대한산업공학회/한국경영과학회 2002 춘계공동학술대회
한국과학기술원(KAIST) 2002년 5월 3일-4일

수량 할인이 있는 확률적 재고 모형에서의 조달기간의 단축

문일경 · 김태영
부산대학교 산업공학과

In this paper, we propose a mixed integer optimization approach for solving the inventory problem with variable lead time, reorder point, crashing cost and price-quantity discount. Chang and Chang[15] study a continuous review inventory model in which lead time is a decision variable under price-quantity discount. However, their study cannot find the optimal solution due to the flaws in the modeling and the solution procedure. We present a complete procedure to find the optimal solution for the model. In addition to the above contribution, we also apply the minimax distribution free approach to the model to devise a practical procedure which can be used without specific information on demand distribution.

1. 서론

일반적으로 기업의 재고정책은 최소 비용으로 최대 효과를 얻는 것을 목적으로 한다. 기업은 고객에 대한 적절한 서비스수준, 주문인도기간, 재주문점 등을 고려하여 최적의 재고 정책을 발견해야 한다. 과거 많은 연구들이 여러 가지 상황을 설정하여 최적의 정책을 찾고자 하였으나, 일반적으로 고정된 서비스수준을 고려하여 문제를 해결하였다. 하지만 1998년에 Moon 과 Choi[13]가 발표한 연구에서는 다양한 서비스수준을 고려하여 문제를 해결하는 것이 더 좋은 정책을 찾을 수 있다고 증명하였다. 본 연구에서는 다양한 서비스수준과 발주회수의 정수형을 고려한 재고 모형, 가격할인(PQD)을 고려한 재고 모형, 고객의 수요에 대한 최악의 분포를 고려한 분포 자유 접근법(DFA)을 연구하고자 한다. 또한 다양한 서비스수준을 고려한 방법이 더 효율적인 정책을 찾을 수 있다는 연구를 다시 한번 검증하고자 한다.

(1) 서비스수준을 고려한 정수형 재고 모형: 과거에 많은 연구[9,10,11,15]에서는 고정된 서비스수준을 고려하여 문제를 풀었다. 하지만 Moon 과 Choi는 1998년에 다양한 서비스수준을 고려하는 방법을 제시하였으며, 이 방법이 과거에 연구된 고정된 서비스수준을 고려한 방법보다 더 효율적인 것을 증명하였다. 또한 Chang 과 Chang은 발주회수를 현실에 맞게 정수화 하여 문제를 풀었다. 하지만 이 연구에서는 고정된 서비스수준을 고려하였기 때문에, 그 정책은 최적이 아닐 수 있다. 본 연구에서는 Moon 과 Choi의 방법을 기초로 하여 발주회수를 정수화하여 문제를 해결하여 Chang 과 Chang의 정책보다 더 좋은 정책을 찾고자 한다.

(2) 서비스수준과 가격할인(PQD)을 고려한 정수 형 재고모형: 서비스수준이 있는 정수형 재고모형에 가격할인을 고려하여 문제를 해결하고자 한다. 가격 할인은 로트의 크기에 따라서 단위당 비용이 달라지는 모형이다. 일반적으로 가격 할인 정책은 구매자가 더 많은 양을 구매하도록 함으로써 생산이나 수송 등에 있어서 규모의 경제를 이루기 위해서 많이 채택된다. Tersine and Toelle[2]는 가격할인이 있는 경우에 로트 크기를 결정하는 연구를 하였으며, Knowles and Pantumsinchai.[3]는 정해진 컨테이너 크기를 가질 때, 가격 할인을 고려한 연구를 하였다. 또한 이번 연구에서도 앞의 연구와 같이 Moon 과 Choi의 방법을 기본으로 하여 문제를 해결하였으며, Chang 과 Chang의 방법보다 더 좋은 정책을 찾고자 하는 것이 목적이다.

(3) 분포 자유 접근법(DFA): 일반적으로 확률적 재고 모형은 고객의 수요가 어떤 특정한 분포를 따른다고 가정하여 최적의 해를 찾는다. 수요가 그 분포에 따라 발생하는 일은 매우 희박하다. 만약 과거의 많은 자료를 가지고 있다면 수요에 대한 대략적인 분포를 유도할 수는 있으나, 이것은 많은 노력과 비용이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 과거의 자료에서 수요에 대한 평균과 표준편차를 알고 있을 때,

최악의 분포에서 최대의 이익을 얻는 분포 자유 접근법을 사용하여 문제를 해결하고자 한다. 최근 많은 학자들[5,8,12,13]은 분포 자유 접근법을 사용하여 주문인도기간 동안의 수요에 대한 분포의 불확실성 문제를 해결하고자 하였다.

