

압전세라믹이 부착된 정방형 판의 동적모델링 및 타당성 실험 연구

허석*, 곽문규**

A Study of Dynamic Modeling and Experimental Prove
for Plate with Piezoceramic Sensors and Actuators

Seok Heo, Moon K. Kwak

ABSTRACT

This paper is concerned with the experiments on the dynamic characteristics and modeling of plate with piezoceramic sensors and actuators. The experimental frequency response plots can be used to verify the theoretical modeling. Theoretical analysis will follow.

1. 서론

항공기나 우주구조물은 시스템의 중량이 성능에 미치는 영향이 크기 때문에 끊임없이 경량구조의 개발이 추구되고 있다. 구조물의 경량화는 구조강성의 저하를 수반하게 되고 강성이 작은 유연구조물은 작은 외란에 대해서도 큰 동적반응을 보인다. 외란에 대하여 능동적으로 반응하는 지능형 구조의 활용은 구조의 고성능화에 큰 기여를 하게 된다. 외란을 감지하여 제어신호를 생성, 작동시킬 수 있는 지능형 구조중 하나가 압전작동기와 감지기가 포함된 구조물이다.

압전재료가 구조물과 결합된 제어 시스템을 일반적으로 지능구조물이라고 부른다. 지능구조물에 대한 이론적인 해석은 간단한 보의 해석으로부터 출

발해 여러 가지 복잡한 구조물에 대한 해석이 사용되고 있다. 압전재료를 포함한 지능구조물의 진동제어에 성공적으로 사용된 제어기로서 Fanson과 Caughey[1]가 제안한 PPF제어기와 곽[2-5]등이 제안한 MIMO PPF와 수정LQG 제어기 등이 있다. Crawley와 Lazarus[6]는 동방성/비동방성 판 구조물에 대하여 작동 스트레인(actuation strain)에 관한 관계식을 Rayleigh-Ritz방법을 이용하여 개발하고 보형태의 판에 대한 실험을 통하여 이론모델의 정확성을 입증하였다. Lazarus[7]등은 판 구조물에 대한 Rayleigh-Ritz 가정모드 방법을 이용하여 시스템 모델링을 하고 MIMO LQG제어를 수행하였다. 이외에도 수치해석을 통한 작동기 위치의 최적화문제[8-9]나 실험을 통한 판 구조물의 제어[10-11]에 관한 논문들이 발표되고 있다.

본 연구에서는 그동안 이론적인 해석이 시도되었으나 이론모델의 타당성이 입증되지 않았던 압전세라믹 작동기와 감지기가 부착된 판 구조물에 대

* 동국대학교 기계공학과 대학원

** 동국대학교 기계공학과 교수

하여 먼저 실험을 수행하고 이를 이론모델과 비교하려는 시도를 하였다. 본 논문에서 제시하는 결과는 유한요소법이나 Rayleigh-Ritz 방법을 사용하여 압전세라믹 작동기와 감지기가 부착된 판 구조물을 해석할 경우 유용하게 이용될 수 있을 것으로 보인다.

2. 주파수 응답특성

실험을 위하여 Fig. 1과 같이 실험장치를 구성하였다. 구조물은 $400 \times 300 \times 1\text{mm}$ 의 알루미늄 판이며 “ㄷ”자형으로 된 패널에 덮개를 통하여 고정된 외 팔보 형태이다. 작동기는 Piezo Systems, INC.의 PSI-5H-S3이며 $54.6 \times 54.6 \times 0.191\text{mm}$, $d_{31} = -260 \times 10^{-12}\text{m/V}$, $\rho = 7700\text{kg/m}^3$, $E = 61\text{GPa}$, $C_p = 470\text{nF}$ 이다. 그림에서와 같이 작동기는 판의 고정단 앞과 뒤에 4개가 부착되어 두 개의 작동기를 구성한다.

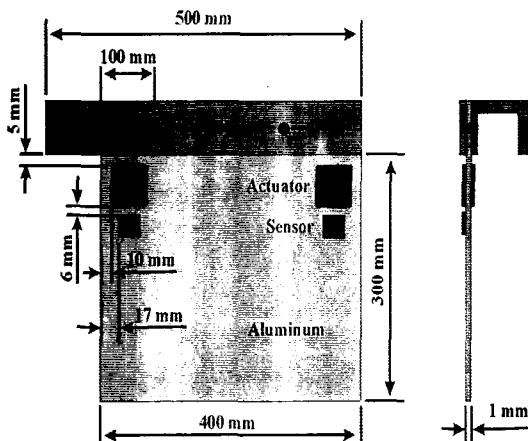


Fig. 1 Plate Model with Piezoelectric Actuators/Sensors.

