

지능 최적 알고리즘을 이용한 전기임피던스 단층촬영법의 영상복원

김호찬, 부창진, *이윤준

제주대학교 공과대학 전기공학과, *제주대학교 공과대학 에너지공학과

E-mail : hckim@cheju.ac.kr

Intelligent Optimization Algorithm Approach to Image Reconstruction in Electrical Impedance Tomography

Ho Chan Kim, Chang Jin Boo, *Yoon Joon Lee

Dept. of Electrical Engineering, Cheju National University,

*Dept. of Energy Engineering, Cheju National University,

E-mail : hckim@cheju.ac.kr

Abstract

In electrical impedance tomography(EIT), various image reconstruction algorithms have been used in order to compute the internal resistivity distribution of the unknown object with its electric potential data at the boundary. Mathematically the EIT image reconstruction algorithm is a nonlinear ill-posed inverse problem. This paper presents two intelligent optimization algorithm techniques such as genetic algorithm and simulated annealing for the solution of the static EIT inverse problem. We summarize the simulation results for the three algorithm forms: modified Newton-Raphson, genetic algorithm, and simulated annealing.

I. 서론

미국 위스콘신 주립대학의 Webster 박사에 의해서 제안된 전기 임피던스 단층 촬영법(electrical impedance tomography; EIT)은 미지의 내부저항률(resistivity) 분포를 갖는 물체 주위에 특수하게 제작된 전극을 여러 개 배치하고 적절하게 설계된 전류를 주입하여 이에 따른 인가전압을 물체 경계에서 측정한 후 이를 근거로 EIT의 저항률 복원 알고리즘에서 물체 내부의 미지의 저항률 분포를 재구성하는 기술이다 [1].

EIT의 영상복원(image reconstruction)은 크게 다음 두 가지 계산과정의 반복 연산으로 구성된다. 첫 번째 과정은 표적의 경계면에서 여러 개의 전극을 통하여 전류를 주입하고 저항률의 함수로써 경계면에 유기되는 전압을 구하는데, 이를 정문제(forward problem)라고 한다. 두 번째 과정은 역으로 경계면에 유기된 전압값을 이용하여 표적내부의 저항률 분포를 추정하여

표적의 영상을 복원하는데, 이는 비선형성과 ill-conditioning 현상 등이 수반되는 상당히 난해한 역 문제(inverse problem)에 해당한다. EIT의 영상복원 알고리즘에는 주로 backprojection방법, perturbation 방법, double constraint 방법 Newton-Raphson 방법등이 있으며, 특히 Yorkey등 [2]은 복원 알고리즘들을 비교 분석하여 mNR(modified Newton-Raphson; mNR) 방법이 다른 알고리즘에 비해 수렴 속도, 잔류오차(residual error)등의 측면에서 비교적 좋은 성능을 나타낸다고 발표하였다. 그러나 실제 상황에서 mNR 방법은 비선형 특성의 선형화에 따른 모델링 오차, 측정전압의 낮은 신호대잡음비율(SNR) 및 Hessian 행렬의 부정치성(ill-posedness) 특성을 때문에 만족스러운 영상을 얻기가 쉽지 않다. Vanuhkonen [3]은 Tikhonov regularization 방법과 subspace regularization 방법을 사용하여 부분적으로 좋은 결과를 얻었다. 목적함수를 미분하여 매개변수를 구하는 mNR 방법을 이용하여 영상복원을 수행할 때, 저항률이 연속적으로 변하는 경우는 영상복원 성능이 우수하지만 불연속적으로 저항률이 분포되어 있는 경우는 실제값과는 다른 값으로 수렴할 수 있다.

본 논문에서는 Hessian등을 직접 계산하여 사용하는 mNR 방법과 Hessian 등을 직접 사용하지 않고 목적함수 값만을 이용하는 지능 최적화 방법인 유전 알고리즘(genetic algorithm; GA)과 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing; SAN) 방법 등을 사용하여 EIT의 영상복원을 수행하도록 하며 제시된 알고리즘의 성능을 시뮬레이션을 통해 비교 분석하도록 한다.

