

바탕회전하에 회전요동하는 직사각형용기 내의 유동에 관한 연구

박재현* · 서용권*
*동아대학교 기계공학부

Study on Fluid Flows in a Rectangular Container Subjected to a Background Rotation and a Rotational Oscillation

JAE-HYUN PARK* AND YONG KWEON SUH*

*School of Mechanical Engineering, Dong-A University, Pusan 604-714, Korea

KEY WORDS: Rectangular Container(직사각형 용기), Background Rotation(배경회전), Rotational Oscillation(회전요동), PC-cluster(PC클러스터)

ABSTRACT: In this study, we show the numerical and the experimental results for fluid motions inside a rectangular container subjected to a background rotation added by a rotational oscillation. In the numerical computation, we used a parallel computer system of PC-cluster type. Attention is given to dependence of the flow patterns on the parameter change. It shows that the flow becomes in a periodic state at low Reynolds numbers and undergoes a transition to a chaotic motion at high Reynolds numbers. It also shows that the fluid motion tends to be depth-independent at ϵ up to 0.3 for Re lower than 5235.

1. 서 론

본 연구는 액체가 담긴 직사각형 용기를 회전시켜 spin-up 시킨 뒤 주기적인 외력을 가하여 요동운동 시킬 때, 용기 내에 나타나는 유동의 특성을 수치해석적인 방법으로 조사한 것이다. 본 유동모델은 서와 김(1), 서 등(2)이 2차원 수치해석과 가시화 실험을 통하여 연구한 바 있으며 낮은 로스비 수와 레이놀즈 수의 유동에 적용할 수 있는 Ekman 펌핑 모델을 제안하였다. 직사각형 용기 내의 단순한 스핀업 유동에 대한 연구로서 van Heijst 등(3)과 Suh(4)는 직사각형 용기내의 2차원 셀 유동에 대해 연구하였으며 Hart(5)은 바닥에 굴곡이진 원통용기 내에서 생성되는 2차원 셀 유동에 대해서 연구하였다.

본 연구의 목적은 종횡비가 2인 직사각형 용기 내의 유동을 3차원적으로 수치해석한 결과와 실험결과를 비교하여 로스비 수와 레이놀즈 수에 따른 유동의 특성을 파악하여 높은 로스비 수(Rossby number)와 레이놀즈 수의 경우에 대한 보다 나은 Ekman 분출모델의 개발을 위한 기초 데이터를 확보하는 데 있다.

2. 이 론

2.1 유동모델

Fig. 1은 본 연구에서 사용된 모델과 좌표계를 나타낸다. 여기서 H 는 수심, L 은 용기의 세로방향(y^* -방향) 길이, aL 은 가로방향(x^* -방향) 길이이며, $a=2$ 에 대해 국한시킨다. 용기는 $x^* = aL, y^* = L/2$ 인 지점 즉, 용기의 중앙을 축으로 하여 회전한다. 본 연구는 동점성 계수 ν 인 유체가 담긴 직사각형 용기가 회전각속도 $\Omega = [\Omega_b + \Omega_a \sin \omega^* t]$ 와 같이 배경회전(background rotation) Ω_b 에 진폭 Ω_a , 각속도 ω^* 로 회전요동하는 각속도가 덧붙여질 때 용기 내에 형성되는 유동을 대상으로 하였다.

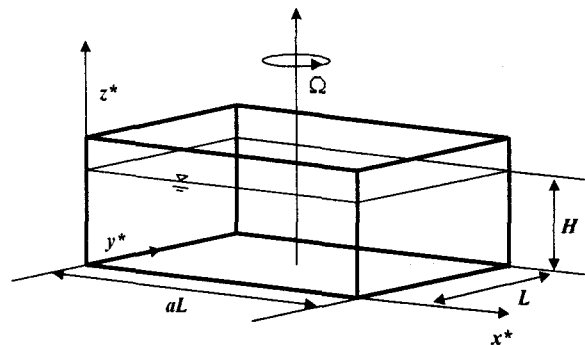


Fig. 1 Schematic diagram of the model basin

2.2 지배방정식

제1저자 박재현 연락처: 부산광역시 사하구 하단2동 840번지
동아대학교 기계공학부 전산유체역학 실험실
051-200-6845 p6873@donga.ac.kr

