

## GA와 러프집합을 이용한 퍼지 모델링

주용석, 이철희  
강원대학교 전기공학과

## Fuzzy Modeling by Genetic Algorithm and Rough Set Theory

Yong-Suk Joo, Chul-Heui Lee  
Dept. of Electrical Engineering, Kangwon National University  
E-mail : rdragons@kebi.com

### Abstract

In many cases, fuzzy modeling has a defect that the design procedure cannot be theoretically justified. To overcome this difficulty, we suggest a new design method for fuzzy model by combining genetic algorithm(GA) and rough set theory. GA, which has the advantages is optimization, and rule base. However, it is some what time consuming, so are introduce rough set theory to the rule reduction procedure. As a result, the decrease of learning time and the considerable rate of rule reduction is achieved without loss of useful information. The proposed algorithm is composed of three stages; First stage is quasi-optimization of fuzzy model using GA(coarse tuning). Next the obtained rule base is reduced by rough set concept(rule reduction). Finally we perform re-optimization of the membership functions by GA(fine tuning). To check the effectiveness of the suggested algorithm, examples for time series prediction are examined.

### 1. 서론

일반적으로 퍼지 모델링은 다양한 비선형 시스템을 기술하고 제어하는데 많이 이용된다. 일반 퍼지 언어 규칙을 이용한 퍼지 모델은 시스템의 정성적 동작특성을 인간이 쉽게 이해할 수 있을 뿐만 아니라, 시스템의 동작 특성을 선형화 모델링 방법에 비해 간단하게 언어적 규칙에 의해 표현할 수 있다는 장점을 갖고 있다. 그러나, 퍼지 제어기의 구성에 있어 어려운 점은 전문가의 지식이나 경험을 바탕으로 설계되는 규칙 기반의 구성이다.[1] 이러한 어려움을 보완하기 위해 제어 규칙들을 자동으로 생성할 수 있는 방법들에 대한 연구가 최근에 활발히 진행되고 있다. 이러한 연구들은 신경망과의 융합[2][3]을

통한 규칙의 자동생성, 자기동조[4][5]에 의한 자동 생성 방법과 자연계의 진화이론을 바탕으로 이루어진 유전 알고리즘(genetic algorithm: GA)[6][7]를 이용한 규칙의 생성과 소속함수 최적화로 대분할 수 있다.

신경망과의 융합방식은 학습신호의 효과적인 결정이 어렵고, 국부 최적해에 빠지기 쉬운 단점이 있으며, 이는 설계자의 경험에 대한 의존성을 말해주고 있는 것이다. 자기동조 방식은 성능지수를 정하는 기준이 전문가의 경험과 지식에 의하게 되므로 이 또한 그리 효율적인 방식이라고 할 수 없다. 자연계의 진화에 바탕을 둔 유전 알고리즘은 규칙 기반과 소속 함수의 최적화면에서는 좋은 성능을 나타내지만, 두 가지를 동시에 최적화하는데는 검색 범위가 넓어 수렴속도가 느리게 되는 단점이 생기게 되며, 규칙 기반의 감축이라는 측면에서는 그리 좋은 효과를 거두기가 어렵게 된다.

본 논문에서는 최적화된 퍼지 시스템을 얻기 위해 최적화에 장점을 가진 유전 알고리즘을 이용하는 한편, 유전 알고리즘의 수렴속도에 많은 영향을 미치게 되는 규칙 기반의 감축에는 불충분하거나 일관성이 없는 정보로부터 지식을 추출하는데 있어 효과적인 기법중의 하나인 러프집합[8]을 이용하여 유전 알고리즘의 수렴속도 향상과 더불어 효과적인 지식 기반의 감축이라는 효과를 얻을 수 있도록 하였다.

제안된 방법은 세 개의 단계로 구성되어져 있다. 첫 번째 단계에서는 유전 알고리즘을 이용하여 입·출력 소속 함수와 규칙기반의 준 최적화가 이루어지게 되며(coarse tuning), 두 번째 단계에서는 준 최적화된 규칙 기반을 러프집합을 이용하여 감축하게 된다. 마지막 단계에서는 다시 한번 유전 알고리즘을 이용하여 감축된 규칙 기반의 입·출력 소속함수에 대한 미세 동조(fine tuning)가 이루어지게 된다.