II. EIT 영상복원 알고리즘

2.1 정문제의 풀이

표적의 경계면에서 여러 개의 전극을 통하여 전류를

주입하고 이미 알고 있는 저항률의 경계면에 유기되는 전압은 다음과 같이 Neumann 형의 경계조건을 갖는 비선형 라플라스방정식으로 기술되며, 다음과 같은 완전전극모델(complete electrode model)로 표현된다.

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla u \right) = 0 \quad (1)$$

$$u + z_l \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \nu} = U_l, \quad x \in e_l, \quad l=1,2,\dots,L \quad (2)$$

$$\int_{e_l} \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \nu} = I_l, \quad x \in e_l, \quad l=1,2,\dots,L \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0, \quad x \in \partial \Omega \setminus \bigcup_{l=1}^L e_l \quad (4)$$

여기서 u , ρ , z_l , U_l , ν , L 은 각각 내부 전압, 저항률(resistivity), 전극과 내부와의 접촉저항률, 전극에서의 전압법선벡터, 전극 수를 나타낸다. 해의 존재성과 유일성을 보장하기 위하여 다음과 같은 주입 전류와 측정 전압에 대한 조건을 부가한다.

$$\sum_{l=1}^L I_l = 0, \quad \sum_{l=1}^L U_l = 0 \quad (5)$$

위의 Neumann 형의 경계조건을 갖는 비선형 라플라스방정식의 해석적(analytical)인 해는 구하기가 매우 어려우므로 본 논문에서는 다음 그림 1과 같이 주어진 메쉬를 통한 FEM을 사용하였다.

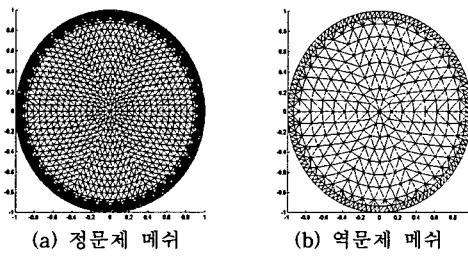


그림 1. 정문제와 역문제에 대한 FEM 메쉬

2.2 영상복원 알고리즘

영상복원으로 표현되는 역문제의 풀이는 경계면에 유기된 전압값을 이용하여 표적내부의 저항률 분포를 추정하여 표적의 영상을 복원하는데 다음과 같은 mNR 방법, GA 방법, SA 방법을 사용하도록 한다.

(1) mNR 방법

표적 내부의 저항률이 변하지 않고 고정된(static) 영상을 복원하기 위하여, 다음과 같이 주어지는 목적 함수를 최소화하는 저항률 분포 ρ 를 찾는다

$$\Phi(\rho) = \frac{1}{2} [V_M(\rho) - U_M]^T [V_M(\rho) - U_M] \quad (6)$$

여기서 $V_M(\rho) \in R^{LP}$ 는 현재의 가정된 저항률 분포 ρ 에서 FEM을 사용하여 P개의 모든 입력 전류 패턴에 대하여 계산 된 전극에서 유기된 모든 전압값이고, $U_M = [v_1, v_2, \dots, v_p]^T \in R^{LP}$ 은 모든 전류패턴에

대해 측정된 전극에서 유기된 모든 전압값이다. 따라서 다음과 같은 조건을 만족하는 저항률 분포를 찾는 것이 된다.

$$\Phi'(\rho) = [V_M'(\rho)]^T [V_M(\rho) - U_M] = 0 \quad (7)$$

위의 (8)은 비선형 이므로 다음과 같이 반복적인 선형화를 이용하여 매개변수를 구한다.

$$\rho^{k+1} = \rho^k + \Delta \rho^k \quad (8)$$

$$\Delta \rho^k = \rho^{k+1} - \rho^k = -H^{-1} [J^T [V_M(\rho^k) - U_M]]$$

mNR 방법은 저항분포 ρ^k 를 (8)을 이용하여 수렴 조건이 만족될 때까지 갱신한다.