속도를 $L\Omega_a$ 로, 시간을 $1/\Omega_a$ 로, 길이를 L 로, 그리고 압력을 $\rho L^2\Omega_a\Omega_b$ 로 무차원화하면 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - 2 \left\{ \frac{1}{\varepsilon} + f \right\} v = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u + y \frac{df}{dt} \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + 2 \left\{ \frac{1}{\varepsilon} + f \right\} u = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v - x \frac{df}{dt} \quad (1b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \nabla^2 w \quad (1c)$$

여기서 t 는 무차원 시간, x, y, z 는 용기와 같이 회전하는 무차원 좌표계를 나타내며 $f = \sin \omega t$ 로서 외력에 해당된다. 식 (1a), (1b), (1c) 및 기하학적 관계에서 사용된 무차원 변수와 라플라스 연산자는 다음과 같다.

$$\varepsilon = \frac{\Omega_a}{\Omega_b}, Re = \frac{L^2 \Omega_a}{\nu}, \omega = \frac{\omega^*}{\Omega_a}, h = \frac{H}{L} \quad (2)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3)$$

여기서 ε 은 로스비 수, Re 는 레이놀즈 수, h 는 수직종횡비(무차원 수심)이다. 한편, 연속방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

수평단면의 공간평균 운동에너지는 다음과 같다.

$$E(t) = \frac{1}{A} \int (u^2 + v^2) dA \quad (6)$$

여기서 A 는 유동장의 면적으로서 2이다.

3. 수치해석 및 실험 방법

3.1 수치해석 방법

Table 1은 수치해석을 수행한 4가지 경우의 파라미터들을 나타낸 것이다. 격자수는 $I \times J \times K = 150 \times 75 \times 30$ 로서, 일반적으로 Re 수가 증가할수록 격자계가 증가해야 하지만 본 연구에서는 동일한 격자계를 사용하였다. $Re=5375$ 의 경우에 사용된 격

자계는 최소 격자계이며 이보다 적은 격자계에 대해서는 안정된 해를 얻을 수 없었다.

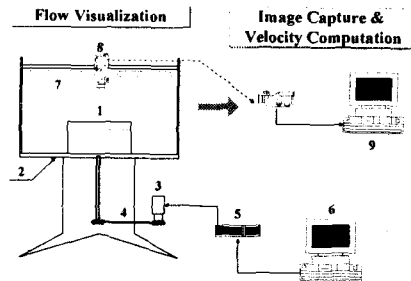
지배방정식을 공간에 대해서는 중심차분으로 차분화하였고, 시간에 대해서는 오일러(Euler)법으로 처리하였으며, 무차원 시간 증분은 Re 에 따라 0.001~0.005로 두었다. 병렬연산을 위해 압력항은 수렴의 가속을 위한 전처리로 D-ILU법에 의한 PCGM(pre-conditioned conjugate gradient method)을 사용하여 산술오버헤드(arithmetic overhead)와 지연오버헤드(delay over head)를 방지하였다.

속도경계조건은 각 벽면에 대해서 점착조건(no-slip condition)과 비침투조건(impermeable condition)을, 자유표면(무차원수심 h 에 대한 $z=h$ 인 면)에 대해서는 무응력조건을 적용하였으며, 압력경계조건으로서는 Neumann condition을 사용하였다.

