

다중 다공판 시스템의 음향임피던스와 계산모델에 관한 고찰

°이동훈*· 허성춘**· 허성욱**· 김민배***

An Investigation on the Acoustic Impedances and Estimation Models of Multiple Layer Perforated Plate Systems

D.H. Lee, S.C. Hur, S.W. Heo and M.B. Kim

Key Words: Absorption Coefficient(흡음계수), Acoustic Impedance(음향임피던스), Helmholtz Resonator(헬름홀츠 공명기), Perforated Plate(다공판), Transfer Matrix Method(전달행렬법)

Abstract

In this study, the validity of the acoustic impedance model and the estimation model by electro-acoustic analogy suggested by Maa for predicting the absorptive performance of multiple layer perforated plate systems is investigated. From the comparison between the experiment and calculation for the absorption performance of double layer perforated plate system, the calculated results of using Rao and Munjal's impedance model and transfer matrix method are closer to the experimental values than those of using Maa's impedance model and electro-acoustic analogy. Therefore, in order to apply the acoustic impedance model and the estimation model by electro-acoustic analogy suggested by Maa to the multiple layer perforated plate systems, it is necessary that the suggested acoustic impedance and estimation models should be re-examined.

1. 서 론

다공판 시스템의 흡음성능은 다공판의 음향임피던스와 공통깊이에 좌우된다. 특히 이 중에서 다공판의 음향임피던스는 다공판 시스템의 흡음성을 정확히 예측하는데 있어서 매우 중요한 음향변수의 하나로 취급되고 있다. 다공판 음향임피던스에 관한 연구는 오래전부터 이론적으로나 실험적으로 다수의 음향연구자들에 의해 연구되어 왔으나^(1,2), 실용적 관점에서의 음향임피던스에 대한 대표적인 모델로는 Maa⁽³⁾에 의해 제안된 이론근사식과 Rao와 Munjal⁽⁴⁾에 의해 개발된 실험근사식을 꼽을 수 있다. Rao와 Munjal의 임피던스 모델은 소음기의 성능해석에 관한 연구를 통해 모델의 타당성이 충분히 입증되었다.⁽⁵⁾ 이에 반하여 Maa의 모델은 과장에 비하여 판길이가

짧은 협판내의 음전파에 대한 간략화된 운동방정식의 근사해로부터 도출된 이론근사모델로서 지금까지의 연구결과만으로는 모델의 신뢰성이 분명하게 확인되지 못하였다.

한편 다공판 시스템의 흡음성능은 해석적 방법을 이용하여 계산하거나⁽⁶⁾ 혹은 전기-음향상사로부터 도출된 계산식을 이용하여 예측하는 정도였다.^(3,7,8) 특히 최근까지 발표된 다공판 시스템의 흡음성능에 관한 대부분의 연구에서 전기-음향상사를 이용하여 단일 다공판 시스템의 흡음성능을 계산한 결과는 실험결과와 비교적 잘 일치하는 경향을 보여주었으나, 다중 다공판 시스템의 경우는 두 결과간에 큰 차이를 나타내었다. 그러나 오차로 간주되는 이러한 차이의 발생원인에 대해서는 지금까지의 연구에서 구체적으로 언급된 바 없다.

따라서 본 연구에서는 다중 다공판 시스템의 흡음성능을 Maa에 의해 제안된 다공판의 음향임피던스와 전기-음향회로상사로부터 도출된 계산모델을 이용하여 구한 후, 실험 및 전달행렬법으로 구한 결과들과 상호비교하여 Maa에 의해 제안된 다공판의 음향임피던스와 계산모델에 대한 타당성 여부를 검증하고자 한다.

* 서울산업대학교 기계공학과

** E-mail : Ldh@snut.ac.kr, Tel : 02-970-6331

*** 서울산업대학교 산업대학원 기계공학과

*** (주)엠티엠

2. 음향임피던스와 계산모델

파장에 비하여 길이가 매우 짧고 지름이 작은 관내의 음전파에 대한 운동방정식은 다음과 같다.⁽²⁾

$$j\omega\rho_0u - \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} u \right) = \frac{\Delta p}{t} \quad (1)$$