(2) 유전 알고리즘

1970년대 초반 J. Holland에 의해 제시된 GA는 자연계에 존재하는 적자생존의 원리를 이용하여 적합도가 큰 개체를 다음 세대에 복제함으로써 전역해(global solution)를 찾아가는 최적화 기법이다 [4]. GA를 이용하여 문제를 푸는 경우, 각 개체는 풀고자 하는 문제의 해에 관련한 정보를 가지며 이는 일련의 비트, 정수, 혹은 실수 스트링으로 표현되는데, 이러한 스트링을 염색체(chromosome)라고 한다. 각 개체가 풀고자 하는 문제에 얼마나 적합한지는 적합도(fitness)에 의해 평가되며, 이 적합도 값에 따라 집단 내에서 그 개체의 생존 여부가 결정이 된다. GA는 재생산(reproduction), 교차(crossover), 돌연변이(mutation) 연산자를 사용하여 최적해를 탐색하게 된다. GA는 기존의 탐색 또는 최적화 방법들과 달리 점(point)이 아닌 군(population)에 의해 주어진 탐색 방법이다. 따라서 탐색 공간에 대해 연속성이거나 미분 가능성 등의 제약 조건을 필요로 하지 않는다.

EIT에서 GA를 이용하여 내부 저항률을 구하기 위해서는 각각의 저항률값이 하나의 유전자가 되어야 하고 염색체는 모든 내부 저항률로 이루어진 유전자를 포함해야 한다 [5]. 따라서 FEM의 총 노드수가 증가 할수록 염색체의 크기는 증가하고 계산시간은 상당히 길어진다. 적합도 함수는 모든 개체에 대해 계산되는데, EIT에서는 적합도 함수를 다음과 같이 역문제에서 상대적 복원 오차의 역수로 사용할 수 있다.

$$f_e = M \left(\sum_{i=1}^M \frac{\phi_i - \varphi_i}{\phi_i} \right)^{-1} \quad (9)$$

여기서 ϕ_i 와 φ_i 는 각각 계산적으로 얻어진 경계에서 전위값과 경계에서 측정된 전위값을 나타낸다.

(3) 시뮬레이터드 어닐링

EIT에서 SAN을 이용하여 내부 저항률을 구하기 위해서는 각각의 저항률값이 하나의 매개변수가 되어야 하므로 추정하여야 할 매개변수 벡터는 모든 내부 저항률값을 원소로 포함해야 한다. 따라서 FEM의 총 노드수가 증가 할수록 계산시간은 상당히 길어진다. 목적함수는 모든 개체에 대해 계산되는데, EIT에서는 목적함수를 다음과 같이 역문제에서 상대적 복원 오차값을 이용하여 구할 수 있다.

$$E(\rho) = \frac{1}{M} \left(\sum_{i=1}^M \frac{\phi_i - \varphi_i}{\phi_i} \right)^2 \quad (10)$$

SAN을 수행하기 위해 먼저 벡터의 초기값 (ρ_0)을 결정해야 하는데, EIT에서는 모든 내부 저항률들의 초기치를 구해야 한다. 매개변수의 초기값에 따라 SAN 방법의 수렴속도가 결정되므로 알고리즘의 계산시간에 중요하게 영향을 미친다. 냉각계획을 진행시키기 위해 온도의 초기치 T 를 정한다. 두 번째로 $\Delta\rho$ 를 확률적으로 선택한다. 계수가 k 일 때 추정한 저항률 매개변수 벡터가 ρ_k 일 때 새로운 입력변수의 값으로 $\rho_{new} = \rho_k + \Delta\rho$ 를 택하고 경계에서의 전위값 ϕ_i 를 계산한다. 그리고 경계에서 측정된 전위값 φ_i 를 이용하여 목적함수 값 $E(\rho_{new})$ 를 계산한다. 세 번째로 두 개의 목적함수 $E(\rho_k)$ 와 $E(\rho_{new})$ 를 비교하여 $\Delta E = E(\rho_{new}) - E(\rho_k)$ 를 계산한다. 만약 $\Delta E < 0$ 이면 ρ_{new} 를 새로운 계수 $k+1$ 에서 사용될 새로운 매개변수 ρ_{k+1} 로 취한다. $\Delta E \geq 0$ 이면 0과 1사이에서 선택된 무작위 값 U 를 선택하고 $U \leq \exp(-\frac{\Delta E}{T})$ 인 경우에만 ρ_{new} 를 새로운 매개변수 ρ_{k+1} 로 취하고 나머지는 무시한다. 네 번째로 냉각계획에 따라서 $\eta T, 0 \leq \eta \leq 1$ 을 사용하여 온도 T 를 감소시킨다 [6].

