

## 핵연료집합체 지지격자 위치결정을 위한 고유치 민감도해석 Eigenvalue Design Sensitivity Analysis To Redesign Spacer Grid Location In Nuclear Fuel Assembly

●박남규\*·이성기\*\*·김형구\*\*·최기성\*\*·이준노\*\*·김재원\*\*  
Nam-Gyu Park, Seong-Ki Lee, Hyeong-Koo Kim, Ki-Sung Choi, Joon-Ro Lee and Jae-Won Kim

**Key Words :** Nuclear Fuel Assembly(핵연료집합체), Spacer Grid Location(지지격자위치), Eigenvalue Design Sensitivity(고유치 설계민감도), Design Velocity Field(설계속도장).

### ABSTRACT

The spacer grids in nuclear fuel assembly locate and align the fuel rods with respect to each other. They provide axial and lateral restraint against an excessive rod motion mainly caused by coolant flow. It is understood that each rod is supported by multiple spacer grid. In such a case, it is important to determine spacer grid span so as to avoid resonance between the natural frequency of the fuel rods and excitation frequency. Actually dynamic characteristics of the fuel rods can be improved by assigning adequate spacer grid locations. When a dynamic performance of the structure is to be improved, design sensitivity analysis plays an important role as like many structural redesign problems. In this work, a shape design concept, different from conventional design, was applied to the problem. According to the theory shape can be a design parameter and optimal shape design can be found. This study concentrates on eigenvalue design sensitivity of the fuel rod supported by multiple spacer grids to determine optimal spacer grids positions.

### 1. 서 론

핵연료 집합체는 핵분열이 가능한 우라늄과 같은 물질을 저장하여 핵연료를 보호하고 운반에 용이하도록 고안된 기계구조물이다. 핵연료 집합체는 원자로 내에 설치되며, 이러한 핵연료 집합체는 최적의 핵분열 조건을 발휘하기 위하여 통상 길고 가는 다수의 봉에 핵연료를 저장하는 구조로 되어있다. 또한 핵연료봉은 핵연료집합체의 골격체에 여러개의 지지격자를 조립하여 핵연료봉이 외란(external disturbance)에 의해 파손됨을 방지할 수 있는 구조로 설계되었다. 핵연료봉은 노내환경 적응에 적합한 재질로 통상 지르코늄(Zr)합금을 쓴다. 지지격자는 여러개의 격자셀(cell)로 구성되며 각각의 셀은 안쪽에서 스프링 역할을 할 수 있는 형상으로 가공되어 연료봉을 지지할 수 있는 구조이다<sup>(1)</sup>.

핵연료 집합체는 원자로 안의 여러 운전 조건을 고려하여 설계되며 진동학적 견지에서는 냉각수에 의한 유체유발 진동이나 지진을 고려하여 설계되고 있다. 특히 냉각수는 연료봉과 상호작용 하여

주기적인 와류(vortex)의 박리(shedding)를 유발시키며 이러한 외란(disturbance)의 주파수 성분이 핵연료구조물의 특정 고유 진동수에 근접하여 공진 현상을 야기할 수 있다. 이러한 공진 현상은 일반적인 구조물에서도 발견할 수 있으며, 이를 배제하기 위한 노력으로 구조물의 동 특성(dynamic characteristics)을 변화시켜 구조물의 과도한 움직임을 방지하기 위한 노력은 이미 오래 전부터 수행되어 왔다. 이는 재설계(redesign) 분야에서 특히 많은 연구가 이루어 졌으며 통상 원하는 설계의 구현을 위해 필요한 구조물의 질량, 강성 등의 물리적 모델을 구하는 작업으로 구조 동역학적 역 문제에 해당한다<sup>(2,3)</sup>. 재설계의 과정 중 민감도 해석은 구조물의 최적화 설계에 필요한 핵심부분으로 그 중요성으로 인해 많은 연구자들의 노력으로 다양한 기법과 해석을 통하여 발전하였다<sup>(4,5)</sup>.