식 (1)에서 Δp 는 관입출구의 압력차, t 는 관의 길이(즉 다공판 두께), ρ_0 는 공기밀도, μ 는 공기의 점성계수, ω 는 각주파수, $j=\sqrt{-1}$ 그리고 r 는 관중심축으로부터의 반경벡터를 나타낸다. 그리고 식 (1)의 해로부터 구한 관의 단위면적당 평균입자속도 \bar{u} 와 Δp 의 비인 다공판 구멍에 대한 음향임피던스 Z_h 는 다음과 같이 표현된다.

$$Z_h = \frac{\Delta p}{u} = j\omega\rho_0 t \left[1 - \frac{2}{k\sqrt{-j}} \frac{J_1(k\sqrt{-j})}{J_0(k\sqrt{-j})} \right]^{-1} \quad (2)$$

식 (2)에서 $k = d\sqrt{\omega\rho_0/4\mu}$ 이며, d 는 관의 지름 ($= 2r_o$), J_1 은 1차 Bessel 함수 그리고 J_0 는 0차 Bessel 함수이다. 식 (2)는 식 (1)의 엄밀해로서 제한된 k 값에 대해서는 다음과 같은 근사해로 정리될 수 있다.

$$Z_h \rightarrow \frac{4}{3} j\omega\rho_0 t + \frac{32\mu t}{d^2}, \quad k < 1 \quad (3a)$$

$$Z_h \rightarrow j\omega\rho_0 t + 4\mu \frac{t}{d} \sqrt{\frac{\omega\rho_0}{2\mu}} (1 + j), \quad k > 10 \quad (3b)$$

Maa는 다공판 시스템에 적용되는 k 값의 최적범위가 식 (3a)와 식 (3b)의 중간정도임을 고려하여 두 식을 단순히 조합한 다음과 같은 이론근사식을 제안하였다.

$$Z_h = \frac{32\mu t}{d^2} \left(1 + \frac{k^2}{32} \right)^{1/2} + j\omega\rho_0 t \left(1 + \left(3^2 + \frac{k^2}{2} \right)^{-1/2} \right) \quad (4)$$

또 식 (4)를 공기의 특성임피던스 $\rho_0 c$ 와 공극율 σ 를 이용하여 표준화된 고유음향임피던스 z_h 로 나타내면 다음과 같다.

$$z_h = Z_h / (\sigma\rho_0 c) = r_h + jx_h = r_h + j\omega m_h \quad (5)$$

식 (5)에서 r_h 는 임피던스의 레지스턴스 그리고 x_h 는 리액턴스를 나타낸다. 또 관단보정을 식 (5)의 실수부와 허수부에 각각 반영하여 고유음향임

피던스를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$r_h = -\frac{32\mu t}{\sigma\rho_0 cd^2} k_r, \quad k_r = \left[1 + \frac{k^2}{32} \right]^{1/2} + \frac{\sqrt{2}}{32} k \frac{d}{t} \quad (6a)$$

$$x_h = \frac{\omega t}{\sigma c} k_x, \quad k_x = 1 + \left[1 + \frac{k^2}{2} \right]^{-1/2} + 0.85 \frac{d}{t} \quad (6b)$$

식 (6)에서 d 는 다공판의 구멍지름이며, Maa는 식 (6)을 이용하여 다공판 시스템의 흡음성능을 계산하였다. 그러나 Kang과 Fuchs은 구멍에 대한 임피던스뿐만 아니라 판의 임피던스도 함께 고려하여 다공판 시스템의 흡음성능을 계산하였으며, 이 때 판의 고유음향임피던스 z_p 는 다음과 같다.

$$z_p = \frac{r_p + jx_p}{\rho_0 c} = r_p + j\omega m_p \quad (7)$$

식 (7)에서 $m_p = m_s / \rho_0 c$ 이며, m_s 는 다공판의 면밀도(kg/m^2)이다. 또한 Rao 와 Munjal에 의해 개발된 고유음향임피던스는 다음과 같다.

$$z_p = 7.337 \times 10^{-3} (1 + 72.23M) / \sigma + j(2.2245 \times 10^{-5} f(1 + 51t)(1 + 204d)) / \sigma \quad (8)$$

식 (8)은 $0.05 \leq M \leq 0.2$, $0.03 \leq \sigma \leq 0.1$, $1 \leq t \leq 3mm$, $1.75 \leq d \leq 7mm$ 그리고 입사음암 60~95dB 조건에서 실험한 결과에 대한 실험근사식을 뜻하며, t 는 판두께 그리고 M 는 마하수를 가르킨다.