Table 1 Parametric values for each computational case

case	1	2	3	4
Re	1548	2356	2356	5235
ω	0.4	0.4	0.4	0.4
ε	0.2	0.2	0.3	0.2
h	0.4	0.4	0.4	0.4

3.2 실험 방법



- 1. Rectangular Container
- 2. Turntable
- 3. Servo Motor
- 4. Timing Belt
- 5. Servo Motor Controller
- 6. Motor Control PC
- 7. Fluorescent Light
- 8. Hi-8 Camera
- 9. Host Computer & Image Grabber

Fig. 2 Schematic arrangement of the turntable & the PIV system

본 연구에서는 속도 가변형의 회전 테이블을 사용하여 가시화 실험을 수행하였다. Fig. 2는 실험장치를 도시한 것이다.

우선 $0.3 \times 0.15 [m]$ 크기의 직사각형 용기가 수평으로 놓인 테이블을 Ω_b 의 속도로 회전시킨 뒤 진폭 Ω_a 각속도 ω^* 로 회전요동시켰다. 유동 가시화에 사용된 입자는 아크릴 파우더이며, 입자의 촬영에는 Hi-8 mm 캠코더를 사용하였으며 초

당 30개의 프레임은 이미지보드(DT-3155)를 통해서 저장한 뒤 상용 프로그램인 Thinker's EYES를 이용하여 속도장을 계산하였다.

4. 결과 및 검토

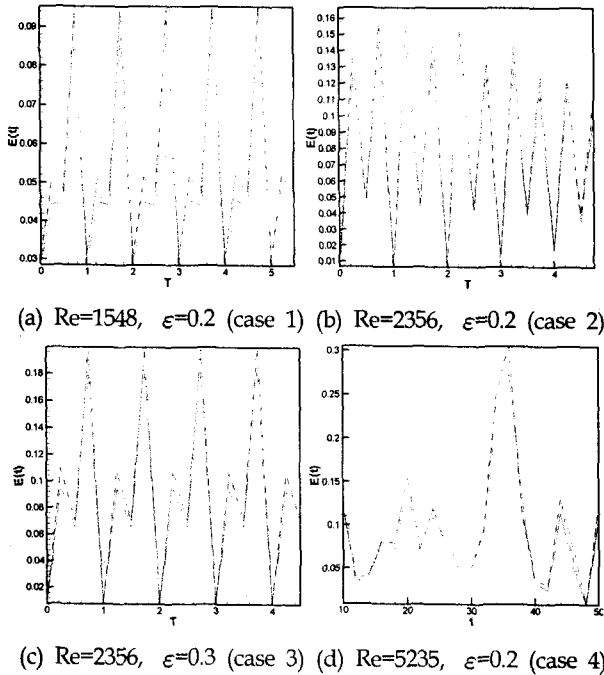
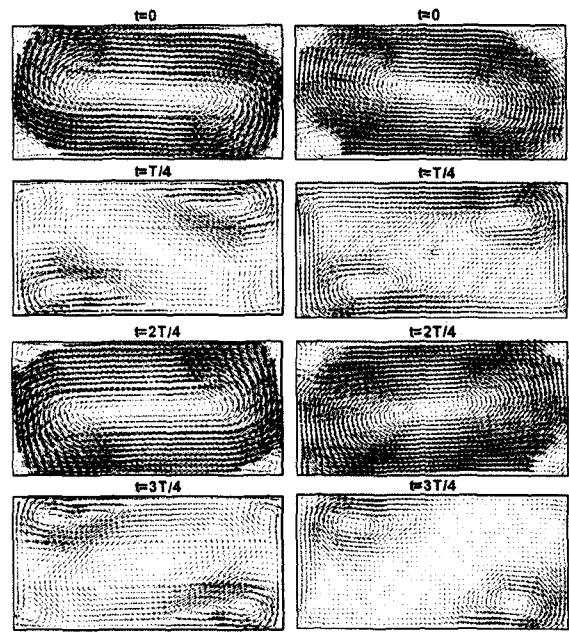


