

불균일 단면을 갖는 저장력 예인케이블에 관한 수치해석적 연구

정동호¹, 박한일²

1. 한국해양대학교 대학원, 2. 한국해양대학교 해양개발공학부

A STUDY ON NUMERICAL SIMULATION OF TOWED LOW-TENSION CABLE WITH NONUNIFORM CHARACTERISTICS

1. Dong-ho Jung, 2. Han-il Park

1. Graduate school, Korea Maritime University

2. Division of ocean development, Korea Maritime University

KEY WORDS: Low-tension Cable 저장력 케이블, Finite Difference Method 유한차분법, Dynamic Behaviour Analysis 케이블 동적 해석, Towed Array Sonar System 예인음탐시스템, Newton-Raphson Method 뉴턴-랩슨법,

ABSTRACT: Low-tension cables have been increasingly used in recent years due to deep-sea developments and the advent of synthetic cables. In the case of low-tension cables, large displacements may happen due to relatively small restoring forces of tension and thus the effects of fluid and geometric non-linearities become predominant. In this study, three-dimensional (3-D) dynamic behavior of a towed low-tension cable with non-uniform characteristics is numerically analyzed by considering fluid and geometric non-linearities and bending stiffness. A Fortran program is developed by employing a finite difference method. In the algorithm, an implicit time integration and Newton-Raphson iteration are adopted. For the calculation of huge size of matrices, block tri-diagonal matrix method is applied, which is much faster than the well-known Gauss-Jordan method in two point boundary value problems. Some case studies are carried out and the results of numerical simulations are compared with a in-house program of WHOI Cable with good agreements.

1. 서 론

해양개발을 위한 인간의 노력은 끝없이 진행되고 있다. 특히 최근에 심해역 개발에 대한 관심증가로 인하여 해양케이블 및 계류사의 사용은 증가하고 있는 추세이다. 케이블의 구체적인 적용 사례를 살펴보면, 국제간의 정보통신 전송수단인 해저 케이블을 비롯하여 해양구조물이나 해양관측시스템의 계류사, ROV의 전원 및 제어신호 공급선, 해저탐사장비 예인선, 그리고 군사용 예인음탐케이블(TASS, Towed Array Sonar System) 등과 같이 그 적용 예가 넓고 다양하다.

해양케이블은 흔히 장력의 크기에 따라 고장력 케이블과 저장력 케이블로 나눌 수 있다. 고장력 케이블은 저장력 케이블에 비해 보다 많이 사용되고 있으며 여러 가지 상황에 대해 많은 연구가 진행되어 왔다 (Irvine, 1981; Triantafyllou, 1991; Shin, 1992, Hong and Hong, 1997).

저장력 해양케이블에 대해서는 상대적으로 근래에 연구되기 시작하였는데 심해자원 개발 및 합성섬유 재질로 된 가벼운 케이블의 등장으로 인해 그 연구가 더욱 활발해 졌다. 저장력 문제는 동적 장력이 정적 장력보다 큰 경우 또는 분포하중과 끝단장력의 크기와 유사한 경우에 발생하게 된다. 저장력 해양케이블이 발생하는 경우로서는 부설중인 해저케이블의 해저면 인접 부분, 한쪽 끝단이자유롭게 매달린 케이블의 하단 부분, TASS의 중립부력부분 등으로 그 예가 많다. 특히 예인중인

해양케이블의 경우에는 운용중인 예인선박이 일시적으로 정지하거나, 추진방향을 바꿀 때에는 전 부분에서 저장력 현상이 발생한다.

고장력 케이블 해석에서 일반적으로 무시되어온 굽힘강성이 저장력 케이블해석에서는 중요한 고려대상이 된다. 저장력 케이블에서는 복원력이 작아 대변형이 발생할 수 있으며 이 대변형은 기하학적 비선형을 유발할 뿐만 아니라 유체점성에 의한 비선형 성분도 뚜렷해지므로 이것들을 반드시 고려해야 한다. 저장력 케이블에 대한 연구는 고장력 케이블에 비해 상대적으로 소수이다. Leonard (1972)는 슬랙 케이블에 대한 문제를 해결하면서 처음으로 저장력 케이블의 동역학적인 문제를 고려했다. 그 후에 Ablow and Schechter(1983), Sanders(1982), Dowing (1988), Triantafyllou and Triantafyllou (1991), Triantafyllou and Howell (1992, 1994) 등이 저장력 케이블의 문제를 보다 본격적으로 취급하기 시작했다.