한편 Maa 그리고 Kang과 Fuchs은 Fig. 1에 도시된 전기-음향상사를 이용하여 단일 다공판 시스템의 합성음향임피던스를 구하였다.

$$z = \frac{z_h z_p}{z_h + z_p} + z_D = r + j(x - \cot \frac{\omega l}{c}) \quad (9)$$

식 (9)에서 z_D 는 다공판 배후의 공동에 대한 특성임피던스이며, l 는 공동깊이를 나타낸다. 또 같은 방식으로 이중 다공판 시스템에 대한 합성음향임피던스를 구하면 다음과 같다.

$$z = z_l + \frac{z_{D1}(z_2 + z_{D2}r_l)}{z_2 + z_{D1} + z_{D2}} \quad (10)$$

식 (10)의 결과로 미루어 볼 때, 시스템이 이중 이상의 다중 다공판으로 구성되면 전기-음향회로 상사를 이용한 합성음향임피던스를 구하는 일은

매우 번거롭다는 것을 알 수 있다. 그러나 전달 행렬법⁽¹⁰⁾을 이용하게 되면 다공판 시스템의 흡음 성능은 간단히 계산된다.

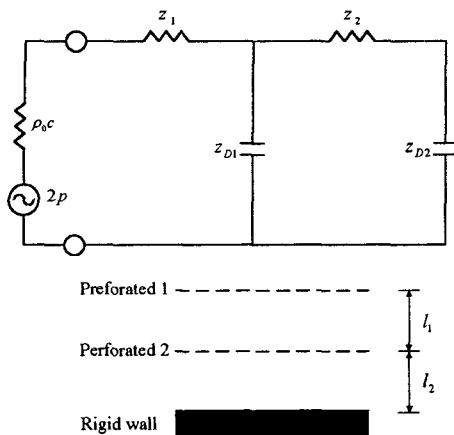


Fig. 1 Equivalent electrical circuit of double layer perforated plate system

이상에서 기술한 전기-음향상사 또는 전달행렬법을 이용하여 구한 합성음향임피던스로부터 수직입사 흡음을 α_n 을 계산할 수 있다.

$$\alpha_n = \frac{4Re(z)}{[1 + Re(z)]^2 + [Im(z)]^2} \quad (11)$$

식 (11)에서 Re 는 임피던스의 실수부 그리고 Im 은 허수부를 의미한다. 특히 식 (11)의 결과에서 보듯이 흡음계수 $\alpha_n=1$ 이 되려면 $Im(z)=0$ 인 공명조건에서 $Re(z)=1$ 이 되어야 함을 알 수 있다.

3. 실험

Fig. 2는 다중 다공판이 설치된 임피던스관과 측정기기에 대한 개략도를 나타낸 것이다. 임피던스관은 60mm x 60mm인 정사각형이며, 길이 1300mm 그리고 두께 10mm인 아크릴판으로 제작하였다. 본 연구에 쓰인 사각형 임피던스관의 등가지름이 67.7mm이므로 고차모드에 의한 차단 주파수를 감안하면, 평면파 음장조건을 유지하는 주파수의 상한범위는 2900Hz가 된다. 흡음계수는 임피던스관의 두 지점에 설치된 두 개의 마이크로폰간의 음향전달함수 측정값으로부터 고유음향 임피던스를 구한 후, 식 (11)에 대입하여 구하였다. 마이크로폰은 1/4인치 압력형 마이크로폰을

사용하였으며, 다공판으로부터 첫 번째 마이크로폰까지의 거리와 두 마이크로폰의 간격은 각각 $x=100\text{mm}$ 그리고 $s=40\text{mm}$ 이다. 실험에 쓰인 다공판의 재질은 알루미늄으로서 $d=t=1\text{mm}$ 일 때 $\sigma=3.14\%$ 인 다공판과 $t=1\text{mm}$ 이고 구멍지름 $d=2\text{mm}$ 일 때 공극율 $\sigma=1.40\%$, $\sigma=3.14\%$ 그리고 $\sigma=5.59\%$ 인 다공판을 제작하였다.

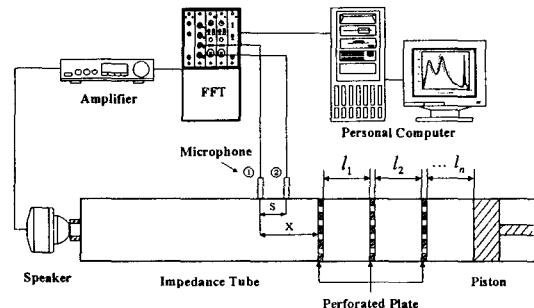


Fig. 2 Experimental setup for sound absorption coefficient measurement.