이로써 큰 폭의 규칙기반 감축을 얻어 낼 수 있으며

유전 알고리즘의 수렴속도 또한 크게 향상시킬 수 있게 된다.

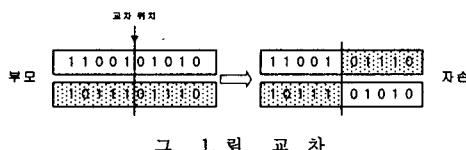
## 2. 유전 알고리즘과 러프집합

### 2.1. 유전 알고리즘

유전 알고리즘의 본질적인 동작 원리는 자연 선택과 유전론에 근거한 것이다. 유전 알고리즘을 이용하여 문제를 푸는 경우, 각 개체는 풀고자 하는 문제의 해에 관련한 정보를 가지며 이는 일련의 비트, 정수, 혹은 실수 스트링으로 표현이 된다. 이러한 스트링은 염색체(chromosome)라고 불려진다. 각 개체가 풀고자 하는 문제에 얼마나 적합한지는 적합도(fitness)에 의해 평가되며 이 적합도에 따라 집단 내에서 그 개체의 생존 여부가 결정이 된다. 일반적으로 적합도는 풀고자하는 문제에 관련된 목적 함수에 의해 결정되며 주로 목적 함수의 지수나 역수 형태를 취한다. 이러한 개체들의 모임인 개체군을 세대(generation)라고 하며 유전 알고리즘은 이 개체군에 대해 선택(selection), 교차(crossover), 돌연변이(mutation) 연산자를 사용하여 최적해를 탐색해 간다.

1) 선택 연산자 : 선택 연산자는 각 개체의 적합도를 이용하여 다음 세대를 위한 집단을 새로이 생성하는 연산을 말한다. 적합도란 목적함수 값에 적당한 함수를 도입하여 그 차이를 확대시킨 값으로 이러한 과정을 스케일링(scaling)이라고 부른다. 이 연산자를 통해 보다 높은 적합도를 갖는 스트링이 이후의 세대에서 더 많은 자손(offspring)을 갖게 된다. 2개의 스트링이 재생을 위해 선택되면, 스트링의 복제가 이루어지고 복제된 스트링은 다음의 유전 연산을 위해 교배 위치에 놓이게 된다.

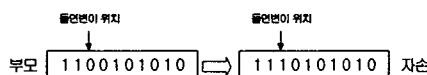
2) 교차 연산자 : 교차는 두 부모 스트링을 적절히 조합하여 새로운 자손을 생성하는 연산을 말한다.



그 1. 험 교 차

높은 교배확률은 더 넓은 해 영역을 탐색할 수 있게 하며 따라서 국부 최적점에 빠질 위험을 감소시킨다.

3) 돌연변이 연산자 : 돌연변이는 스트링내의 유전자를 임의로 변화시키는 연산을 말한다. 만약 돌연변이가 없다면 초기 염색체의 조합 이외의 공간은 탐색할 수 없으며, 결국 원하는 최적해를 구할 수 없을 것이다.



그 2. 험 돌 연 변이

따라서 돌연변이는 염색체의 패턴(schemata)을 전환시키는 역할을 하게 되며 이에 따라 탐색공간이 변경되어 전역 최적해를 구할 수 있는 것이다.

만약 돌연변이의 확률이 너무 높으면 임의 탐색과 비슷한 경향을 보이며 너무 낮으면 국부 최적점에 수렴할 우려가 있으므로 신중히 선택해야 한다.

### 2.2. 러프집합

Pawlak에 의해 제안된 Rough Set은 테이터의 불확실성을 다루기 위한 수학적 이론으로 집합의 상한 근사(upper approximation)와 하한 근사(lower approximation)에 대한 정의에서 출발하여 Rough Fuzzy 제어, 모델링과 시스템 동정(identification), 실험 테이터로부터의 규칙 발견 등에 이용되고 있다.

#### 2.2.1 식별불가능성(Indiscernibility)

모든  $a \in A$ 에 대하여,

$$x I_B y \text{ if and only if } a(x) = a(y) \quad (1)$$

여기서  $a(x)$ 는  $x$ 에 대한 속성값  $a$ 를 나타낸다.  $I_B$ 는 동치관계(equivalence relation)이며,  $I_B$ 의 모든 동치류들의 집합은  $U/I_B$  혹은 간단히  $U/B$ 로 나타내고,  $x$ 를 포함하는  $I_B$ 의 동치류는  $B(x)$ 로 표현한다.