박 (2002) 등은 자유롭게 매달린 중량케이블의 3차원 동적 해석을 수행하였는데, 본 연구는 중량케이블에 중성케이블이 연결되어 시스템에 대한 거동해석을 다룬다. 본 연구의 연구대상인 예인케이블은 해저탐사용으로 많이 적용되는데 탐사장비를 예인하는 경우에는 케이블이 고장력 상태가 되나 음향모듈을 탑재한 대 잠수함용인 경우에는 저장력 상태가 되어 복잡한 동적거동을 보이게 된다. 본 연구에서는 저장력 예인케이블의 비정상 거동해석을 통하여 운용중인 예인 케이블의 정확한

형상과 케이블에 작용하는 장력을 추정하고자 한다. 거동해석에서는 먼저 지배방정식을 소개한 후에 수치해석 방법을 사용하여 지배방정식의 해를 구한다. 수치해석 방법에는 여러 가지가 있으나 케이블의 해석에 가장 적합한 기법으로 알려진 유한차분법을 사용한다. 유한차분법에서 시간 적분은 계산상 안정한 음해법 (implicit method) 을 적용한다. 비선형 방정식을 풀기 위해서 Newton-Raphson 방법을 적용하며, 행렬계산을 위해서는 신속한 계산이 가능한 블록삼중대각 특수 풀이법을 사용하고 있다. 예제해석에서는 특성치가 다른 케이블로 연결된 TASS에 대한 거동해석을 수행한다. 케이블 특성치가 변하는 절점에서 발생하는 수치적인 불안정을 제거하기 위하여, 두 케이블 특성치의 평균값을 사용한다. 개발된 프로그램은 미국 WHOI (Woods Hole Oceanography Institute) 연구소에서 자체 개발하여 실험 결과에 의해 검증된 WHOI Cable 프로그램[9]의 계산결과와 비교 및 검토한다.

2. 지배방정식

고장력 케이블의 경우에는 장력이 케이블의 대변위를 억제하는 역할을 하나 저장력 케이블의 경우에는 장력이 미소하므로 대변위가 발생할 수 있다. 따라서 대변위로 인한 기하학적 비선형과 유체접성 비선형 효과가 크게 되므로 이를 중요하게 고려해야 한다. 또한 저장력 케이블의 경우에는 굽힘강성도 중요한 복원력의 역할을 하므로 이를 고려해야 한다. 예인중인 케이블은 예인선박의 방향선회로 인해 3차원 공간상에서 동적 거동을 하므로 3차원 동적 지배방정식을 수립하는 것이 필요하다. 아래에서는 지배방정식을 수립하는데 필요한 좌표계 및 이를 바탕으로 한 케이블 요소에 대한 3차원 동적 지배방정식을 소개한다.

2.1 좌표계의 정의

케이블의 해석에서는 케이블 요소에 성립되는 국부좌표계와 공간상에 고정된 전체좌표계로 나누고 오일러 각(Euler angles)의 정의를 이용하여 두 좌표계의 상관관계를 설정하는 것이 일반적이다. 본 연구에서는 국부좌표계(t,b,n)와 전체좌표계(X,Y,Z)를 Fig. 1과 같이 정의하였다. 두 좌표계간의 좌표 변환은 Euler 각의 정의에 실행하였다. 먼저 Z축에 대하여 ϕ 만큼 회전하면 X'nZ 좌표계로 변환시키고 그 후에 n축을 중심으로 θ 만큼 회전하여 tbn 좌표계로 변환하였다. 케이블의 경우 접선방향(t 방향)의 비틀 효과를 일반적으로 무시하므로 t 축 중심으로의 회전은 고려하지 않았다.