4. 결과 및 고찰

Fig. 3은 입사음의 음압레벨을 증가시키면서 단일 다공판 시스템의 흡음계수를 측정한 결과이다. 공동깊이 $l=70\text{mm}$, 다공판 두께 $t=1\text{mm}$, 구멍지름 $d=1\text{mm}$ 그리고 공극율 $\sigma=3.14\%$ 이다.

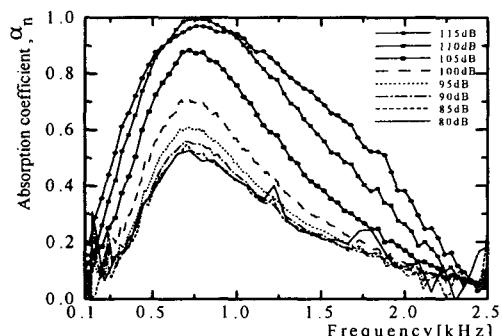


Fig. 3 Measured absorption coefficients of a single perforated plate for various incident sound levels.

도시된 음압레벨은 다공판에 입사된 공진주파수에서의 음압레벨을 뜻한다. 흡음계수의 피크값은 입사음의 음압레벨이 95dB이하인 조건에서는 변화폭이 작지만, 음압레벨이 점차 커질수록 피

크값은 큰 폭으로 증가하다가 다시 감소하는 경향을 갖는다. 다공판 시스템은 일종의 헬륨홀츠 공명기이므로 공명조건에서 흡음계수의 피크값은 다공구멍에서 강한 비선형현상의 야기로 음압세기에 크게 의존하게 된다.

Fig. 4는 구멍지름이 서로 다른 단일 다공판 시스템에서의 음향임피던스의 레지스턴스값을 측정한 결과이다. 횡축은 공진주파수에서의 입사음의 음압레벨 그리고 종축은 공기의 특성임피던스 $\rho_c c$ 로 표준화된 레지스턴스값을 나타낸다. 공동깊이 $l=70\text{mm}$, 다공판 두께 $t=1\text{mm}$, 공극율 $\sigma=3.14\%$ 인 조건에서 구멍지름만을 $d=1\text{mm}$ 와 $d=2\text{mm}$ 로 하였다. 참고로 구멍지름 $d=1\text{mm}$ 일 때의 공진주파수는 720Hz 그리고 구멍지름 $d=2\text{mm}$ 일 때의 공진주파수는 648Hz 이다.

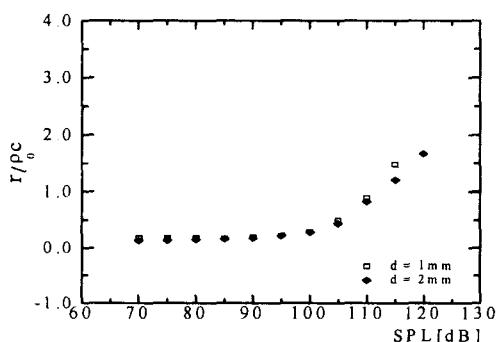


Fig.4 Measured resistance vs. incident sound level for each different hole diameter.

결과에서 레지스턴스값은 입사음의 음압레벨이 증가하더라도 거의 일정하게 되는 선형영역과 증가하는 비선형영역으로 나뉘어 진다. 그러나 선형과 비선형영역의 경계는 구멍지름의 영향을 받지 않으며, 단지 구멍지름이 작은 경우가 큰 경우에 비하여 레지스턴스값이 다소 더 크게 되는 것만이 다르다.

Fig. 5는 서로 다른 공극율을 갖는 단일 다공판 시스템에서의 음향레지스턴스값을 측정한 결과이다. 공동깊이 $l=70\text{mm}$, 두께 $t=1\text{mm}$, 구멍지름 $d=2\text{mm}$ 인 조건에서 다공판의 공극율을 $\sigma=1.4\%$, $\sigma=3.14\%$ 그리고 $\sigma=5.59\%$ 로 변화시켰다. 또 이와 대응하는 공극율 조건에서의 공진주파수는 456Hz , 648Hz 그리고 808Hz 이다. 결과에서 선형영역과 비선형영역의 경계는 입사음의 음압세기뿐만 아니라 공극율 변화와도 밀접한 관련이 있음을 알 수 있다. 특히 선형영역에서 공극율이 감소함에 따라 레지스턴스값의 크기는 점차

증가하는 것을 볼 수 있다.