2개의 감지기는 Morgan Electro Ceramics의 NAVY Type II PZT-5A이며 $38 \times 32 \times 0.25\text{mm}$, $d_{31} = -171 \times 10^{-12}\text{m/V}$, $\rho = 7700\text{kg/m}^3$, $E = 61\text{GPa}$, $C_p = 90\text{nF}$ 이다. 압전세라믹과 구리테이프(3M)사이의 실버전극을 연결하기 위하여 Piezo Systems, INC.의 Solder & Flux kit을 사용하였다.

Table 1은 첫 번째 4차까지의 주파수 응답을 나타낸다.

Table 1. Natural Frequency (Hz)

Type \ Freq.	1	2	3	4
A1S1	12	23.5	62.25	85.5
A1S2	12	23.5	62	85.75
A2S1	11.75	23.5	62	85.25
A2S2	12	23.5	62	85

Table 1에서 관찰 할 수 있듯이 첫 번째 4차까지의 고유진동수는 거의 일치함을 알 수 있다. 즉, 4 차 모드를 포함한 제어기 설계가 유효함을 말해 준다.

3. 시스템의 운동방정식

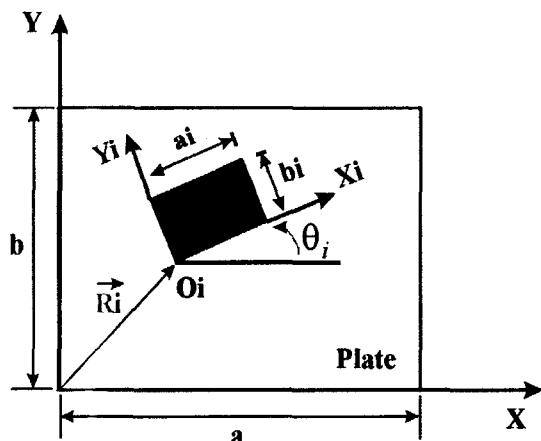


Fig. 2 Configuration of a Plate with Piezoelectric Actuators and Sensors

먼저 Fig. 2의 판에 대한 동적모델을 유도해보자. 여기서 X와 Y는 절대좌표를 의미하며 X_i 와 Y_i 는 PZT의 회전좌표를 나타내며 θ_i 는 PZT의 회전각을 의미한다.

여기서는 가정모드 방법(Assumed mode method)을 이용하여 시스템의 운동방정식을 근사적으로 정식화하였다.

연속계의 응답을 다음과 같은 급수형태로 가정해 보자.

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x, y) q_i(t) = \Phi q \quad (1)$$

여기서 $\phi_i(x, y)$ 는 가정모드이며 $q_i(t)$ 는 일반화된 좌표(modal coordinate)이다. n 은 $q_i(t)$ 의 개수를 나타낸다. $\Phi = [\phi_1 \phi_2 \cdots \phi_n]^T$

$q = [q_1 q_2 \cdots q_n]^T$ 인 벡터 변수이다.

판의 운동에너지는 다음과 같이 쓰일 수 있다.

$$T_p = \frac{1}{2} \dot{q}^T M_p \dot{q}, \quad M_p = \rho h \int_0^a \int_0^b \Phi^T \Phi dx dy \quad (2)$$

여기서 M_p 는 판의 질량행렬, ρ 는 질량밀도, h 는 판의 두께이다. 그리고 탄성에너지는 다음과 같이 쓰일 수 있다.

$$V_p = \frac{1}{2} \dot{q}^T K_p \dot{q}$$

$$\begin{aligned} K_p &= D \int_0^a \int_0^b \left[\frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right. \\ &\quad + \nu \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ &\quad \left. + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right] dx dy \end{aligned} \quad (3)$$

K_p 는 판의 강성행렬을 나타낸다.