두 좌표계에 대한 변환식은 (1)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \cos \phi \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1)$$

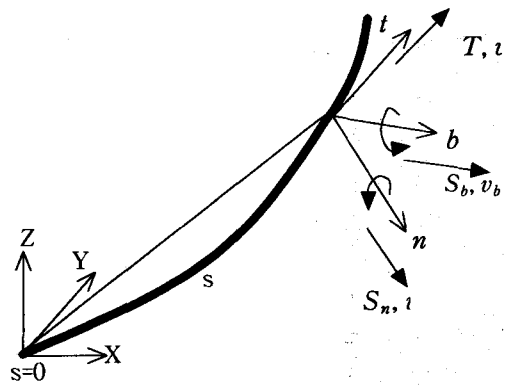


Fig. 1 Coordinate systems

2.2 지배방정식

케이블의 요소에 대해 지배방정식은 참고문헌 [16]을 참고한다. 아래의 식은 미소요소의 국부좌표계 t, n, b 상에서 결정되어졌다.

$$m(\dot{v}_t + v_b \dot{\theta} - v_n \dot{\phi} \cos \theta) = T' + S_b \Omega_n - S_n \Omega_b - w_o \cos \phi \cos \theta + R_t$$

$$m(\dot{v}_n + \dot{\phi}(v_t \cos \theta + v_b \sin \theta)) + m_a \dot{v}_n = S_n' + \Omega_b(T + S_b \tan \theta) + w_o \sin \phi \dot{\theta} + 0.25\pi d^2 \rho_w C_M \dot{u}_n + R_n$$

$$m(\dot{v}_b - v_n \dot{\phi} \sin \theta - v_t \dot{\theta}) + m_a \dot{v}_b = S_b' - S_n \Omega_b \tan \theta - T \Omega_n - w_o \cos \phi \sin \theta \dot{\theta} + 0.25\pi d^2 \rho_w C_M \dot{u}_b + R_b$$

$$EI \Omega_n' = -EI \Omega_b^2 \tan \theta + S_b(1 + T/EA)^3$$

$$EI \Omega_b' = EI \Omega_n \Omega_b \tan \theta - S_n(1 + T/EA)^3$$

$$v_t' + \Omega_n v_b - \Omega_b v_n = \dot{T}/EA$$

$$v_n' + \Omega_b(v_t + v_b \tan \theta) = (1 + T/EA) \dot{\phi} \cos \theta$$

$$v_b' - \Omega_b v_n \tan \theta - \Omega_n v_t = -(1 + T/EA) \dot{\theta}$$

$$\Omega_n = \dot{\theta}$$

$$\Omega_b = \dot{\phi} \cos \theta$$

(2)

여기서, 각 변수위의 점(·)은 시간 t의 미분
각 변수의 프라임(')은 공간 s의 미분

T : 케이블의 장력

S_n, S_b : n, b 방향의 전단력

v_t, v_n, v_b : 각각 t, n, b 방향의 케이블 속도 성분

u_n, u_b : n, b 방향의 유체속도 성분

Ω_n, Ω_b : n, b 방향의 곡률

d : 케이블의 직경

ρ_w : 물의 밀도

θ, φ : 회전각도

m : 케이블의 단위길이 당 질량
 w_0 : 케이블의 단위길이 당 수중 무게

R_t, R_n, R_b : 각각 케이블에 가해지는 t, n, b 방향의 외부 유체항력

m_a : 케이블의 단위 길이당 부가질량

C_M : 부가관성계수

E : 케이블의 탄성계수

A : 케이블의 단면적

따라서 총 10개의 지배방정식을 얻을 수 있으며 한 요소에 대해 미지변수는 총 10개가 된다. 위의 지배방정식에서 고려된 굽힘강성 (EI)은 수치해석의 안정을 위해 중요한 역할을 한다.

3. 수치해석

위에서 보여진 저장력 케이블에 대한 지배방정식은 이론적으로 해석하기가 곤란하다. 따라서 수치해석적인 방법이 필요하며 적당한 경계조건을 적용시켜서 지배방정식의 해를 구해야 한다. 본 연구에서는 저장력 예인케이블에 적합한 유한차분법을 사용하며, 시간적분에 있어서 보다 안정적인 해를 얻을 수 있는 음해법(implicit method)을 사용하였다.