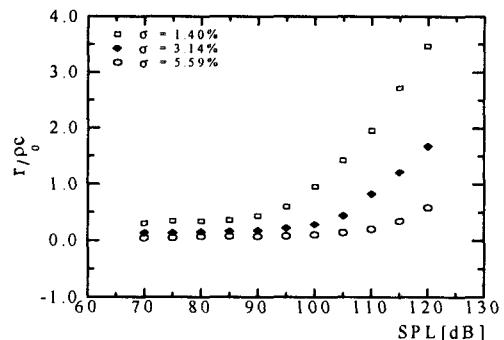
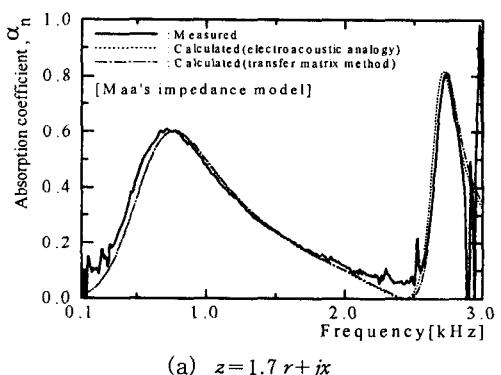


Fig.5 Measured resistance vs. incident sound level for each different porosity.

Fig. 6은 단일 다공판 시스템의 흡음계수를 측정하고 계산한 결과를 비교도시한 것이다. 다공판의 제원과 설치조건은 $\sigma=3.14\%$, $t=1\text{mm}$, $d=1\text{mm}$ 그리고 $l=70\text{mm}$ 이다. 도시된 측정결과는 다공판에 95dB 의 입사음을 입사시키면서 측정한 흡음계수이고, 계산결과는 Maa, Kang과 Fuchs 그리고 Rao와 Munjal의 음향임피던스식을 전기-음향상사와 전달행렬법에 대입하여 구한 흡음계수이다. 도시된 그림 (a)와 그림 (b)의 결과는 입사음 95dB 조건과 일치하는 레지스턴스값을 갖도록 Maa 그리고 Kang과 Fuchs가 제안한 음향임피던스식의 레지스턴스항에 가중치를 곱하여 흡음계수를 계산한 것이다. 가중값은 각 그림의 하단에 제시된 음향임피던스식에 기술되어 있다. 또 그림 (c)의 하단에 도시된 Rao와 Munjal의 음향임피던스식에서는 리액턴스항에 가중값 1.1을 곱하였다. 이것은 식 (8)에 포함된 접선방향의 대류효과를 상쇄시키기 위한 것이다.



(a) $z=1.7 r+jx$

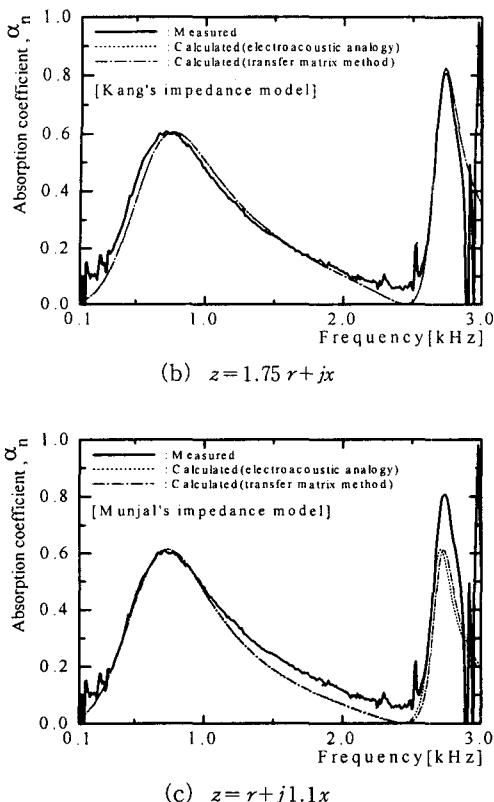


Fig. 6 Measured and calculated absorption coefficients for single layer perforated plate systems.