#### 2.2.2 근사화(Approximation)

부분집합  $X \subseteq U$ 와 동치관계  $B \in U/I_S$ 을 써서 두 집합  $B$ -하한근사와  $B$ -상한근사를 각각 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} B_*(X) &= \bigcup_{x \in X} \{B(x) : B(x) \subseteq X\} \\ B^*(X) &= \bigcup_{x \in X} \{B(x) : B(x) \cap X \neq \emptyset\} \end{aligned} \quad (2)$$

집합  $BN_B(X) = B^*(X) - B_*(X)$ 은  $X$ 의  $B$ -경계영역(boundary region)이라 부른다.

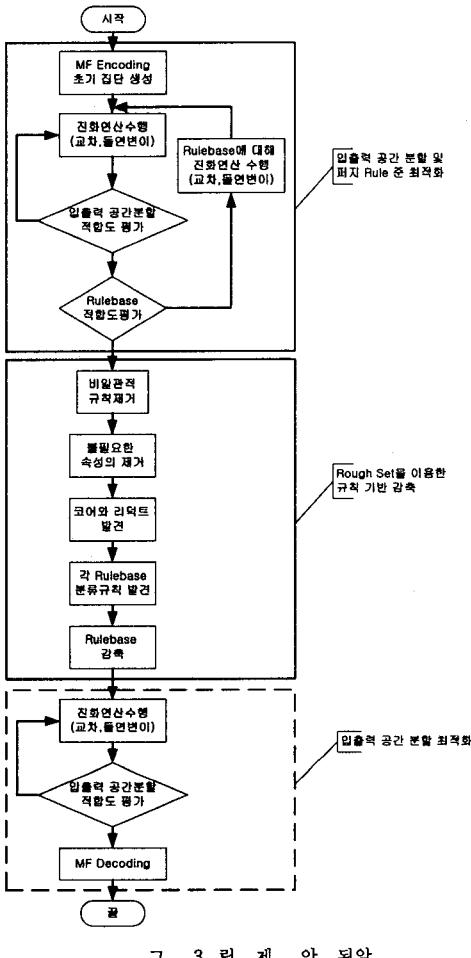
#### 2.2.3 리덕트(reduct)와 코어(core)

$Q \subseteq P$ 가 독립이고  $U/I_Q = U/I_P$ 이면  $Q$ 는  $P$ 의 리덕트(reduct)라 하고  $P$ 는 여러 개의 리덕트를 가질 수 있다.  $P$ 내의 모든 필요 불가결한 관계들의 집합을  $P$ 의 코어(core)라 하고 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$CORE(P) = \bigcap RED(P) \quad (3)$$

#### 3. GA와 러프집합을 이용한 퍼지 모델링

본 논문에서는 퍼지 시스템에 대한 최적 표현을 찾기 위해 유전 알고리즘을 적용하였으며, 유전 알고리즘의 수행속도에서 많은 비중을 차지하게되는 규칙기반의 감축에 러프집합을 이용함으로써 유전 알고리즘의 수렴속도의 향상과 더불어 정보의 손실 없는 규칙기반의 효과적인 축소라는 장점이 생기게 된다. 이를 위하여 유전 알고리즘을 거친 동조와 최적 동조의 두 가지 단계로 구분하였다. 제안된 알고리즘은 그림 3에서와 같이 세 개의 단계로 구성되어져 있다.



그 3. 림 제 안 된 알

- 1 단계 : 입출력 소속함수 및 규칙기반의 거친 동조
- 2 단계 : 규칙 기반의 감축
- 3 단계 : 입출력 소속함수의 미세 동조

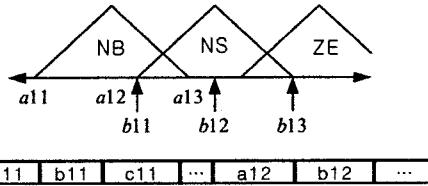
### 3.1 입출력 소속함수 및 규칙기반의 준 최적화

첫 단계에서는 GA를 이용하여 폐지 시스템의 준 최적화를 수행한다. 이때는 GA의 수행 시간 단축을 위하여 대략적인 최적화를 수행한다. 이 과정에서는 입출력 공간 분할뿐만 아니라 폐지 규칙기반의 최적화도 이루어지게 된다. 이때는 초기의 최적화로서 정확한 값이 아닌 대략적인 값을 찾아 빠른 속도로 수렴하게 된다. 이때 소속함수 및 규칙기반에 대한 염색체의 돌연변이는 최적해를 찾는 검색 범위를 넓혀주게 되며 다음과 같은 과정에 따른다.