3.1 지배방정식의 차분화

(2)식은 다음과 같이 하나의 행렬식으로 표현할 수 있다[16].

$$\vec{J}\vec{H}' = K\vec{H} + \vec{L} \quad (3)$$

여기서 $\vec{H} = (T, S_n, S_b, v_t, v_n, v_b, \phi, \theta, \Omega_n, \Omega_b)^T$

(3)식을 Δs 간격으로 n 개로 나눈 절점(node)에 대해 이산화 시키고, 그 후에 Δt 만큼의 시간 간격으로 나눈 식으로 만든다. (3)식을 절점 j 와 $j+1$ 사이, 그리고 시간 i 와 $i+1$ 사이의 중앙점에서 푼다. 따라서 (3)식을 중앙차분화 시키면 지배방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} & [J_{j+1}^{i+1} + J_j^{i+1}] \frac{H_{j+1}^{i+1} - H_j^{i+1}}{\Delta s} + [J_{j+1}^i + J_j^i] \frac{H_{j+1}^i - H_j^i}{\Delta s} = \\ & [K_{j+1}^{i+1} + K_j^{i+1}] \frac{H_{j+1}^{i+1} - H_j^{i+1}}{\Delta t} + [K_j^{i+1} + K_j^i] \frac{H_j^{i+1} - H_j^i}{\Delta t} \\ & + L_{j+1}^{i+1} + L_j^{i+1} + L_{j+1}^i + L_j^i \end{aligned} \quad (4)$$

위의 방정식은 $10(n-1)$ 개의 방정식이 된다 (n 은 절점 수). 하지만 미지수는 총 $10n$ 개이므로 10개의 또 다른 방정식이 필요하게 되는데, 이것은 경계조건을 이용하여 구할 수 있다.

예인용 케이블의 하부 끝단($s=0$)은 자유로운 상태이므로 장력과 모멘트, 그리고 전단력이 영이다. 따라서 다음의 5개 경계조건을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} T(t, 0) &= EI\Omega_n(t, 0) = EI\Omega_b(t, 0) \\ &= EI\Omega_n'(t, 0) = EI\Omega_b'(t, 0) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

반면에 상부끝단($s=L$)은 케이블과 예인선박이 연결되는 점이므로 케이블의 속도는 예인선박의 속도와 같다. 또한 모멘트가 영이다.

$$\begin{aligned} v_t(t, L) &= U(t), \quad v_n(t, L) = V(t), \\ v_b(t, L) &= W(t), \quad EI\Omega_n(t, L) = 0, \\ EI\Omega_b(t, L) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $v_t(t, L)$, $v_n(t, L)$, $v_b(t, L)$ 는 국부좌표계 상의 케이블 끝단의 속도성분이며 $U(t)$, $V(t)$, $W(t)$ 는 고정좌표계 상의 예인선의 속도성분을 나타낸다.

따라서, 지배방정식에 있는 $10(n-1)$ 개의 방정식과 10개의 경계조건을 이용해서 총 $10n$ 개의 미지수를 구할 수 있다. (4)식은 비선형 방정식인데, 본 연구에서는 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson) 방법을 적용한다. 뉴턴-랩슨 방법에서 전체 방정식의 자코비안을 구성하면, 블록삼중대각행렬(block tri-diagonal matrix)의 형태를 나타낸다. 블록삼중대각행렬은 여러 가지 행렬풀이법에 의해서 풀이가 가능하데, 본 연구에서는 계산시간을 줄이기 위해서 비대각 성분인 영 값은 사용하지 않고 대각선 성분만 사용하는 행렬 풀이법을 적용하였다 [14].

4. 예제해석 및 검증

아래에서는 본 연구에서 개발된 알고리즘을 이용하여 특정한 예인케이블의 거동특성을 살펴보고자 한다. Fig. 2에서는 예제해석 대상인 예인시스템의 상태를 보여주고 있다. 범선항력계수는 1.5, 접선항력계수는 0.01을 사용하였다.

예인케이블은 총 4개의 단면으로 구성되어 있는데, 이와 같이 케이블의 단면 특성치가 변화함에 따라서 행렬계산에 큰 어려움이 발생한다는 사실을 알 수 있었다. 그 이유는 단면이 급변하는 지점에서 행렬의 계수값이 큰 차이가 발생하게 된다. 이로 인하여 행렬식은 불안정해지고 따라서 수렴이 어려워지게 된다. 따라서 본 연구에서는 이와 같은 문제점을 극복하기 위해서 단면이 급변하는 지점에서 단면 특성치가 완만하게 변화하도록 조정하였으며, 이로 인하여 수렴도를 증가시키고 계산시간은 감소시킬 수 있었다.