압전세라믹의 구성방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{E_p}{1-\nu_p^2} & \frac{\nu_p E_p}{1-\nu_p^2} & 0 & -\frac{d_{31} E_p}{1-\nu_p^2} \\ \frac{\nu_p E_p}{1-\nu_p^2} & \frac{E_p}{1-\nu_p^2} & 0 & -\frac{d_{31} E_p}{1-\nu_p^2} \\ 0 & 0 & \frac{E_p}{1+\nu_p} & 0 \\ \frac{d_{31} E_p}{1-\nu_p^2} & \frac{d_{31} E_p}{1-\nu_p^2} & 0 & \epsilon^{33} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \\ E_z \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서 E_p 는 압전세라믹의 탄성 계수(Young's modulus), ν_p 는 압전세라믹의 포와송 계수(Poisson's ratio), d_{31} 은 압전상수, ϵ^{33} 은 blocked dielectric constant, D_z 는 z축 방향의 전기적 변위, E_z 는 z축 방향의 전기장을 의미한다.

k번째 압전세라믹 요소에 대한 운동에너지는

$$T_{zk} = \frac{1}{2} \rho_{pk} h_{pk} \int_0^{ak} \int_0^{bk} \dot{w}^2(x, y) dx_k dy_k \quad (5)$$

i 번째 원진세라믹의 임의 위치의 절대좌표는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_x^k &= R_x^k + x_k \cos \theta_k - y_k \sin \theta_k \\ P_y^k &= R_y^k + x_k \sin \theta_k + y_k \cos \theta_k \end{aligned} \quad (6)$$

따라서 정리하면

$$\begin{aligned} T_{zk} &= \frac{1}{2} \dot{q}^T M_{zk} \dot{q} \\ M_{zk} &= \rho_{pk} h_{pk} \int_0^{ak} \int_0^{bk} \Phi^T \Phi dx_k dy_k \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\Phi = \Phi(P_x^k, P_y^k)$ 를 나타낸다.

k번째 압전세라믹 요소에 대한 탄성에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_{zk} &= \frac{1}{2} D_{pk} \iint \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu_{pk} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2(1-\nu_{pk}) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx_k dy_k \\ &\quad + b_{pk} \nu_{pk} \iint \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) dx_k dy_k \\ &\quad - \frac{1}{2} C_{pk} \nu_{pk}^2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$D_{pk} = \frac{E_{pk}}{(1-v_{pk}^2)} \left(\frac{1}{4} h^2 h_{pk} + \frac{1}{2} h h_{pk}^2 + h_{pk}^3 \right)$$

$$b_{pk} = \frac{d_{31}^k E_{pk}}{2(1-v_{pk}^2)} (h + h_{pk}) \quad v_{pk} = h_{pk} E_z$$

$$\text{여기서 } C_{pk} = \frac{a_p b_p}{h_p} \epsilon^{33}$$

여기에서 허용함수 식(1)을 적용하여 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} V_{pk} &= \frac{1}{2} \dot{q}^T K_{pk} q + v_{pk} B_{pk} q - \frac{1}{2} C_{pk} v_{pk}^2 \\ K_{pk} &= D_{pk} \int_0^{a_k} \int_0^{b_k} \left[\frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right. \\ &\quad + v_{pk} \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + v_{pk} \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ &\quad \left. + 2(1-v_{pk}) \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right] dx_k dy_k \\ B_{pk} &= b_{pk} \int_0^{a_k} \int_0^{b_k} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) dx_k dy_k \end{aligned} \quad (9)$$

따라서 관과 압전세라믹의 전체 운동에너지와 위치에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \dot{q}^T (M + \sum_k M_{pk}) \dot{q} \\ V &= \frac{1}{2} q^T (K + \sum_k K_{pk}) q \\ &\quad + \sum v_{pk} B_{pk} q - \frac{1}{2} \sum C_{pk} v_{pk}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)을 Lagrange 방정식을 도입하여 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} (M + M_p) \ddot{x} + C \dot{x} + (K + K_p) x &= B_{pa} v_a \\ v_s &= B_{ps} x \end{aligned} \quad (11)$$

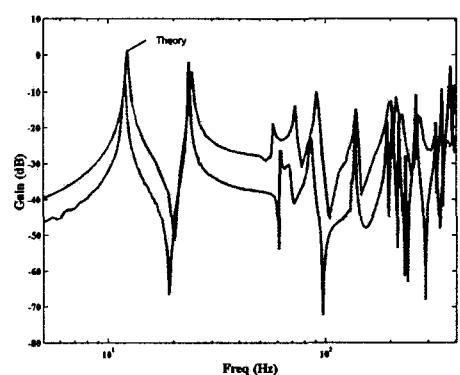
여기에서 모달 접근 방식 $x = U_e q$ 를 도입하여 정리하면 식(11)은 다음과 같은 행렬식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Lambda & -2\zeta\Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ U_t^T B_{pa} \end{bmatrix} v_a \\ v_s &= \begin{bmatrix} B_{ps} U_t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + [0] v_a \end{aligned} \quad (12)$$