진동 설계와 관련하여서는 고유치(eigenvalue)의 민감도나 고유 벡터(eigenvector)의 민감도를 기본적으로 필요로 한다. 널리 알려진 Fox, Kapoor<sup>(6)</sup>의 방법은 Nelson<sup>(7)</sup>의 방법에 비해 그 정확도가 떨어지기는 하나 효율적인 과정으로 인해 많이 쓰이고 있다. 또한 연속체의 개념을 적용하여 형상이 변화되는 경우에 대한 고유치의 변화율을 고려할 수 있는 기법이 개발되었고<sup>(8)</sup> 본 연구에서는 이를 기반으로 민감도해석을 수행하였다. 일반적으로 고유치의 변화율은 고유 벡터의 변화량과 관련이 있다고 알려져 있고, Pitarresi, Kunz<sup>(9)</sup>는 진동판의 진동량을 제어하기 위한 최적의 지지점(supporting point)을 찾는 방법에 관해서 Keum, Kwak<sup>(10)</sup>는 경

\* 한전원자력연료㈜

E-mail : nkpark@mail.knfc.co.kr

Tel : (042) 868-1197, Fax : (042) 863-4430

\*\* 한전원자력연료㈜

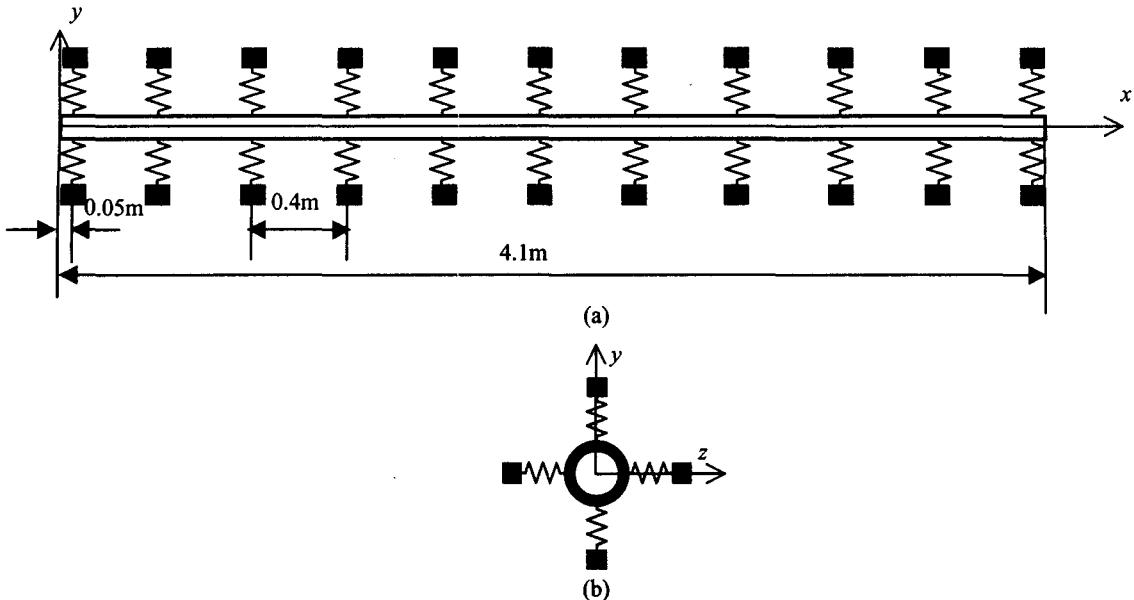


Fig.1 Simplified fuel rod and spacer grid model, (a)front view of the model, (b)cross section view of the model.

계조간의 변화에 대한 스트레스의 강도 변화에 대한 연구를 한 바 있다. 또한 Won, Park<sup>(11)</sup>은 라그랑지 승수를 이용한 고유진동수의 민감도 해석을 통하여 최적의 지지위치와 형상등을 찾는 연구를 하였다.

본 연구는 핵연료봉을 지지하는 지지격자에 대한 위치를 설계변수로 하여 지지격자의 위치변화에 따른 고유치의 민감도를 해석하였다. 통상 형상에 대한 민감도는 구조물의 영역(domain)과 경계(boundary)가 변화하여 발생하며 본 연구에서는 경계의 변화는 없고 영역의 변화만을 고려하여 지지격자 위치에 대한 민감도 해석을 수행할 수 있었다.