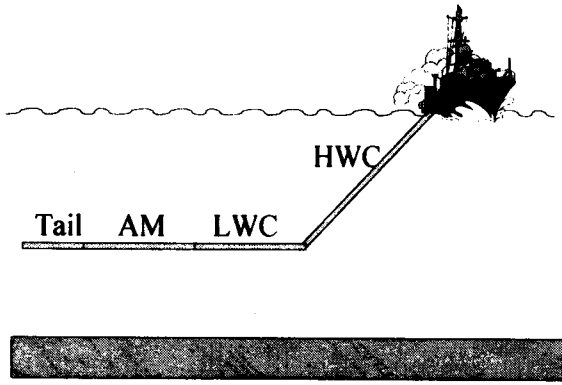


Fig. 2 General configuration of TASS

다음은 선박의 다양한 예인속도에 따른 예인단에서의 장력과 음향모듈의 심도를 조사하였다. 중량케이블의 길이는 1530m이며 특성치는 Table 1과 같으며, 예인선박은 일정한 속도로 정상적인 운영을 하고 있는 조건이다. 그리고 조류는 선박의 기동방향과 반대방향으로 1m/s로 흐르고 있다. 해석결과는 미국 WHOI 해양연구소에서 개발된 해저케이블 해석프로그램인 WHOI 결과와 서로 비교하였다.

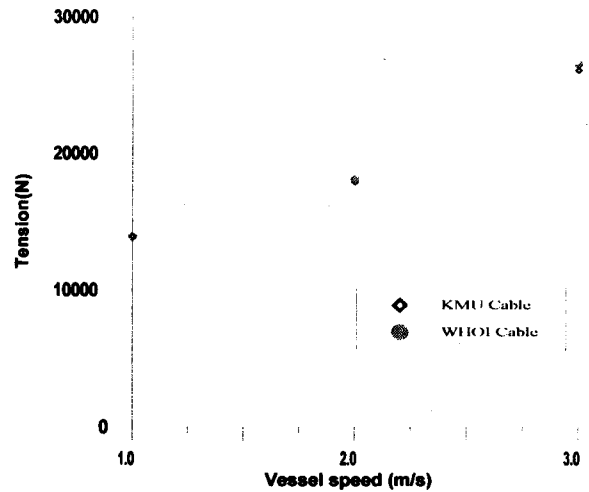
선박의 예인속도는 각각 1m/s, 2m/s, 3m/s로 기동하였는데, 각 예인속도에 따른 예인단에서의 장력값과 음향모듈의 심도가 각각 Fig. 3에 나타나 있다.

Table 1 Properties of TASS(heavy weight cable 1530m)

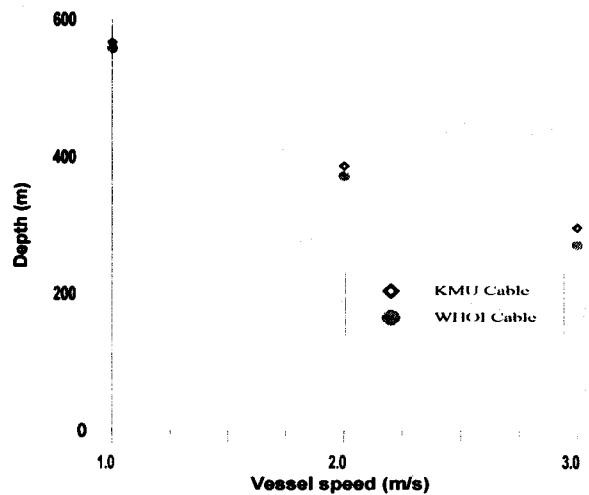
	Length (m)	Diameter (m)	Net weight (N)	Elastic Modulus (N/m ²)	strain	No. of node
Tail	70	0.012	0.0	6.6E8	0.01	5
Acoustic Module	340	0.086	0.0	1.3E8	0.01	15
Light weight cable	317	0.043	0.0	4.4E9	0.01	15
Heavy weight cable	1530	0.028	14.1	4.4E9	0.01	70

Fig. 3에서는 본 연구의 해석결과를 WHOI Cable 해석결과와 서로 비교하고 있다. 장력은 두 해석결과가 잘 일치하지만, 심도는 두 해석결과가 차이가 발생하고 있음을 알 수 있다.