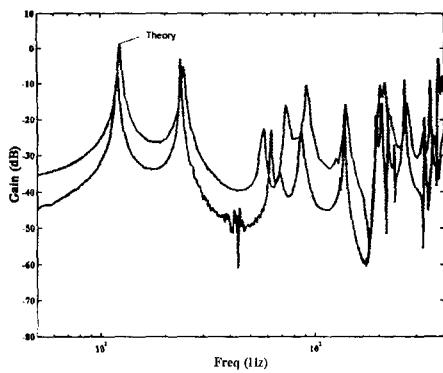
여기서 $I = U_e^T M_t U_e$, $\Lambda = U_e^T K_t U_e$ 를 말하며 U_e 는 고유모드를 포함하는 행렬을 나타내며, Λ 는 대각선의 고유치(w_i^2 , ($i=1, 2, \dots, n$))가 위치하는 행렬이다. I 는 대각선이 모두 1인 단위행렬이다.

4. 타당성 실험

이론모델을 바탕으로 추출한 주파수 응답곡선을 실험에 의해 구한 응답곡선과 비교하였다. Fig. 3(a)는 작동기 A1과 감지기 S1사이의 응답을 보여주며, Fig. 3(b)는 작동기 A1과 감지기 S2사이의 응답을 나타낸다. 보이는 바와 같이 실험치와 이론치의 고유주파수는 거의 일치함을 알 수 있지만 초기 시작점이 일치하고 있지 않는데 문제가 있다. 프로그램에 의한 조사 결과 두 경우 모두 이론치를 8dB 감소시켜야 실험치와 일치함을 알 수 있었다. 여기에서는 이 문제점을 해결하기 위해 작동기와 감지기에 대한 실험을 수행하여 작동기와 감지기에 미치는 영향행렬의 구성이 올바른지에 대하여 조사하였다.



(a) A1S1



(b) A1S2

Fig. 3 Frequency Response plot

우선 작동기의 성능식이 이론식과 맞느지 비교하기 위해서 Fig. 4와 같은 실험장치를 구성하였다. 함수발생기를 이용하여 한 쌍의 작동기에 각각 0.01 Hz 사각파를 입력시키고 비접촉 레이저 측정기를 이용하여 입력되는 전압을 측정하였다. 얻어진 전압을 변위로 환산하여 식 (11)에 넣어 압전작동기에 가해지는 전압을 힘벡터로 바꾸어주는 행렬이 적합한지 검사하였다.

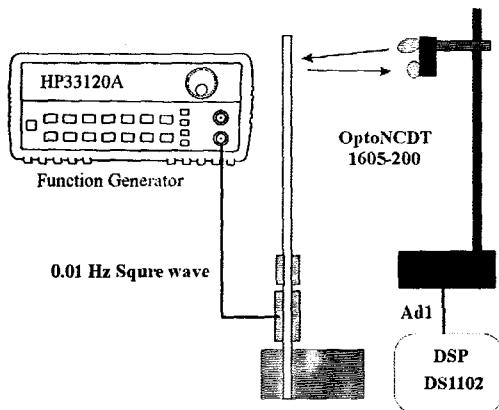


Fig. 4 Experimental Setup.

Table 2. Measurement Data

Actuator	A1	A2
Displacement (mm)	0.3011	0.2303

실험결과 Table 2와 같이 각각의 작동기 특성이 다르게 나타남을 알 수 있었다.

감지기 방정식은 Fig. 5와 같이 두 개의 감지기를 각각 실험하였다. LVDT를 끝단에 설치하고 자유 진동으로 인한 변위의 변화를 오실로스코프를 이용하여 입력 과정을 데이터로 저장하였다.

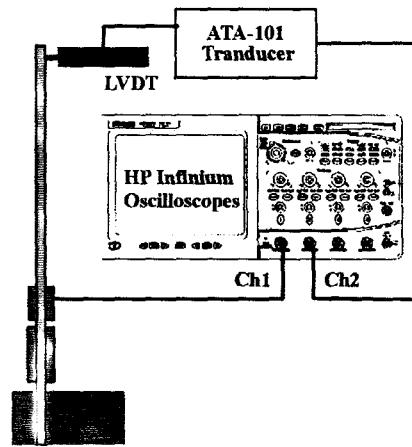
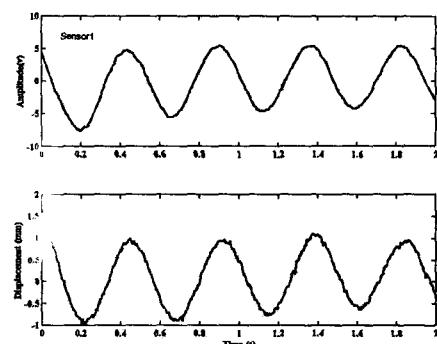


Fig. 5 Experimental Setup.