(4) 사전지식을 이용한 메쉬 그룹화

서로 다른 2개의 저항률을 갖는 물체와 배경이 분포되어 있는 단층구조의 경우에 mNR 방법에 의해 얻어진 저항률 분포는 실제 해와는 크게 차이가 있더라도 이를 저항률 분포는 실제 저항률 분포에 대한 여러 가지 주요한 정보를 제공하고 있다. 예를 들어 물체의 개략적인 외곽형상과 위치, 어느 요소들이 확실한 배경을 나타내는지에 대한 정보는 mNR 방법에 의해 충분히 파악할 수 있다. 따라서 비슷한 저항률들을 갖고 있는 요소들을 하나로 묶어 마치 한 그룹처럼 처리하고 동일한 저항률을 갖도록 함으로써 전체적인 미지의 저항률 개수를 줄임은 물론 복원된 영상의 해상도를 향상시키도록 한다 [7].

본 논문에서는 메쉬 모델의 모든 요소들을 배경 요소들을 나타내는 배경그룹(background group), 물체 요소들을 나타내는 물체그룹(target group), 그리고 어디에 속해 있는지를 결정할 수 없는 미확정그룹(temporary group)으로 구분하여 나타내도록 한다. 배경그룹과 물체그룹 내의 모든 요소들은 각기 해당 그룹 내의 다른 요소들과 동일한 저항률을 갖는 것으로 가정하지만 미확정그룹 내의 각 요소들은 서로 다른 저항률을 가질 수 있도록 한다.

III. 시뮬레이션

본 논문에서 제안된 EIT 영상복원 알고리즘의 성능을 비교 분석하기 위하여, 정문제 해석에서는 3104개의 요소원소(N)와 1681개의 노드(M)를 갖는 FEM 메

쉬(mesh)를 사용하였다. 또한, 역문제 추정에는 776개의 요소원소(N)와 453의 노드(M)를 갖는 FEM 메쉬를 사용하였다. 전류 패턴을 주입하기 위한 전극 수(L)는 32개이며 측정전압을 얻기 위한 주입 전류 패턴은 삼각법(trigonometry method)을 사용하였다.

본 논문에서 시뮬레이션 비교를 간단히 하기 위해 원의 중심에서 같은 반지름 상에 있는 요소의 저항률은 일치하는 경우에 대해서만 살펴보는데, EIT 영상복원을 위한 요소는 그림 1.(b)에서 보는 바와 같이 776개의 요소를 9개로 줄여서 구성할 수 있다. 시뮬레이션은 전체 원의 반지름의 크기가 R 이고 배경의 저항률이 $0.5(\Omega m)$ 로 주어질 때, 원의 중심에서 거리의 비율 (r/R)이 $0.56 \sim 0.82$ 에서 저항률이 $0.6(\Omega m)$ 이고 환의 형태로 물체가 나타나는 경우에 이 물체의 저항률들을 찾도록 한다. 본 논문에서는 mNR, GA, 및 SAN 방법으로 구해진 저항률들과 주어진 참값을 통해 얻어진 결과를 비교 분석하도록 하는데, 사전지식을 통한 그룹화 과정을 수행하기 전과 그룹화 과정을 수행한 후에 대해 저항률을 찾도록 하였다.