기동선박이 1m/s로 직진할 경우 예인단에서 장력은 약 14kN의 장력이 발생하며, 이 때 음향모듈은 약 560m 수심에 위치하고 있음을 알 수 있다. 이상과 같이 본 연구를 통하여 다양한 선박의 속도에 따른 예인단의 장력과 음향모듈을 심도를 파악할 수 있었다.



(a) Tension at vessel



(b) Depth of acoustic module

Fig. 3 Output comparison according to vessel speed for Table 1

다음은 기동선박이 한 방향으로 직진하는 경우가 아니라 일정한 변침율을 가지고 변침하는 경우에 대한 해석을 수행하였다. 해석에 수행된 예인케이블의 특성치는 Table 1과 같으며, 기동선박의 속도는 1m/s이며, 변침율은 0.5°/sec이다. 조류는 역시 초기 선박이 직진하는 방향의 반대방향으로 1m/s로 흐르고 있다. 이 결과 역시 WHOI 결과와 서로 비교한다.

Fig. 4에서는 변침을 시작한 후 시간에 따른 예인단에서의 장력값 변화를 보여주고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 선박이 변침함에 따라서 케이블의 상대속도가 떨어지기 때문에 장력값이 작아지고 있음을 알 수 있다. 두 결과의 차이를 보면 본 연구인 KMU Cable은 장력변화값이 일정하게 작아지고 있지만, WHOI Cable의 결과는 전체적인 변화의 패턴은 KMU Cable과 비슷하지만 값이 많이 요동하고 있는 것을 알 수 있다. 해석결과를 통하여 선박이 100초동안 기동한 후에는 예인

단의 장력이 약 14kN에서 11kN으로 줄어든다는 사실을 알 수 있었다.

지나면 연결부분과 음향모듈은 약 50m 정도의 깊이차가 발생한다. 이 결과 차이에 대해서도 차후에 더 많은 연구를 하고 실험실 실험을 통하여 검증이 필요하다고 판단된다.

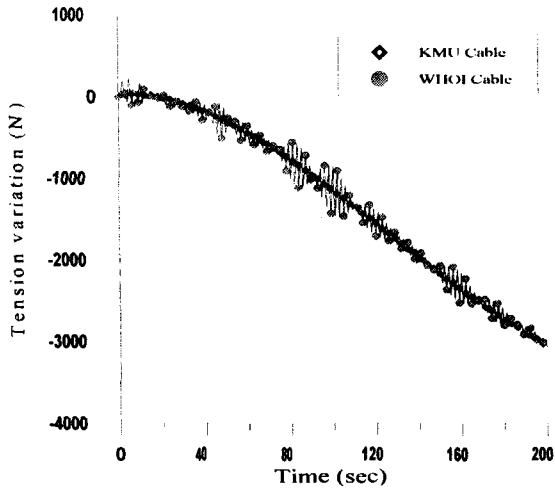
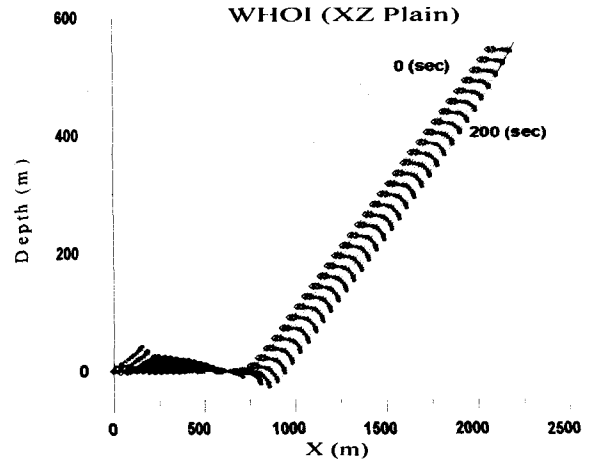
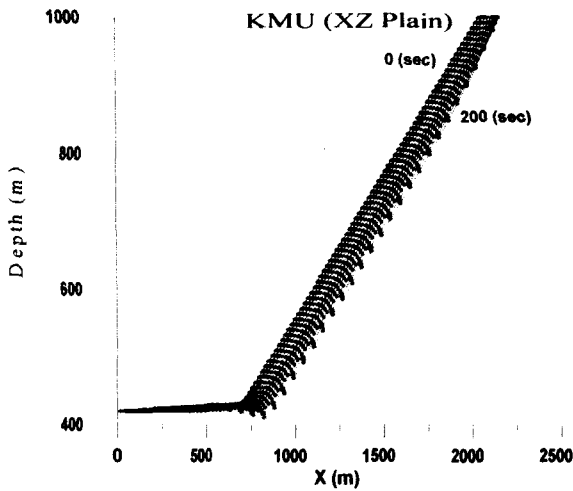