얻어진 데이터는 Fig. 6과 같으며 (a)는 감지기 1에 대한 LVDT의 입력전압을 보여주며, (b)는 감지기 2에 대한 LVDT의 입력전압을 나타내고 있다. 5V 때 변위가 대략 1mm 임을 알 수 있다.



(a)

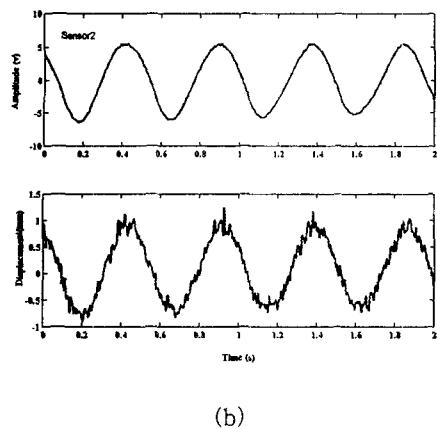


Fig. 6 Time Response

위의 결과들을 토대로 이론식의 영향 행렬들에 대하여 비교할 것이다.

4. 토의 및 결론

본 논문에서는 판 구조물의 이론적인 해석을 위해 가정모드 방법을 이용하여 운동방정식을 유도하였다. 압전작동기와 감지기를 회전시킬 수 있도록하고 그 수에 관계없이 일반화하였다. 향후 미흡했던 실험데이터와의 비교를 통해 이론적인 해석을 수행하여 이론결과를 검증할 예정이다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소 위탁과제(UD010008AD)의 지원에 의하여 이루어졌다. 관계자 여러분께 감사 드린다.

참 고 문 헌

- [1] Fanson, J. L. and Caughey, T. K., 1987, "Positive Position Feedback Control for Large Space Structures," AIAA Journal, Vol. 28, No. 4, April 1990, pp. 717-724

[2] 곽문규, "압전재료를 이용한 지능구조물의 능동진동제어", 한국소음진동공학회지, 제 5권 제 3호, 1995년 9월, pp. 292-302.

[3] 라완규, 곽문규, 윤광준, "압전감지기와 작동기를 이용한 복합재료 격자구조물의 능동진동제어", 한국항공우주학회지, 제25권, 제5호, 1997, pp. 76-85.

[4] 곽문규, 라완규, 윤광준, "PPF와 SRF 조합제어 기법을 사용한 지능구조물의 능동진동제어," 한국소음진동공학회지, 제7권 제5호, 1997, pp. 811-817.

[5] 곽문규, "지능구조물의 능동진동제어를 위한 다중 PPF 제어기와 수정 LQG 제어기의 비교 연구", 한국소음진동공학회지, 제 8권 제 6호, 1998, pp. 1121-1129.

[6] Crawley, E. F., and Lazarus, K. B., "Induced Strain Actuation of Isotropic and Anisotropic Plates," AIAA Journal, Vol. 29, No. 6, 1991, pp. 944-951.

[7] Lazarus, K. B., Crawley, E. F., and Lin, C. Y., "Multivariable High-Authority Control of Plate-Like Active Structures," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 19, No. 6, 1996,

[8] Dimitriadis, E. F., Fuller, C. R., and Rogers, C. A., "Piezoelectric Actuators for Distributed Vibration Excitation of Thin Plates," Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 113, 1991 pp.100-107

[9] Kim, Y. D., Kum, D. J., and Nam, C. H., "Simultaneous Structural/Control Optimum Design of Composite Plate with Piezoelectric Actuators," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 20, No. 6, 1997 pp. 1111-1117

[10] Aliti Chattopadhyay, Haozhong Gu, and Dan, D. D., "Dynamics of Delaminated Composite Plates with Piezoelectric Actuators," AIAA Journal, Vol. 37, No. 2, 1999, pp. 248-254

[11] Falangas, E. T., Dworak, J. A., and Koshigoe, S., "Controlling Plate Vibrations Using Piezoelectric Actuators," IEEE Control Systems, 1994, pp. 34-41