#### 단계1) 소속함수와 규칙 기반 코딩 및 초기 집단 생성

폐지 집합  $F$ 는 소속함수  $\mu_F(u)$ 에 의하여  $F = \{(u, \mu_F(u)) | u \in U\}$ 와 같이 나타내어진다. 각 입출력 소속함수는 그림 4에서와 같이 나타내지며, 각 파라미터들이 그림

과 같은 형태로 코딩된다.



그 4. 림 소 속 합 수 에 대

규칙 기반의 코딩은 그림 5와 같은 형태를 따르게 된다.

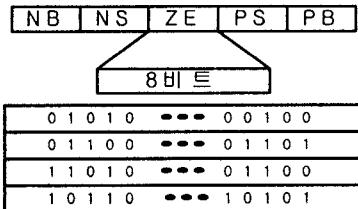


그림 5. 규칙에 대한 염색체 코딩

염색체 코딩된 규칙 기반은 식(4)에 의하여 정의 영역 사이의 실수( $P_j$ )로 디코딩 된다.

$$P_j = P_{\min} + \frac{bival}{2^{m-1}} \times (P_{\max} - P_{\min}) \quad (4)$$

여기서  $bival$ 은  $m$ 비트 이진 스트링에 대한 실수 값이고,  $P_{\max} \cdot P_{\min}$ 은 정의 구역의 최대·최소 값이다.

이를 바탕으로 랜덤한 초기 집단을 생성하거나 제약 조건이 있다면 그 조건에 따라 초기 집단을 생성하게 된다.

#### 단계 2) 유전 연산자를 이용한 자손 생성

교차 및 돌연변이 등의 연산자를 이용하여 부모 세대로부터 자손 세대를 생성하게 된다.

#### 단계 3) 적합도 함수를 이용한 개체 선택

개체군내의 염색체로 표현된 각 개체에 대해서 유전 알고리즘을 적용하기 위해서는 폴고자하는 문제에 대해 그 개체가 어느 정도 적합한가를 평가하는 적합도 함수를 사용한다. 적합도 함수는 폴고자하는 문제에 따라 특별하게 결정되며, 본 논문에서는 식(5)과 같은 형태를 사용한다.

$$p_i(x) = \frac{1}{\varepsilon_i(x)} \text{ or } p_i(x) = \varepsilon_i(x)^2 \quad (5)$$

$p(x)$ : 적합도,  $\varepsilon(x)$ : 목적함수

적합도 함수의 형태에 따라 적합도 값이 크거나 작은 개체군이 다음 세대를 만들기 위한 부모 세대로 선택되게 된다.

단계 4) 원하는 최적해를 얻을 때까지 단계 2,3의 과정을 반복한다.

### 3.2 규칙 기반의 감축

두 번째 단계에서는 첫 번째 단계에서 수행되어진 결과를 가지고 정보로부터 지식을 추출하는데 있어 효과적인 방법으로 사용되는 러프집합을 이용하여 규칙 기반을 감축하게 된다. 이렇게 함으로써 GA를 이용하여 규칙 기반을 최적화하는데 드는 시간을 절약 할 수 있으며, 많은 규칙 기반의 감축이라는 효과를 가질 수 있다.

러프집합 이론에서는 시스템의 특성이 표1과 같이 세로축의 각 데이터 즉, 객체(object)와 가로축의 속성(attribute)으로 구성된 의사결정표에 의하여 표현된다.

표 5. 러프집합에서의 의사결정표

속성 개체 \	X1	X2	X3	output
R1	NB	<b>NB</b>	NB	PB
R2	NB	<b>NB</b>	ZE	PB
R3	NS	NS	NB	PS
R4	NB	NS	NB	PS
<b>R5</b>	<b>NB</b>	NS	PB	NE
R6	NB	NS	PB	NS

NB: Negative Big, NS: Negative Small, ZE: Zero, PS: Positive Small, PB: Positive Big

위의 표에서 진하게 칠해진 부분은 비일관적인 데이터로서 규칙의 감축과정에서 R5와 R6은 삭제되며 굵은 색의 글씨는 코어를 나타낸다. 이때 코어와 리덕트의 선택에 따라 R1에서부터 R4까지의 모든 규칙 기반이 선택될 수도 있으며, 표 2에서와 같이 두 개의 규칙 기반만이 선택될 수도 있다. 따라서 효과적인 규칙 기반 감축을 위하여 코어와 리덕트의 선택이 중요하다.

