



액체금속로 내부 열유동해석을 위한 대류항처리법 평가

Evaluation of Convection Schemes for Thermal Hydraulic Analysis in a Liquid Metal Reactor

최 석 기^{*1)}, 김 성 오²⁾, 김 의 광²⁾, 어 재 혁²⁾, 최 훈 기³⁾

Seok-Ki Choi, Seong-O Kim, Eui-Kwang Kim, Jae-Hyuk Eoh, Hoon-Ki Choi

A numerical study has been performed for evaluation of convection schemes for thermal hydraulic analysis in a liquid metal reactor. Four convection schemes, HYBRID, QUICK, SMART and HPLA included in the CFX-4 code are considered. The performances of convection schemes are evaluated by applying them to the five test problems. The accuracy, stability and convergence are tested. It is shown that the HYBRID scheme is too diffusive, and the QUICK scheme exhibits overshoots and undershoots, and the SMART scheme shows convergence oscillations, and the HPLA scheme preserves the boundedness without causing convergence oscillations. The accuracies of SMART, QUICK and HPLA schemes are comparable. Thus, the use of HPLA scheme is highly recommended for thermal hydraulic analysis in a liquid metal reactor.

1. 서 론

액체금속로 상부구조 내부의 유동은 삼차원 구조물 내에서 일어나는 복잡한 유동이다. 그러한 재순환과 이차유동 및 큰 속도 및 온도 구배(gradient)를 동반하는 복잡한 유동을 효율적으로 해석하기 위해서는 정확하고 효율적인 대류항처리법의 사용이 요구된다. 정확성과 안정성을 갖는 대류항처리법의 개발은 그러한 요구를 충족시키는 과제 중의 하나일 것이다. 본 연구에서는 지금까지 개발된 대류항처리법의 현황을 분석하고, 대표적인 몇 개의 대류항처리법을 선택하여 전산유체역학에서 대류항처리법의 평가에 널리 사용되는 몇 개의 유동에 적용하여 정확성과 안정성을 분석하고자 한다. 사용하기 간단하고 정확한 대류항 처리법의 개발은

지난 삼십년 동안 전산유체학자들의 중요한 과제 중의 하나였다. 고전적인 저차해법인 상향풍속법(upwind scheme), Hybrid해법(hybrid central-upwind scheme)과 멱승법칙해법(power-law scheme)[1] 등은 무조건적으로 유계성(boundedness)을 갖고, 매우 안정하나 유동의 방향이 수치격자선의 방향과 경사를 이룰 때에는 매우 부정확한 것으로 알려져 있다. 보다 향상된 대류항처리법을 개발하기 위하여 많은 연구가 수행되었고, 크게 두가지 방법으로 요약될 수 있다. 첫번째 방법은 저차해법의 차수를 올리는 방법이고, 다른 방법은 유동의 다차원적인 성질을 고려하는 것이다. QUICK 해법(Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics scheme) [2]과 이차상향풍속법(second-order upwind scheme) [3]은 전자의 경우이고, 경사상향풍속법(skew-upwind scheme) [4]은 후자의 경우이다. 이들 해법들은 해의 정확성을 향상시키는데는 성공하였지만, 급격한 구배(steepest gradient)가 있는 유동을 해석할 때 해의 요동이 발생하고 수치적 불안전성을 유도할 수 있는 유계성의 문제가 있다.

-
- (1) 정회원, 한국원자력연구소 칼리머기술개발팀
 - (2) 정회원, 한국원자력연구소 칼리머기술개발팀
 - (3) 창원대학교 기계공학과



Gaskell and Lau [5]는 고차해법과 저차해법을 결합하는 혼합적인 방법을 사용하여 SMART (Sharp and Monotonic Algorithm for Realistic Transport) 라는 고차유계해법을 고안하였다. 이 해법은 고차해법의 정확도를 많이 손상하지 않고 이미 언급한 유계성의 문제를 해결하였다. 그 후 Zhu 와 Rodi [6], Zhu [7], 그리고 Choi et al. [8] 은 표준변수도에서 간단한 형태의 특성곡선을 사용하여 해의 수렴 요동이 없는 유계대류항 처리법을 제안하였다. Zhu 와 Rodi [6] 는 구분적인 선형 특성곡선을 사용하여 SOUCUP해법 (Second- Order Upwind-Central differencing -first-order UPwind) 을, Zhu [7] 는 포물선 형태의 특성곡선을 사용하여 HPLA해법 (Hybrid Linear/Parabolic Approximation)을, 그리고 Choi et al. [8]은 구분적인 선형 특성곡선을 결합하여 COPLA해법 (COmbination Piecewise Linear Approximation)을 각각 제안하였다. 위에서 언급한 HPLA해법은 Van Leer [9]의 CLAM (Curved Line Advection Method) 해법과 동일하다.