## 2. 구조물 모델 및 민감도 해석

### 2.1 운동 방정식

한 개의 핵연료봉은 다수의 지지격자로 구속이 되어있는 구조이며 Fig.1 과 같이 여러 개의 탄성지지를 포함하는 보(beam)로 묘사할 수 있다. 한 개의 지지격자 셀은 4 개의 스프링역할을 하는 구조물을 포함하며 각각 2 개씩 짹을 이루어 두 횡 방향(y,z)으로의 운동을 구속하고 있다. 이 두 쌍의 스프링모델은 같은 형상을 하여 같은 스프링 상수로 묘사할 수 있으며 단면이 일정하고 균질한 물성치를 가정하여 구조물에 발생하는 운동 에너지와 포텐셜 에너지를 구하면 다음과 같다.

$$T = \int_0^t \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} \rho S (\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2) \right) d\Omega dt \quad (1)$$

$$\begin{aligned} V = & \int_0^t \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} EI (u_{1,xx}^2 + u_{2,xx}^2) \right) d\Omega dt \\ & + \int_0^t \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i u_1^2 \delta(x - x_i) \right) d\Omega dt \\ & + \int_0^t \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i u_2^2 \delta(x - x_i) \right) d\Omega dt \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $u_1$ 은 y 축 방향으로의 운동을 의미하며,  $u_2$ 은 z 축 방향으로의 운동을 의미한다. 영역  $\Omega$ 에 대한 적분은 1 차원 적분이다. 또한  $\delta$ 는 Dirac 함수(Dirac delta function)이고, 각 스프링의 위치에 대해서 포텐셜 에너지로 작용한다.  $S, I$ 는 각각 단면적과 단면 2 차모멘트이며  $\rho$ 는 밀도를 뜻한다. N은 지지격자의 개수로 모두 11 개이다. 외력이 없는 경우 변분의 원리(variation principle)에 의한 운동 방정식은 각각 다음과 같음을 알 수 있다.

$$EIu_{1,xxxx} + \rho S \ddot{u}_1 + \sum_{i=1}^N k_i u_1 \delta(x - x_i) = 0 \quad (3)$$

$$EIu_{2,xxxx} + \rho S \ddot{u}_2 + \sum_{i=1}^N k_i u_2 \delta(x - x_i) = 0 \quad (4)$$

이 두 방정식은 두 횡 방향(y, z)의 스프링 상수가 동일한 경우 같은 운동을 묘사하고 있으며 스프링 상수가 동일함을 가정하고 한 방향만 고려하면

$$EIu_{xxxx} + \rho S \ddot{u} + k \sum_{i=1}^N u \delta(x - x_i) = 0 \quad (5)$$

위의 식(5)와 같이 쓸 수 있다. 또한 경계조건은 양단이 자유조건이므로 다음 식(6,7)을 만족해야 한다.

$$u_{,xx}(0)=u_{,xx}(L)=0 \quad (6)$$

$$u_{,xxx}(0)=u_{,xxx}(L)=0 \quad (7)$$

조화운동  $u(x,t)=u(x)e^{j\omega t}$  을 가정하고 운동방정식을 연산자(operator)를 이용하여 정의 하면

$$Au(x)=\lambda Bu(x) \quad (8)$$

위와 같이 식(8)로 나타낼 수 있고 여기서

$$A=EI\frac{d^4}{dx^4}+k\sum_{i=1}^N\delta(x-x_i), \quad B=\rho S, \quad \lambda=\omega^2 \text{ 임을 알}$$

수 있다. 또한 위의 식(8)을 쌍일차(bilinear)의 식(9)로 정리하면 다음과 같고

$$a(y, \bar{y})=\lambda d(y, \bar{y}) \quad (9)$$

여기서  $a(y, \bar{y})$ 는 내적공간(inner product space)에서 정의되는 범함수(functional)이며 변분의 원리에 의해 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a(y, \bar{y}) &\equiv \langle Ay, \bar{y} \rangle = \iint_{\Omega} c(y, \bar{y}) d\Omega \\ &= \int_0^L \left[ EIy_{,xx}\bar{y}_{,xx} + k \sum_{i=1}^N y\bar{y} \delta(x-x_i) \right] dx \end{aligned} \quad (10)$$

$d(y, \bar{y})$ 는 또한 다음과 같다.

$$\begin{aligned} d(y, \bar{y}) &\equiv \langle By, \bar{y} \rangle = \iint_{\Omega} e(y, \bar{y}) d\Omega \\ &= \int_0^L \rho S y \bar{y} dx \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $y$ 는 고유함수(eigenfunction)이며  $\bar{y}$ 는 1 차 경계조건(kinematic boundary condition)을 만족시키는 임의의 함수이다. 위 식(10,11)에서 보듯이  $\bar{y}$ 는 Sobolev  $H^2$  공간에 존재해야 함을 알 수 있다.