3.1 메쉬 그룹화 과정을 사용하지 않은 경우의 EIT 영상복원

mNR 방법은 표 1을 보면 실제 물체의 저항률들과 mNR 방법에 의해 계산된 저항률 중에서 값이 급격히 변하는 ρ_1, ρ_4, ρ_6 들이 실제 참값과 오차가 많이 발생함을 알 수 있다. 이는 mNR 방법이 불연속적으로 분포되어 미분 불가능한 경우에 대해서는 좋지 않은 성능을 나타내기 때문이다. 또한, ρ_1 은 가장 안쪽의 저항률이므로 실제 외부에서 주입된 전류의 영향이 가장 적게 받는 관계로 인해 값의 오차가 크게 나타난 것으로 추정된다.

GA 방법에서 구하려는 각 저항률을 염색체로 표현되었는데, 염색체는 이전 표현법을 사용했으며 각 유전자는 14 비트로 나타내었다. 따라서 한 개의 개체는 126비트의 길이로 표현된다. GA의 성능은 주로 GA에 사용된 매개변수인 유전율과 돌연변이율 및 개체군의 크기에 따라 결정되는데, 본 연구에서는 개체군의 크기는 40, 교배확률은 0.95, 돌연변이 확률은 0.01로 하고 부모 개체는 ranking selection 선택법을 사용하였는데 GA는 500세대까지 구하였다 때의 결과를 표 1에 나타내었다. GA로 계산된 저항률값을 보면 각 해의 수렴 특성은 초기에 무작위로 변하다가 어느 세대 후에는 일정한 범위로 수렴하는데 각각 저항률들이 참값에 수렴하지는 않음을 알 수 있다. 이것은 전역해의 탐색능력은 뛰어나지만, 어느 정도 수렴한 경우에는 더 이상 해의 개선을 시키지는 못하는 GA의 특성에 기인한 것이다. 특히 EIT의 영상복원은 외부전극에서 측정된 전압값 외의 다른 내부저항 분포에 대한 정보가 없기 때문에 GA의 적합도 값이 큰 값으로 갱신되어 가더라도 실제 해의 개선은 별로 없게 된다.

SAN 방법의 성능은 주로 매개변수 벡터의 초기치

와 사용된 계수들의 크기에 따라 결정된다. 본 논문에서는 매개변수 벡터의 초기치를 0과 1사이에서 임의의 값을 사용하였으며 계수들의 크기는 $T=1$, $\eta=0.8$ 로 놓았을 때의 결과를 표 1에 나타내었다. 80000 스텝까지 계산된 결과는 mNR 방법과 GA보다는 약간 개선되었지만 각각 저항률들이 참값에 수렴하지는 않음을 알 수 있다.

표 1. 메쉬 그룹화를 사용하지 않은 경우의 실제 저항률과 mNR, GA 및 SAN로 계산된 저항률

| | ρ_1 | ρ_2 | ρ_3 | ρ_4 | ρ_5 | ρ_6 | ρ_7 | ρ_8 | ρ_9 |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Real | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.6 | 0.6 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| mNR | 0.512 | 0.495 | 0.488 | 0.537 | 0.598 | 0.564 | 0.496 | 0.502 | 0.500 |
| GA | 0.511 | 0.552 | 0.492 | 0.462 | 0.584 | 0.593 | 0.451 | 0.537 | 0.498 |
| SAN | 0.515 | 0.506 | 0.481 | 0.516 | 0.592 | 0.602 | 0.500 | 0.500 | 0.500 |

3.2 사전지식을 이용한 메쉬 그룹화 과정을 수행한 후의 EIT 영상복원

내부의 저항률 분포를 사전지식으로 이용하기 위해 표 1에서 mNR 방법을 통한 저항률들을 사용할 수 있는데, 메쉬 그룹화 과정으로서 물체 요소를 나타내는 물체그룹 $\rho_{\max}(\rho_5, \rho_6)$ 와 배경 요소를 나타내는 배경 그룹 $\rho_{\min}(\rho_2, \rho_3, \rho_7, \rho_8, \rho_9)$, 그리고 나머지 중간값을 갖는 미확정그룹 $\rho_{temp}(\rho_1, \rho_4)$ 로 분류하였다. 따라서 추정할 저항률 분포의 개수는 4개이고 주어진 3 가지 방법을 사용한 경우의 결과가 표 2에 주어졌다.