본 연구의 목적은 위에서 언급한 HYBRID, QUICK, SMART(CCCT) 와 HPLA 해법들을 대류 조건이 강한 비압축성 유동에 적용하여 체계적인 비교 분석을 수행하는 것이다. 모든 해법들을 실제적인 공학문제에 적용이 가능하도록 비균일, 비직교 좌표계에서 공식화 하였다. 해법들간의 상대적인 성능을 여러 가지 종류의 선형 및 비선형 시험문제들에 적용하여 검증하였다. 위의 해법들에 대한 수학적 표현과 코드 적용방법은 참고문헌 [1,2,5,7,8]을 참고하면 된다.

2. 평가대상 문제

본 연구에서 사용된 시험문제들은: (1) 세 가지 서로 다른 경우의 스칼라 변수의 순수대류문제, (2) 윗면이 움직이는 정사각형 공동(cavity) 내의 층류 유동, (3) 정사각형 공동(cavity) 내의 자연대류 유동 등이다. 계산결과를 해석해와 기존의 잘 알려진 수치해와 비교하였다.

2.1 순수 대류 유동

지금부터 우리는 속도장이 주어지고 불연속이 있는 스칼라 변수의 순수 대류문제를 포함하는 3가지 선형문제에 대한 결과를 제시하고자 한다. 그것들은

다음과 같다. : (1) 균일한 속도장에서 계단형 스칼라 변수의 순수 대류문제, (2) 회전 속도장에서 계단형 스칼라 변수의 순수대류문제, (3) 균일한 속도장에서 상자 모양의 계단형 스칼라 변수의 순수 대류문제. 위와 같은 간단하고 엄격한 시험문제들은 대류항 처리법의 성능을 시험하기 위하여 문헌상에서 널리 사용되어 왔다.

Case 1의 유동개략도는 그림 1에 보여져 있다. 이 문제에 대한 계산은 42×42 격자계를 사용하여 두 가지 경우의 유동 각도에 ($\theta=26.6^\circ$, $\theta=45^\circ$) 대하여 행하였다. 그림 2와 그림 3은 서로 다른 대류항 처리법에 의한 중심선을 따른 계산결과를 보여주고 있다. 우리는 HYBRID 해법이 두 가지 경우의 유동각도에서 모두 매우 부정확한 해를 산출함을 관찰할 수 있다. SMART와 HPLA해법에 의한 해는 정확도와 유계성의 문제가 성취됨을 볼 수 있다. 유계해법은 이상한 overshoot 이나 undershoot 현상을 유발하지 않고 급경사진 구배 (sharp gradient)를 잘 해결하고 있다. 우리는 SMART와 HPLA해법은 정확도가 비슷함을 관찰할 수 있고, 전반적인 해의 경향은 유동의 방향에 영향을 받지 않음을 볼 수 있다. QUICK 해법도 급경사진 구배를 잘 해결하고 있으나 해의 undershoot 및 overshoot 현상을 보여주고 있다. 이러한 현상은 수치격자를 증가시켜도 없어지지 않고, 유동장의 방향에 어느 정도 민감함을 알 수 있다. Undershoot의 크기는 유동각도가 적을 때 더 현저함을 볼 수 있다 ($\theta=26.6^\circ$). 여기에서 한가지 중요한 사실은 SMART해법을 사용하면 지이완계수를 현저하게 적게 주어야 수렴이 가능하고, 그렇지 않은 경우, 해가 요동(oscillation)한다는 것이다. 이러한 SMART해법의 단점은 난류유동 해석시 심각한 문제가 될 수 있다.

그림 4에 보여진 두 번째 시험문제의 경우 (Case 2), $x=-0.5$ 에 불연속점이 있는 스칼라 변수가 아래와 같이 주어지는 회전속도장에 의해 반시계 방향으로 입구평면 ($x<0, y=0$)에서 출구평면 ($x>0, y=0$)으로 대류된다. 이 때의 계산영역에서의 속도장은 다음의 식으로 주어진다.

$$u = -2y(1-x^2), \quad v = 2x(1-y^2)$$

계산은 42×22 과 82×42 의 균일한 격자계를 사용하여 수행하였다. 그림 5과 그림 6은 각 격자계의 경우 수평 출구평면 ($0 \leq x \leq 1, y=0$)에서의 계산

결과를 보여주고 있다. 각 대류항처리법의 일반적인 성능은 첫 번째 시험문제의 경우와 유사하나, QUICK 해법이 이 경우 좀 더 큰 overshoot을 유발함을 관찰할 수 있다. 이 문제에서도 SMART해법은 저이완계수를 현저하게 적게 주어야 수렴이 가능하였다.