## 2.2 민감도 해석

위치변화에 따른 민감도 해석은 형상의 변화에 의한 민감도 해석으로부터 도출 할 수 있고 형상의 변화를 정의하기 위한 설계속도장  $V(x)$ 를 정의해야 한다<sup>(8)</sup>. 설계속도장은 기존 형상이  $\tau$ 의 시간 후에 변화하는 형상변환  $T:x \rightarrow x_{\tau}(x)$ 의  $\tau$ 에 대한 변화량이며 변환  $T$ 에 의한 각 점의 변화는 다음과 같이

$$x_{\tau}=T(x, \tau) \quad (12)$$

식(12)로 주어지며 Taylor 전개에 의해

$$T(x, \tau)=x+\tau V(x) \quad (13)$$

와 같이 쓸 수 있고 여기서  $V(x)$ 는  $\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau}$  이다.

설계속도장의 개념을 적용하여 고유치에 대한 민감도 해석을 수행하면 식(14)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \lambda' &= 2 \iint_{\Omega} \left[ -c(y, \nabla y^T V) + \lambda e(y, \nabla y^T V) \right] d\Omega \\ &+ \int_{\Gamma} \left[ [c(y, \nabla y^T V) - \lambda e(y, \nabla y^T V)] V^T n \right] d\Gamma \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $n$ 은 경계를 따라 수직한 방향을 의미하는 방향 벡터이다. 따라서 위의 식(14)을 식(10,11)의 경우에 적용하면 다음 식(15)와 같다.

$$\begin{aligned} \lambda' &= 2 \int_0^L \left[ -EIy_{,xx}(\nabla y^T V)_{,xx} + \lambda \rho S y (\nabla y^T V) \right] dx \\ &- 2 \int_0^L k \sum_{i=1}^N y (\nabla y^T V) \delta(x-x_i) \lambda dx \\ &+ \left[ EIy_{,xx}(\nabla y^T V)_{,xx} - \lambda \rho S y (\nabla y^T V) \right] V^T n \Big|_0^L \\ &+ \left[ k \sum_{i=1}^N y (\nabla y^T V) \delta(x-x_i) \right] \left( V^T n \right) \Big|_0^L \end{aligned} \quad (15)$$

식(12)로부터 속도장  $V(x)$ 는 최소한  $C^1$  연속인 조건을 요구하며 이를 만족시키기 위해 다음과 같이 지수함수를 도입하였다.

$$V(x)=\exp\left(-\frac{(x-\mu_0)^2}{\sigma_0^2}\right) \Delta x \quad (16)$$

여기서  $\mu_0$ ,  $\sigma_0$ 는 상수이며  $\Delta x$ 는 미소음직임을 의미한다. 세 상수가 각각 1.25, 0.1, 0.01 인 경우 Fig.2 와 같음을 알 수 있다. 또한 위의 속도장은 연료봉 양 끝 단에서 0 으로 수렴하므로 식(15)에서 경계적분은 사라지고 최종적으로

$$\begin{aligned} \lambda' &= 2 \int_0^L \left[ -EIy_{,xx}(\nabla y^T V)_{,xx} + \lambda \rho S y (\nabla y^T V) \right] dx \\ &- 2 \int_0^L k \sum_{i=1}^N y (\nabla y^T V) \delta(x-x_i) dx \end{aligned} \quad (17)$$

식(17)과 같은 설계민감도를 구할 수 있다.

## 3. 수치해석결과

Fig.1에서 보듯이 모두 11 개의 스프링으로 연료봉이 지지되고 있으나 양 끝단의 두 격자위치는 방사선에 의한 조사성장(irradiation growth)을 고려하여 연료봉의 정 위치 확보를 위해 움직임의 제약이 있는 부분으로 본 연구에서는 설계변수에서 제외하였다. 또한 중간 부분의 위치 역시 자중에 의한 처짐 방지를 위해 설계에 제약이 있으므로 설계변수에서 제외하였다. 따라서 8 개의 설계변수를 고려할 수 있으나 4 개씩 서로 대칭을 이루는 구조를 고려하여 한 쪽의 4 위치만을 설계변수로 하였다.