Fig. 3 Time history of the spatially averaged kinetic energy

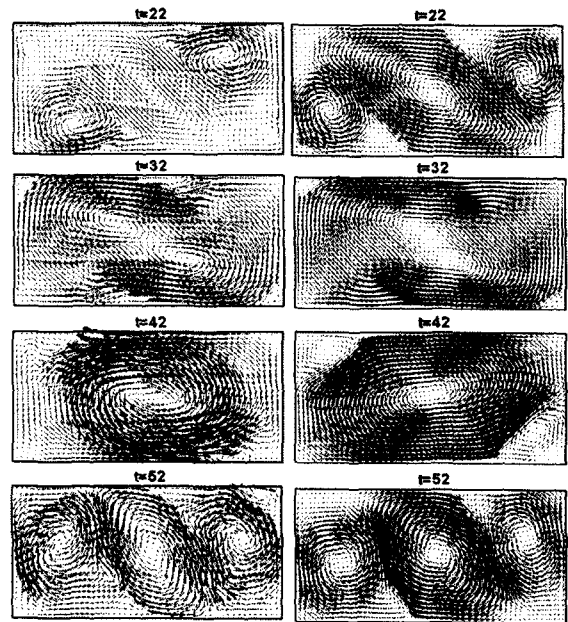
Fig. 3는 $z = h/4$ (이점채선), $z = 2h/4$ (일점채선), $z = 3h/4$ (점선), 자유표면(실선) 즉, 수심의 변화에 따른 수평 단면의 공간평균운동에너지($E(t)$)를 Re 와 ϵ 에 대해서 나타낸 것으로 T 는 한 주기를 나타내는 무차원시간이며 $1T$ 간격으로 4번의 data를 출력한 것이다. 실선(자유표면의 공간평균 운동 에너지를 제외한 모든 선들이 겹쳐져 있다. Re 가 2356이하일 때는 ϵ 에 관계없이 유동이 시간적 주기성을 보이며 Re 가 5375일 때는 비주기적임을 알 수 있고 레이놀즈 수가 증가함에 따라 유동이 강해짐을 알 수 있다. 이는 레이놀즈 수의 증가로 점성효과가 감소하여 유동이 불안정해지기 때문이다. 모든 경우에 있어서 자유표면의 공간평균운동에너지가 가장 작지만 그 차이는 크지 않으며 바닥의 경계층 지역을 제외한 모든 수평면의 공간평균 운동에너지가 같음을 알 수 있다.

Fig. 4는 $\Omega_b=400$ [rpm], $\Omega_a=80$ [rpm], $\omega^*=5$ [rpm]인 조건(즉, $\epsilon=0.2$, $Re=2356$, $\omega=0.4$)에서, Fig. 5는 $\Omega_b=889$ [rpm], $\Omega_a=178$ [rpm], $\omega^*=5$ [rpm]인 조건(즉, $\epsilon=0.2$, $Re=5235$, $\omega=0.4$)에서 수행한 수치해석결과와 실험결과를 각각 나타낸 것이다. 그림에서 두 결과는 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 6은 $Re=1548$, $\epsilon=0.2$ 와 $Re=2356$, $\epsilon=0.3$ 일 때의 자유표면의 속도백



(a) Numerical result (b) PIV result

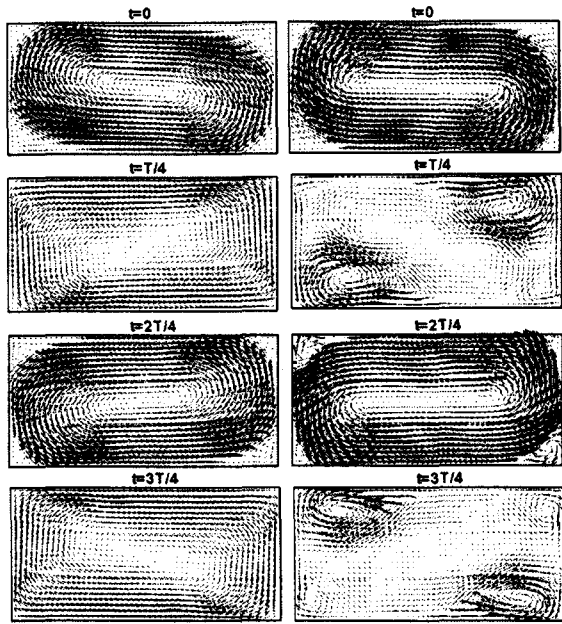
Fig. 4 x-y plane velocity vector distribution at $z=h$ ($Re=2356$, $\epsilon=0.2$)