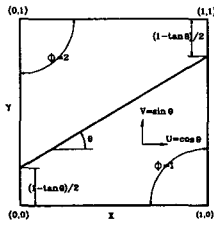


그림 1 균일속도장에 의한 스칼라 변수의 계단에서의 순수대류

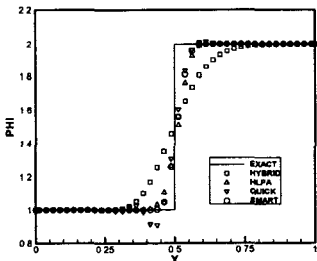


그림 2 중앙선을 따른 스칼라 변수의 분포도 (26.6° 경사, 42×42격자)

순수대류 문제의 3번째 문제로서 (Case 3), 우리는 정사각형 문제영역(solution domain)의 아래 벽과 왼쪽 벽에 계단모양의 선도(profile)를 부과하여 발생하는 그림 7의 상자 모양의 선도를 생각하였다. 계산은 42×42 와 82×82의 두 가지 종류의 수치격자를 사용하여 수행하였다. 그림 8과 그림 9는 수직 중심선($x=0.5, 0 \leq y \leq 1$)을 따른 계산결과를 보여주고 있다. 우리는 HYBRID 해법은 수치격자의 수를 2배로 증가시켜도 매우 부정확함을 관찰할 수 있다. QUICK 해법은 수치격자의 수가 적을 경우(42×42)에 수치격자가 많을 경우(82×82)에 보다

더 overshoot 현상을 유발하나, undershoot 현상은 비교적 정도가 적음을 관찰할 수 있다. 유계해법인 SMART와 HLLA해법은 뾰족한 부분 양쪽면의 급격한 구배를 잘 해결하고, overshoot 현상과 undershoot 현상을 유발하지 않으며, 정확도가 비슷함을 관찰할 수 있다. SMART해법은 이 문제에서도 저이완계수를 현저하게 적게 주어야 수렴이 가능하였다.

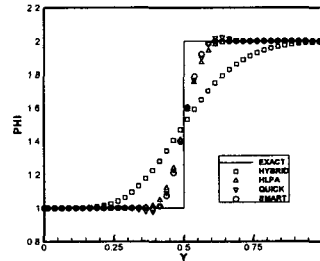


그림 3 중앙선을 따른 스칼라 변수의 분포도(45° 경사, 42×42격자)

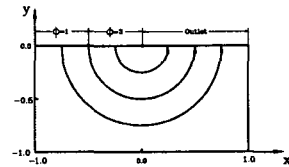


그림 4 회전속도장에 의한 스칼라 변수의 계단에서의 순수대류.

2.2 윗면이 움직이는 공동 내부 층류 유동

윗면이 움직이는 정사각형 공동 내의 층류유동에 대한 해석을 비선형 문제의 한 예로 수행하였다. 이 경우의 유동에 대해서는 Ghia et al, [10]의 Benchmark 해가 있다. Reynolds 수가 1000인 경우를 42×42의 비균일격자계를 사용하여 계산을 수행하고, 계산결과를 Ghia et al, [10]의 Benchmark 해와 비교하였다. 그림 10은 계산된 중심선을 따른

U-속도 분포를 보여주고 있다. 이러한 층류 재순환 유동의 경우 QUICK 해법이 가장 정확한 해를 산출하였다. HYBRID 해법에 의한 계산결과는 Benchmark 해와 비교할 때 매우 부정확하다. HPLA나 SMART 해법들에 의한 계산결과는 서로 유사하며, QUICK 해법에 의한 결과보다 약간 부정확한 것으로 나타났다. SMART해법의 경우 이 문제에 대하여서는 저이완계수를 다른 해법들과 동일하게 주어도 수렴이 가능하였다. 그림 11은 각 해법의 수렴역사(convergence history)를 보여주고 있다. HYBRID해법이 수렴이 가장 빠르며, QUICK, SMART 및 HPLA해법은 거의 같은 수준의 수렴속도를 보여주고 있다.