표 6. 표 1의 감축 결과

속성 개체 \	X2	X3	output
R2	NB	ZE	PB
R3	NS	NB	PS

### 3.3 입출력 소속함수의 미세 동조

마지막 단계에서는 두 번째 단계의 결과를 가지고 규칙 기반을 제외하고 입·출력 공간 분할 최적화를 단계 1의 과정에 따라 수행하게 된다. 이때는 첫 번째 단계에서의 입·출력 공간 분할 때와는 다르게 미세하게 최적화를 검색하여 찾게 되며, 이 과정동안에는 제약 조건이 부과되게 된다. 제약 조건의 부여 방법으로는 식(6)과 같이 주어지는 벌칙방법(penalty method)을 사용하였다.

$$F_{\text{penalty}} = \sum_{i=1}^n C_i \quad (6)$$

여기서  $C_i$ 는 벌칙 계수,  $F_{\text{penalty}}$ 는 벌칙 값이며, 벌칙값을 활용함으로써 유전 알고리즘의 수렴 시간 및 정확도를 향상시킬 수 있다.

### 4. 결론

퍼지 모델은 언어적 규칙에 의해 시스템의 특성을 표현함으로써 비선형 시스템이나 복잡한 시스템의 모델링에 매우 유용하나, 규칙 생성이나 소속함수의 설정 등에 체계적이고, 효율적인 접근이 어려운 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 이에 대한 해결책으로 유전 알고리즘과 러프집합을 이용한 최적 퍼지 모델링 기법을 제안하였다. 유전 알고리즘을 활용하여 거친 동조와 미세 동조의 2단계로 시스템에 대한 최적 퍼지 모델을 구성하도록 하였으며, 유전 알고리즘만에 의한 규칙 기반 최적화시 발생되는 문제인 수렴시간의 단축을 위하여 거친 동조 단계 이후에 러프집합을 이용하여 정보의 유실없이 효과적인 규칙의 감축이 이루어지도록 하였다. 이로 인하여 유전 알고리즘으로는 얻기 힘든 큰 폭의 규칙기반 축소를 가져올 수 있으며 전체적인 수렴속도 또한 향상 되게 된다.

제안된 방법을 퍼지 시스템을 이용한 시계열 데이터 예측에 적용하여 타당성을 검토하였으며, 제안된 방법은 퍼지 제어기 설계, 데이터 마이닝 등에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

### 【참고문헌】

- [1] George J. Klir and Bo Yuan, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and Applications* Prentice-Hall, 1995
- [2] Shin-ichi Horikawa et al, "A fuzzy controller using a neural network and its capability to learn control rules," Proceedings of the International Conference on Fuzzy Logic & Neural Networks, pp.103-106, 1990.
- [3] Hideyuki TAKAGI, "Fusion technology of fuzzy theory and neural networks-survey and future directions," Proceedings of International Conference on Fuzzy Logic & Neural Networks, pp. 13-26, 1990.
- [4] Shihuang SHAO, "Fuzzy self-organizing controller and its application for dynamic processes," *Fuzzy Sets and Systems* 26, pp.151-164, North-Holland, 1988.
- [5] C.G. Moore and C. J. Harris, "Aspects of Fuzzy Control and Estimation", *Advances in Intelligent Control*, pp. 201-242, 1994.
- [6] Jeffery R. Layne and Kevin M. Passino, "Fuzzy Model Reference Learning Control for Cargo Ship Steering", Proceedings of the 1993 international Symposium on Intelligent Control, pp. 457-462, 1993
- [7] C. G. Moore and C. J. Harris, "Aspects of Fuzzy Control and Estimation", *Advances In Intelligent Control*, pp. 207-242, 1994
- [8] Z. Pawlak, "Rough Sets", *Int. J. of Computer and Information Sciences*, 11, pp.341-356, 1982.