도시된 결과에서 Rao와 Munjal의 음향임피던스 모델보다 Maa 그리고 Kang과 Fuchs의 음향임피던스 모델을 이용하여 계산한 결과가 측정결과와 더 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 또 동일한 음향임피던스 모델조건에서 계산방식이 다른 전기-음향회로상사와 전달행렬법으로 계산한 흡음계수 결과들은 상호간에 정확히 일치하였다.

Fig. 7은 이중 다공판 시스템의 흡음계수를 계산하고 측정한 결과이다. $t=1\text{mm}$, $d=1\text{mm}$, $\sigma=3.14\%$ 인 다공판 두장을 $l_1=40\text{mm}$ 그리고 $l_2=70\text{mm}$ 에 설치하였다. 측정과 계산조건은 Fig. 6과 같다. 제시된 모든 결과를 음향임피던스 모델관점에서 상호 비교해 보면 Maa 그리고 Kang과 Fuchs가 제안한 음향임피던스식으로 계산한 결과보다는 Rao와 Munjal의 임피던스식을 이용하여 계산한 결과가 측정결과와 더 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 특히 계산모델의 관점에서 비교해 보면 전기-음향회로상사를 이용하여 계산한 Maa 그리고 Kang과 Fuchs의 방법보다는 전달

행렬법으로 계산한 결과가 측정결과와 더 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

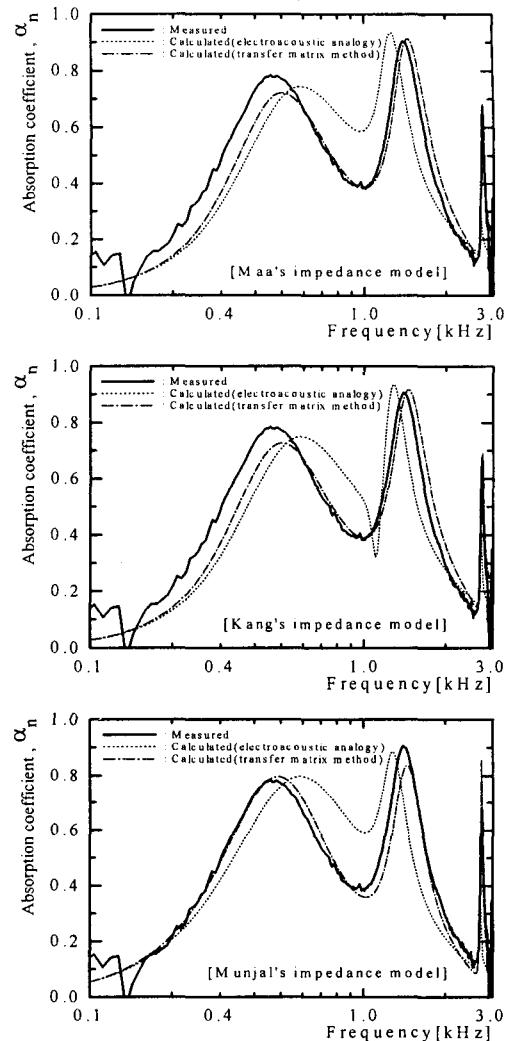


Fig. 7 Measured and calculated absorption coefficients for double layer perforated plate systems.

이상에서 토의한 Fig. 7의 결과를 Fig. 6의 토의결과와 비교해 보면 다소 다른 차이점을 발견할 수 있다. 즉 Fig. 6에 도시된 단일 다공판의 경우는 음향임피던스 모델이 서로 다를지라도 전기-음향회로상사와 전달행렬법으로 구한 계산결과는 서로 일치하였다. 그러나 Fig. 7에 제시된 이중 다공판의 결과에서는 Rao와 Munjal의 임피던스 모델을 이용하여 전달행렬법으로 계산한 결과가 측정결과와 가장 잘 일치하는 것을 알 수