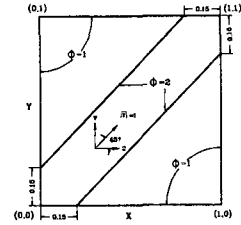


그림 7 균일속도장에 의한 스칼라 변수의 상자모양 계단에서의 순수대류

2.3 정사각형 공동 내부 층류 자연대류 유동
정사각형 공동 내의 층류 자연대류유동에 대한 해석을 수행하였다. Rayleigh 수가 $Ra=10^6$ 이고

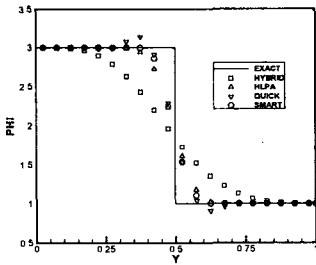


그림 5 출구에서의 스칼라 변수의 분포도 (42×22격자)

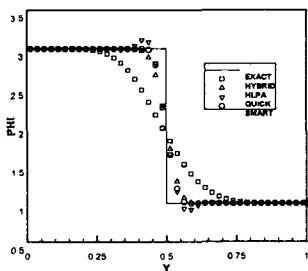


그림 6 출구에서의 스칼라 변수의 분포도 (82×22격자)

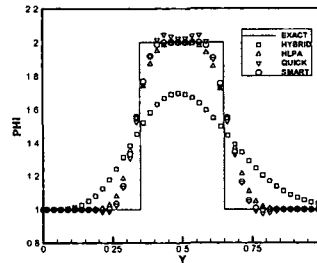


그림 8 중심선에서의 스칼라 변수의 분포도(42×42 격자)

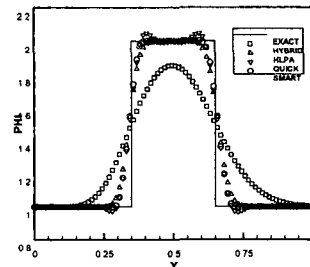


그림 9 중심선에서의 스칼라 변수의 분포도 (82×82 격자)

Prandtl 수가 $Pr=0.71$ 인 경우에 대하여 42×42의 비균일격자를 사용하여 계산을 수행하였다. 이 경우에 대하여서는 Hortmann et al. [11]이 다중격자법을



사용하여 Benchmark 해를 산출한 바 있다. 그림 12는 계산된 유선의 형태를 보여주고 있다. HYBRID 해법에 의한 계산결과는 다른 고차해법을 사용한 결과들과 비교하여 공동 중심부에 차이가 있음을 관찰할 수 있다. QUICK, SMART 및 HPLA 해법들 간의 차이는 이들 그림들에서 관찰할 수 있는 바와 같이 매우 작다. 그러한 경향은 그림 13의 등온선의 분포에도 동일하게 관찰됨을 볼 수 있다. 본 연구에서 QUICK, SMART 및 HPLA 등의 고차해법에 의한 결과는 Hortmann et al. [11]의 다중격자법을 사용한 Benchmark 해와 매우 유사함을 관찰할 수 있다. 그림 14는 각 해법의 수렴역사(convergence history)를 보여주고 있다. 역시 HYBRID 해법이 수렴이 가장 빠르며, QUICK, SMART 및 HPLA 해법은 거의 같은 수준의 수렴속도를 보여주고 있다.

3.0 결론

본 연구에서는 액체금속로 열유동해석을 적절히 수행하기 위하여 대류항처리법들에 대한 평가를 수행하였다. 본 연구에서 나온 결론은 다음과 같다.

- (1) HYBRID 해법은 수렴속도는 빠르나, 수치적 확산이 심하여 부정확한 해를 산출함이 모든 문제의 해석에서 관찰되었다.
- (2) QUICK 해법은 층류유동 해석의 경우 가장 정확한 해를 산출하나, 순수대류 문제의 경우 overshoot 이나 undershoot 현상을 유발하였다. QUICK 해법의 수렴속도는 다른 고차해법과 거의 동일한 수준이었다.
- (3) SMART 해법은 모든 문제에서 overshoot 이나 undershoot 현상을 유발하지 않고, 유계성의 문제를 해결하였으며, 다른 고차해법과 동일한 수준의 정확도를 갖는 해를 산출하였다. 수렴속도도 다른 고차해법과 거의 동일한 수준이었다. 그러나 이 해법은 순수대류 문제의 해석시 저이완계수를 과도하게 적게 주어야 수렴이 가능하고, 그렇지 않은 경우, 해가 요동(oscillation)하였다.
- (4) HPLA 해법은 모든 문제에서 overshoot 이나 undershoot 현상을 유발하지 않고, 유계성의 문제를 해결하였으며, 다른 고차해법과 동일한 수준의 정확도를 갖는 해를 산출하였다. 수렴속도도 다른 고차해법과 거의 동일한 수준이었다. 그리고 SMART 해법에서 관찰된 해의 요동(oscillation) 현상도 없었다.