(a) Numerical result (b) PIV result

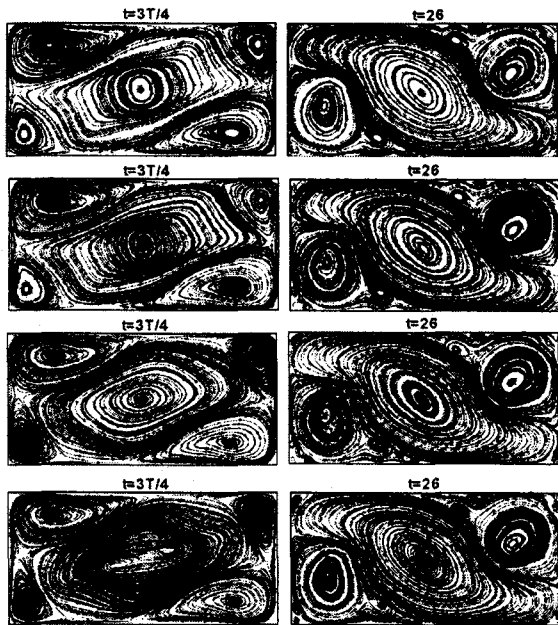
Fig. 5 x-y plane velocity vector distribution at $z=h$ ($Re=5235$, $\epsilon=0.2$)

터에 대한 수치해석 결과이다. $Re=2356$ 이하에서 ϵ 에 상관없이 주기적인 유동을 보이는데 이는 Fig. 3과 일치한다. 모서리에서 발생한 코너 보텍스는 Re 가 동일한 경우, ϵ 이 클 때 잘 발달된다는 것을 알 수 있다. 이는 코너 보텍스의 성장과 발달은 배경회전각속도가 작을 수록, 회전요동 진폭이 클 수록 잘



(a) $Re=1548, \epsilon=0.2$ (b) $Re=2356, \epsilon=0.3$

Fig. 6 x-y plane velocity vector at $z=h$



(a) $Re=2356, \epsilon=0.2$ (b) $Re=5235, \epsilon=0.3$

Fig. 7 x-y plane streamline plot at a given time ($z=h, 3h/4, 2h/4, h/4$ from top to bottom)

이루어진다고 판단된다. $Re=5235$ 의 경우는 초기에 모서리에서 발생한 코너 보텍스(cyclonic 와류와 anticyclonic 와류)가 성장하여 용기의 중앙에서 합쳐지고 다시 코너에서 또 다른 보텍스가 성장, 합쳐지는 과정을 반복한다. 특히 시간이 지남에 따라 코너 보텍스의 수가 증가하는 경향을 보였다. 또한

Fig. 3에서 급격한 공간평균 운동에너지의 증가(에너지 도약)를 보이는 $t=38$ 시점은 코너 보텍스가 합쳐지는 시점과 일치한다.

Fig. 7는 $Re=2356$ 과 5235 인 경우에 대해서 t 가 일정할 때 수평단면($z=h, 3h/4, 2h/4, h/4$)의 유선을 나타낸 것이다. $Re=2356$ 은 시간적 주기성을 가지는 유동이며 $Re=5235$ 의 경우는 비주기적인 유동이지만 두 경우 모두 수직높이에 따른 수평면의 유선은 거의 같으며 이와 같은 사실은 Fig. 8와 Fig. 9을 통해서 더욱 명확해진다.