Table 1. Eigenvalue design sensitivity results ( $\lambda' / \Delta\lambda$  : percent value)

	first eigenvalue			second eigenvalue			third eigenvalue		
	$\Delta\lambda$	$\lambda'$	$\lambda'/\Delta\lambda$	$\Delta\lambda$	$\lambda'$	$\lambda'/\Delta\lambda$	$\Delta\lambda$	$\lambda'$	$\lambda'/\Delta\lambda$
D1	8.1	8.92	110.2	18.1	19.6	108.2	-12.8	-12.7	99.3
D2	11.3	12.4	109.5	2.2	2.64	120.0	-27.5	-38.4	103.1
D3	10.3	11.5	111.4	-17.2	-17.9	104.5	-1.4	-1.68	120.0
D4	5.4	6.5	119.6	-17.9	-19.9	111.2	20.7	21.3	102.7

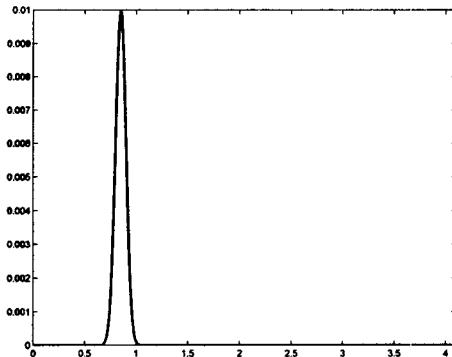


Fig.2 An example of design velocity field

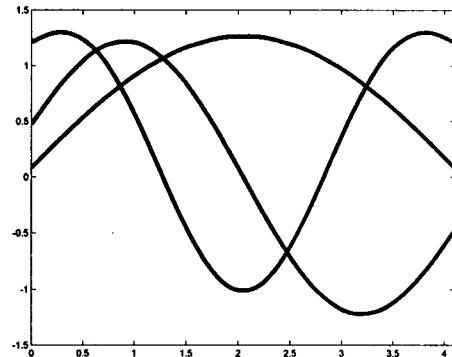


Fig.3 First three mode shapes

핵 연료봉의 재질은 지르코늄 합금이고 연료봉은 핵연료 소결체(pellet)를 장입하여 구성되므로 재질의 불연속이 발생하나 본 연구에서는 이는 무시하여 지르코늄 합금의 물성치를 사용하였다. 그러나 여기서 다루는 주제는 설계민감도이며 핵연료봉은 축 대칭이므로 소결체를 포함한 경우와 같은 경향을 보일 것으로 판단된다. 또한 핵연료봉은 냉각수와 상호작용하여 부가질량이 발생하나 이 역시 본 연구에서는 무시하여 적용하였다. 통상적인 해석 또는 고전적인 민감도해석을 위해서는 많은 수의 요소분할이 필요 없으나 본 연구는 격자위치를 설계변수로 하였으므로 조밀한 요소밀도가 요구된다. 따라서 400 개의 빔요소(beam element)를 사용하여 Fig.1 의 연료봉을 구성하였다.

4 개의 변수를 고려하여 설계민감도 해석에 위한 결과는 Table 1.과 같이 나타나고 있다. 여기서  $\lambda'$ 은 식(17)의 결과이며  $\Delta\lambda$ 는 유한 차분법(finite difference)에 의한 결과이다. 두 결과의 비교는 처음 3 개의 고유치에 대해서 이루어 졌으며 이들 두 값의 비를 계산하였다. 대부분의 경우 10% 이내의 오차를 보이고 있으나 2 번째 변수에서 2 번째 고유치에 대한 결과와 3 번째 변수 3 번째 고유치, 4 번째 변수 첫번째 고유치에 대한 민감도 해석결과는 20%정도의 오차를 보이고 있다. 이는 Fig.3 에서 보듯이 이들 변수의 위치가 각 모드들

에서 기울기가 거의 없는 지역에 위치 함으로써 발생하는 민감도 계산 과정상의 오차로 보인다. 이들 부분은 다른 부분과 비교하여 고유치의 변화량이 매우 작은 지역으로 이들 위치를 변화시켜서 발생하는 이득은 다른 부분에 비하여 매우 작음을 알 수 있다.