그러므로 액체금속로 thermal stripping 같은 속도구배와 온도구배가 큰 난류유동을 해석할 때 사용을 권장한다

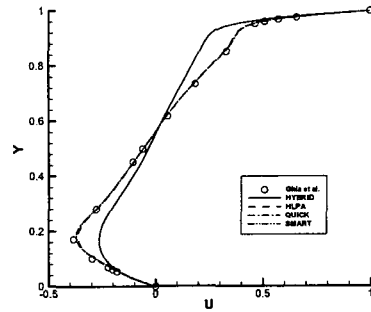


그림 10 중심선에서의 속도분포

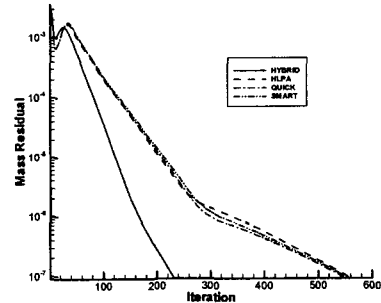


그림 11 각 해법간의 수렴역사

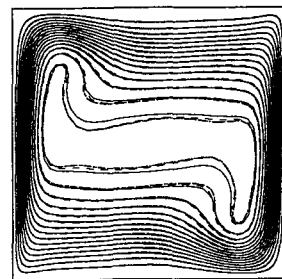


그림 12 유선 분포도

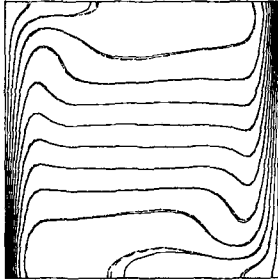


그림 13 등온선 분포도

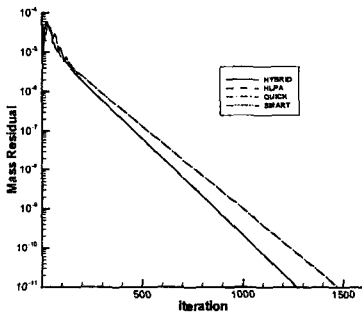


그림 14 자연대류 해석 시 각 해법간의 수렴역사

후기

이 연구는 과학기술부가 지원하는 원자력 증장기 사업의 일환으로 수행되었다.

참고문헌

1. Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow (McGraw-Hill, New York, 1980).
2. Leonard, B. P., "A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic interpolation," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 19, pp. 59-98, 1979.

3. Warming, R. F. and Beam, R. M., "Upwind second order difference schemes and applications in aerodynamic flows," *AIAA J.* 14, pp. 1241-1249, 1976.
4. Raithby, G. D., "Skew upstream differencing schemes for problem involving fluid flow," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 9, pp. 153-164, 1979.
5. Gaskell, P. H. and Lau, A. K. C., "Curvature-compensated convective transport: SMART, a new boundedness preserving transport algorithm," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 8, pp. 617-641, 1988.
6. Zhu, J. and Rodi, W., "A low dispersion and bounded convection scheme," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 92, pp. 225-232, 1991.
7. Zhu, J., "A low-diffusive and oscillation-free convection scheme," *Comm. Appl. Numer. Methods*, pp. 225-232, 1991.
8. Choi, S. K., Nam, H. Y. and Cho, M., "Evaluation of a higher-order bounded convection scheme: three dimensional numerical experiments," *Numer. Heat Transfer, Part B*, 28, pp. 23-38, 1995.
9. Van Leer, B., "Towards the ultimate conservative difference scheme II. Monotonicity and conservation combined in a second order scheme," *J. Comput. Phys.* 14, pp. 361-370, 1974.
10. Ghia, U., Ghia, K. N. and Shin, C. T., "High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method," *J. Comput. Physics*, 48, pp. 387-411, 1982.
11. Hortmann, M., Peric, M., and Scheuerer, G "Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: bechmark solutions," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 11, pp. 189-207, 1990.