메쉬 그룹화 과정을 수행한 경우의 mNR 방법을 통한 저항률을 표 2에서 살펴보면, 표 1에서 값이 급격히 변하는 ρ_1 , ρ_4 , ρ_6 들이 거의 참값에 근접하는 것을 알 수 있다. GA 방법에 의해 500세대까지 시뮬레이션 후 얻어진 결과에서도 중간값 그룹 $\rho_{temp}(\rho_1, \rho_4)$ 의 값들이 거의 참값에 근접하는 것을 알 수 있다. SAN 방법은 20000 스텝까지 시뮬레이션 하였는데 4개의 저항률 분포가 참값을 정확히 찾아가는 것을 알 수 있다.

표 2. 메쉬 그룹화를 수행한 경우의 실제 저항률과 mNR, GA 및 SAN로 계산된 저항률

| | ρ_1 | ρ_2 | ρ_3 | ρ_4 | ρ_5 | ρ_6 | ρ_7 | ρ_8 | ρ_9 |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Real | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0.6 | 0.6 | 0.5 | 0.5 | 0.5 |
| mNR | 0.501 | 0.500 | 0.500 | 0.499 | 0.601 | 0.601 | 0.500 | 0.500 | 0.500 |
| GA | 0.500 | 0.500 | 0.500 | 0.500 | 0.601 | 0.601 | 0.500 | 0.500 | 0.500 |
| SAN | 0.500 | 0.500 | 0.500 | 0.500 | 0.600 | 0.600 | 0.500 | 0.500 | 0.500 |

IV. 결론

EIT의 영상복원에 있어 일반적으로 좋은 성능을 발휘하는 mNR 방법은 저항률들이 연속적으로 분포하여 있는 경우에는 영상복원 시 좋은 성능을 나타내나 저항률들이 불연속적으로 분포하는 경우에는 많은 오차를 발생함을 알 수 있었다. 전역해의 탐색능력이 우수한 GA 및 SAN 알고리즘들을 이용하여 EIT의 영상복원을 할 경우에도 알고리즘의 특성상 전역해의 탐색은 가능하나 정확한 참값을 추정하기에는 어려움이 있음을 알았다. 따라서 본 논문에서는 수렴성능을 향상시키기 위하여 메쉬 그룹화 과정을 사용하여 매개변수를 참값에 쉽게 수렴하도록 하였으며 GA와 SAN 등의 최적알고리즘을 사용하여 EIT 영상복원에 적용할 수 있음을 보였다. 그리고 최적알고리즘들을 수행하는데 필요한 과다한 계산시간은 병렬처리 방법과 적응제어 기법들을 도입하여 계산하면 어느정도 해소되리라 기대된다.

Acknowledgement

본 논문은 과학기술부의 원자력 기초과제인 “이상 유동장 가시화를 위한 ET(electrical tomography) 기법 개발”에 의해 지원되었습니다.

참고문헌

- [1] J. G. Webster, *Electrical Impedance Tomography*, Adam Hilger, 1990.
- [2] T. J. Yorkey,, J. G. Webster and W. J. Tompkins, "Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography," *IEEE Trans. Biomed Eng*, vol. BEM-34, pp. 843-852 1987.
- [3] M. Vauhkonen, *Electric Impedance Tomography and Prior Information*, Doctoral Dissertation, Department of Applied Physics, University of Kuopio, 1997.
- [4] 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2000.
- [5] R. Olmi, M. Bini, and S. Priori, "A genetic algorithm approach to image reconstruction in electrical impedance tomography," *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, vol. 4, no. 1, pp. 83-88, 2000.
- [6] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," *Science*, vol. 220, pp. 671-680, 1983.
- [7] K. H. Cho, S. Kim, and Y. J. Lee, "Impedance imaging of two-phase flow field with mesh grouping method," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 204, pp. 57-67, 2001.