이 결과로써 첫번째와 세번째의 고유치의 경우 두번째 설계변수에 의한 영향이 지배적임을 알 수 있고, 두번째 고유치의 경우 나머지 세개의 설계변수가 상대적으로 지배적임을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구는 핵연료집합체를 구성하는 핵연료봉과 지지격자의 상대위치에 대한 고유치의 민감도 해석을 수행하였다. 핵연료봉은 원자로내부에 존재하는 여러가지 가진원에 대한 방진 설계를 고려하여야 하며, 본 연구에서는 지지격자의 위치가 핵연료봉의 고유진동수에 미치는 영향을 분석하기 위한 설계민감도를 구하였다.

핵연료봉을 지지하는 지지격자는 선형스프링으로 가정하여 Dirac 함수를 포함하는 지배방정식을 도출하였다. 연료봉은 환형단면의 보(beam)로 모델하였다. 핵연료봉은 통상 소결체를 감싸는 구조

이므로 물성치의 불연속이 발생하나 축 대칭임을 고려하여 하나의 물성치를 사용했으며 냉각수에 의한 부가질량역시 무시하였다. 부가질량은 일반적으로 고유치를 감소시키는 결과를 일으킬 수 있으나 민감도 해석의 수행에는 지장이 없으므로 본 연구에서는 이를 무시하였다.

설계속도장은 양 끝 단에서 움직임이 없도록 지수함수를 이용하여 정의 했으며, 따라서 경계에서의 적분 수행은 별 필요하였다. 본 연구에서 제안된 민감도를 검증하기 위하여 유한 차분법을 이용하였으며 모드형상의 기울기가 거의 없는 부분을 제외하고 신뢰도 있는 결과를 얻을 수 있었다. 따라서 재설계에 필요한 민감도 해석을 수행하여 최적설계를 구현할 수 있는 설계기반을 마련하였다고 판단된다.

## 후기

본 연구는 “신형 핵연료 상·하단 고정체 개발” 과제의 지원으로 이루어 졌으며 저자들은 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) 김재원 등, 2000, “영광 5,6 핵연료집합체 설계노트”, 한전원자력연료㈜
- (2) Farhat C., Hemez F.M., 1993, "Updating Finite Element Models Using Element by Element Sensitivity Methodology", AIAA, Vol.31(9), pp.1702-1711.
- (3) Bucher I., Braun S., 1993, "The Structural Modification Inverse Problem: An Exact Solution", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol.7(3), pp.217-283.
- (4) Sharp R.S., Brooks P.C., 1988, "Sensitivity of Frequency Response Functions of Linear Dynamic Systems to Vibrations in Design Values", J. Sound and Vibration, Vol.126(1), pp.167-172.
- (5) Adelman H.M., Haftka R.T., 1986, "Sensitivity Analysis of Discrete Structural Systems", AIAA, Vol.24(5), pp.823-832.
- (6) Fox R.L., Kapoor M.P., 1968, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors", AIAA, Vol.6, pp.2426-2429.
- (7) Nelson R.B., 1976, "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives" AIAA, Vol.14, pp.1201-1205.
- (8) Haug E.J., Rousselet B., 1980, "Design Sensitivity Analysis in structural mechanics. II. Eigenvalue Variation", J. Structural Mechanics, Vo.11(1), pp. 67-186.
- (9) Pitarski J.M., Kunz R.J., 1992, "A Simple Technique for The Rapid Estimation of the Optimal Support Locations for a Vibrating Plate", ASME J. Vibration and Acoustics, Vol.114, pp.112-118.
- (10) Keum D.J., Kwak B.M., 1992, "Calculation of Stress Intensity Factors By Sensitivity Analysis With

Respect To Change of Boundary Conditions", Computers and Structures, Vol.44(12), pp.63-69.

(11) Won K.M., Park Y.s., 1997, "Eigenvalue Sensitivity Analysis for a Combined Beam Structure with Varying Constraints", Shock and Vibration, Vol.4(5), pp.341-350.