하는 것은 전적으로 해석자의 몫이다. 비단 수화열해석에 국한된 문제는 아니지만, 널리 인정받는 구조해석 프로그램이므로 스스로 알아서 바람직한 결과를 산출할 것이라고 기대한다면 큰 오산이며 해석자는 그러한 결과를 여러가지 방식으로 검증해보려는 철저한 노력이 필요하다.

참고문헌

1. "구조실험동 반력벽 및 반력상의 수화열제어 및 합리적인 시공기법 연구," 서울대학교 공과대학 에너지자원신기술연구소, 1998.
2. "ABAQUS/Standard User's Manual," Ver. 5.4, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., 1994.
3. "http://www.midasisit.com/"((주)마이다스아이티 홈페이지)
4. "콘크리트구조설계기준," 한국콘크리트학회·대한건축학회, 1999.
5. "콘크리트표준시방서," 한국콘크리트학회, 1999.
6. Fung, Y. C., "Foundations of Solid Mechanics," Prentice Hall, Inc., 1965.
7. Bathe, K. J., "Finite Element Procedures," Prentice Hall, Inc., 1996.
8. Chen, W. F., and Saleeb, A. F., "Constitutive Equations for Engineering Materials, Volume 1: Elasticity and Modeling," John Wiley & Sons, 1982.