Fig. 4 Tension variation at vessel (time history)

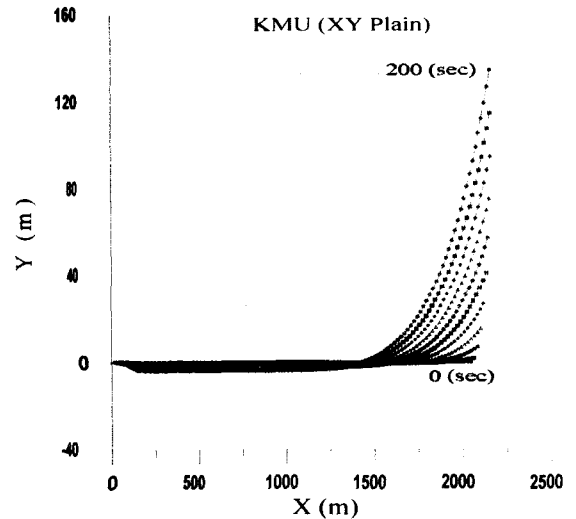


(b) WHOI Cable



(a) KMU Cable

Fig. 5 Snapshot (XZ Plain)



(a) KMU Cable

Fig. 6 Snapshot (XY Plain)

Fig. 5에서는 기동선박이 변침할 때 예인케이블의 전체적인 형상을 알아보기 위해서 snapshot(xz평면) 결과를 살펴보았다. 선박이 변침함에 따라서 케이블에서 상대속도가 감소하게 되고 따라서 중량케이블과 경량케이블이 연결되는 지점의 심도가 현저히 깊어지고 있음을 알 수 있다. 그러나 KMU Cable과 WHOI Cable 결과는 현저한 차이가 발생하고 있음을 알 수 있다. KMU Cable에서는 100초 동안 기동 후 중량케이블과 경량케이블 연결지점의 심도가 깊어지지만, 음향모듈 부분은 깊이의 변화가 많이 발생하지 않는다. 즉 연결부분과 음향모듈 부분은 약 10m 정도의 깊이차가 발생한다. 반면에 WHOI Cable에서는 20초가 지나면서 중성부력 부분이 심도가 얕아지고 중량케이블과 경량케이블 연결지점은 깊어져서 100초가

Fig. 6에서는 또 다른 snapshot(xy 평면) 결과를 볼 수 있다. 여기서는 두 해석결과가 거의 비슷한 결과를 나타내고 있지만, 일부분에서 약간의 차이가 발생하고 있다. KMU Cable 결과는 케이블이 선박에 의해 예인되면서 일정구간에서 예인 방향의 반대방향으로 약간씩 밀려나고 있음을 알 수 있다. 반면에 WHOI Cable 결과는 예인방향으로 그대로 움직이고 있다. 이 역시 차후에 검토가 필요한 부분이라고 판단되어진다.