있다. 역으로 Maa 그리고 Kang과 Fuchs의 방식으로 계산한 결과가 측정결과와 잘 일치하지 않는 것은 계산모델에 공동간의 음향연성관계가 반영되어 있지 않기 때문이다. 즉, 이중 다공판 시스템을 음전파에 대한 과동관점에서 보면 다공판-공동-다공판-공동으로 조합된 음향연성계로 이루어져 있음을 알 수 있으나, Maa 그리고 Kang과 Fuchs의 계산모델에서는 이러한 음향연성의 고려없이 첫 번째 공동과 두 번째 공동에 대한 특성임피던스를 동일한 임피던스로 간주하여 계산하고 있다는 것이다. 실제의 경우 깊이 l_2 인 두 번째 공동은 음향학적으로 한쪽이 완전히 막혀 있으나, 깊이 l_1 인 첫 번째 공동은 양쪽이 다공판으로 구성되어 있어서 음향학적으로 한쪽이 완전히 막힌 관으로는 볼 수 없다. 따라서 다중 다공판 시스템의 흡음성능을 보다 정확히 구하기 위해서는 Maa 그리고 Kang과 Fuchs가 전기-음향상사를 토대로 수립한 계산모델의 재검토가 필요하며, 이와 함께 음향임피던스 모델에 관한 개선도 필요하다고 판단된다.

5. 결 론

본 연구에서는 Maa에 의해 제안된 다공판 음향임피던스 모델과 전기-음향회로상사로부터 도출된 계산모델에 대한 타당성을 조사하였으며, 연구결과를 요약정리하면 다음과 같다.

- 1) 단일 다공판의 결과에서는 Rao와 Munjal의 음향임피던스 모델보다 Maa 그리고 Kang과 Fuchs의 음향임피던스 모델을 이용하여 계산한 결과가 측정결과와 더 잘 일치하는 것을 알 수 있었다. 또 전기-음향회로상사와 전달행렬법으로 구한 계산결과는 서로 일치하였다.
- 2) 그러나 이중 다공판의 결과에서는 Rao와 Munjal의 임피던스 모델을 이용하여 전달행렬법으로 계산한 결과가 측정결과와 더 잘 일치하였다. 따라서 Maa 그리고 Kang과 Fuchs가 제안한 음향임피던스 모델과 계산방법을 다중 다공판으로 확대적용하기 위해서는 임피던스 모델과 계산모델에 대한 재검토가 필요하다.
- 3) 다공판 시스템은 일종의 헬름홀츠 공명기이므로 흡음성능은 입사음의 음압레벨에 크게 좌우되었다. 특히 입사음의 음압레벨을 변화시키면서 측정한 음향레지스턴스 결과로부터 선형과 비선형 경계를 분명히 확인할 수 있었으며, 음향레지스턴스값은 입사음의 음압레벨뿐만 아니라 공극을

변화와도 매우 강한 의존성이 있음을 알았다.

참고문헌

- (1) Ingard, U., 1967, "Acoustic Nonlinearity of an Orifice," *J. Acoust. Soc. Am.*, 42(1), pp.6-17.
- (2) Melling, T.H., 1973, "The Acoustic Impedance of Perforates at Medium and High Sound Pressure Levels," *Journal of Sound and Vibration*, 29(1), pp.1-65.
- (3) Maa, D.Y., 1998, "Potential of Microperforated Panel Absorber," *J. Acoust. Soc. Am.*, 104(5), pp.2861-2866.
- (4) Rao, K.N. and Munjal, M.L., 1986, "Experimental Evaluation of Impedance of Perforates with Grazing Flow", *Journal of Sound and Vibration*, 108(2), pp.283~295.
- (5) 권영필, 이동훈, 방정환, 1992, "다공형 배기소 음기의 성능에 관한 연구," *한국자동차공학회 논문집*, 제14권, 제6호, pp.48-59.
- (6) Hufges, I.J. and Dowling, A.P., 1990, "The Absorption of Sound by Perforated Linings," *J. Fluid Mech.*, Vol. 218, pp.299-335.
- (7) Shenoda, F.B., 2001, "Non-Dissipative Geometric Wide-Band Sound Absorber," 17th International Congress on Acoustics sponsored by JASA, USA.
- (8) Tronchin, L., 2001, "Normal Incidence Absorption Coefficient of Rigid Perforated Screens," 17th International Congress on Acoustics sponsored by JASA, USA.
- (9) Kang, J. and Fuchs, H.V., 1999, "Predicting the Absorption of Open Weave Textiles and Micro-Perforated Membranes Backed by an Air Space," *Journal of Sound and Vibration*, 220(5), pp.905-920.
- (10) 허성준, 이동훈, 권영필, 2001, "전달행렬법에 의한 다중 다공판 흡음시스템의 흡음계수 예측", *한국소음진동공학회 추계학술대회 논문집*, pp.653~658.