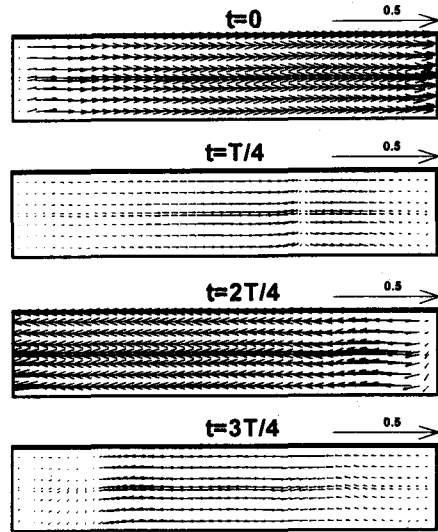


Fig. 8 x-z plane velocity vector plots for $Re=2456, \epsilon=0.2$ at $y=3L/4$

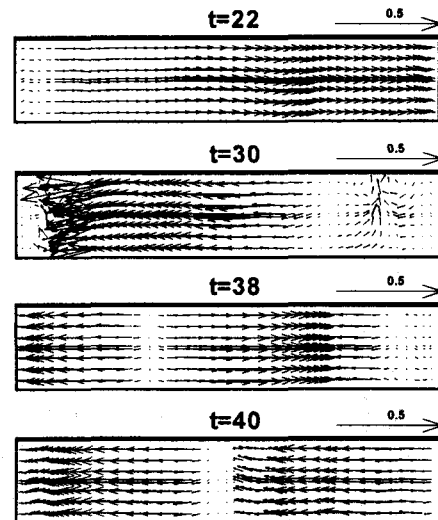


Fig. 9 x-z plane velocity vector plots for $Re=5235, \epsilon=0.2$ at $y=3L/4$

Fig. 8와 Fig. 9은 $Re=2456, \epsilon=0.2$ 와 $Re=5235, \epsilon=0.2$ 일 때의 x-z 단면의 속도벡터를 나타낸 것이다. 두 경우 모두 모서리부근에서 발생한 코너 보텍스의 영역과 벽면 근처를 제외하고

대부분의 유동면에서 속도벡터의 변화가 거의 없다. 특히 저 레이놀즈 수나 ϵ 이 작은 경우, 코너 보텍스의 성장, 발달이 미약하기 때문에 이러한 경향은 더욱 뚜렷하다.

5. 결 론

본 연구에서는 주기적인 외력을 받는 직사각형 용기내의 유동장에 대하여 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 레이놀즈 수와 로스비 수가 증가하면 유동은 강해진다.
- (2) 코너 보텍스의 성장과 발달은 배경회전각속도가 작을 수록, 회전요동 진폭이 클 수록 잘 이루어진다.
- (3) 회전축 방향의 좌표 변화에 따른 수평면상의 유동은 자유표면의 유동과 거의 동일하다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2000-00290) 지원으로 수행되었음.

참 고 문 헌

- (1) 서용권, 김용균 (1998). "배경회전하에서 회전요동하는 직사각형 용기내의 유동해석," 대한기계학회 1998년도 추계학술대회논문집 869~875.
- (2) 서용권, 최윤환, 김성균, 이두열 (2000) "PIV를 이용한 바탕회전하에서 회전요동하는 직사각형 용기 내의 유동해석," 대한기계학회논문집 B권, 제24권 제6호, pp. 845~851.
- (3) van Heijst, G.J.F., Davies, P.A. & Davies R.G. (1990) "Spin-up in a Rectangular Containers," *Physic of Fluid*, Vol. 2, No. 2, pp. 150~159.
- (4) Suh, Y.K. (1994) "Numerical Study on Two-Dimensional Spin-up in a Rectangle," *Physic of Fluid*, Vol. 6, No. 7, pp. 2333~2344.
- (5) Hart, J.E. (1990) "On Oscillatory Flow over Topography in a Rotating Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 214, pp. 437~454.