5. 결 론

본 연구에서는 예인중인 저장력 케이블의 동적 거동을 수치적으로 해석하였다. 저장력 예인케이블에 대한 3차원 비선형 운동방정식을 풀기 위하여 유한차분법을 적용하였다. 비선형해를 구하기 위하여 Newton-Raphson 반복법을 적용하였으며 만족스런 결과를 얻을 수 있었다. 행렬방정식 풀이는 Gauss-Jordan 방법과 블록 삼중대각행렬 풀이법을 적용하였는데, 대각성분만 이용하는 블록삼중대각행렬 풀이법이 계산시간에 있어서 월등히 효율적임을 알 수 있었다. 또한 케이블 특성치가 급변하는 영역에서는 두 케이블 특성치의 평균값을 취함으로써 수치적인 안정성을 얻을 수 있었다. 개발된 프로그램을 이용하여 몇몇 예제해석을 수행함과 동시에 본 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 미국의 WHOI의 프로그램 결과와 비교하였다. 비교 결과 장력은 두 결과가 잘 일치하였는데, 음향 모듈의 심도는 거동의 차이가 발생함을 알 수 있었다. 이에 대해서는 차후 연구가 더 필요하다고 판단된다. 본 프로그램은 예인중인 저장력 케이블의 거동을 보다 정확히 예측할 수 있으므로 대 잠수함용의 군사적 목적이나 해저탐사용의 케이블 거동 해석에 유용하게 이용될 수 있을 것으로 사료된다. 본 프로그램은 예인케이블 뿐만 아니라 다른 용도의 저장력 케이블에 대해서도 적용이 가능하다. 와동유기 진동이나 충격하중을 받는 케이블의 거동을 해석할 수 있는 연구가 앞으로 필요할 것으로 사료된다

참 고 문 헌

- [1] A.P. Dowling, "The dynamics of towed flexible cylinders: Part 1. Neutrally buoyant elements.", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.187, 1988.
- [2] C.M. Ablow and S. Schechter, "Numerical simulation of undersea cable dynamics.", *Ocean Engineering*, Vol.10, No.6, 1983.
- [3] C.T. Howell, "Numerical analysis of 2-D nonlinear cable equations with applications to low tension problems.", *J. of Offshore and Polar Engineering*, Vol.2, No.2, 1992.
- [4] H. Shin, "Analysis of extreme tensions in a snapping cable.", *Proceedings of the First International Offshore and Polar Engineering Conference*, Vol 2, 1991.
- [5] H.M. Irvine, "Cable structures", MIT Press, 1981.
- [6] J.V. Sanders, "A three-dimensional dynamic analysis of a towed system.", *Ocean Engineering*, Vol.9, No.5, 1982.
- [7] J. J. Burgess, "Equations of motion of a submerged cable with bending stiffness", *Proceedings of the Eleventh International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference*, ASME, Canada, Vol. 2, 1992.
- [8] J.W. Leonard, "Nonlinear dynamics of cables with low initial tension.", *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Vol.98, No.2, 1972.
- [9] J.I. Golt, M.A. Grosenbaugh, and M.S. Triantafyllou, "WHOI Cable: Time domain numerical simulation of moored

and towed oceanographic systems.", Woods Hole Oceanographic Institution, 1997.

- [10] M.S. Triantafyllou, "Dynamics of cables: Towing cables, and mooring systems.", *The Shock and Vibration Digest*, Vol.23, No.7, 1991.

- [11] M.S. Triantafyllou and G.S. Triantafyllou, "The paradox of the hanging string : An explanation using singular perturbations.", *The Journal of Sound and Vibration*, Vol.148, No.2, 1991.

- [12] M.S. Triantafyllou and C.T. Howell, "Nonlinear impulse motions of low tension cables.", *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Vol.118, No.4, 1992.

- [13] M.S. Triantafyllou and C.T. Howell, "Dynamic response of cables under negative tension : An ill posed problem.", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.173, No.4, 1994.

- [14] W. H. Press and S.A. Teakolsky, "Numerical Recipes in Fortran 77.", Cambridge University Press, New York, 1986.

- [15] S. Hong and S. Y. Hong, "Effects of mooring line dynamics on position keeping of a floating production system.", *Proceedings of the Seventh International Offshore and Polar Engineering Conference*, Vol 2, 1997.

- [16] 박한일, 정동호, "유한차분법을 이용한 저장력 예인케이블의 비선형 동적해석", *대한조선학회논문집*, 제39권, 1호, 2002.