2. 문제의 정의 및 연구내용

2.1 가정 및 사용기호

본 연구에서 사용되는 가정과 기호들은 아래와 같다.

(1) n개의 하위 품목들에 대한 주문인도기간이 존재하며, i 품목은 최소 시간 a_i 와 정상시간 b_i를 가진다. 또한 각 단위당 c_i의 crashing cost를 갖는다.

(2) 연간 수요, 생산 준비 비용, 재고 유지 비용, 재고 부족 비용 그리고 판매 손실 비용 대한 정보는 주어져 있다.

(3) L=주문인도기간,

$$L_{Min} = \sum_{i=1}^{n} a_i \le L \le \sum_{i=1}^{n} b_i = L_{Max}$$

수요는 평균 D와 표준편자 σ를 가지는 정규분포를 따른다.

(4) L_i는 품목 1,2,...,i를 가지는 주문인도기간이다. $L_i = L_{Max} - \sum_{j=1}^{i}(b_j - a_j)$로 표현되며, $L_i \le L \le L_{i-1}$가 주어질 때 각 주문인도기간의 crashing cost는 $R(L)$로 나타낸다.

$$R(L) = c_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} c_j(b_j - a_j)$$

(5) r=재주문점으로 주문인도기간 동안의 기대수요+안전재고(SS)로 나타낸다. 또한 안전재고(SS)= $k\times$ 주문인도기간 동안의 수요의 표준편차이다. 즉 $r = \mu L + k\sigma\sqrt{L}$ 이다. 여기서 r은 결정변수 이다.

(6) A = 단위당 주문비용

(7) h = 연간 재고 유지 비용

(8) ($\lceil D/Q \rceil$, $\lfloor D/Q \rfloor$)는 발주회수를 정수로 표현한 것으로, $\lceil D/Q \rceil \ge D/Q$인 가장 작은 정수이며, $\lfloor D/Q \rfloor \le D/Q$인 가장 큰 정수를 나타낸다.

(9) $K(Q, r, L)$은 연간 기대 총 비용이다.

2.2 서비스수준이 있는 정수형 재고모형

서비스수준(Service Level)은 고객의 수요를 얼마나 만족시키는가를 나타낸다. 이 장에서는 서비스수준을 고려한 정수형 재고모형을 고려하여 최적의 주문량, 재주문점 그리고 주문인도기간을 구하는 것이 목적이다.

주문인도기간의 수요 X는 평균 D이고 표준편차가 $\sigma\sqrt{L}$인 정규분포를 따른다. 이때 한 주기당 주문인도기간 동안의 부재고는 다음과 같다.

$$B(r) = \int_r^{\infty}(x-r)f(x)\,dx = \sigma\sqrt{L}\,\Psi(k)$$
$$where\ \Psi(k) = \phi(k) - k[1-\Phi(k)]$$

여기서 ϕ는 정규분포의 확률밀도 함수이며, Φ는 누적분포함수이다.

이때 연간 기대 총 비용은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$K(Q,r,L)$ = 주문비용 + 재고유지비용+ 재고부족비용 + 주문인도기간의 crashing cost

$$\begin{aligned}
&= \frac{AD}{Q} + h\left[\frac{Q}{2} + r - \mu L + (1-\beta)B(r)\right] \\
&\quad + \frac{D}{Q}[\pi + \pi_0(1-\beta)]B(r) + \frac{D}{Q}R(L) \\
&= \frac{AD}{Q} + h\left[\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L}\right] \\
&\quad + \left\{h(1-\beta) + \frac{D}{Q}[\pi+\pi_0(1-\beta)]\sigma\sqrt{L}\,\Psi(k)\right. \\
&\quad + \frac{D}{Q}\left[c_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} c_j(b_j - a_j)\right], \\
&L \in (L_i, L_{i-1}) \qquad (1)
\end{aligned}$$

위의 (1)식을 각각 Q와 L에 대해 편미분하여 $\frac{\partial K(Q,r,L)}{\partial Q} = 0$과 $\frac{\partial K(Q,r,L)}{\partial r} = 0$을 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$Q = \left[\frac{2D\{A + R(L) + [\pi+\pi_0(1-\beta)]B(r)\}}{h}\right]^{1/2} \qquad (2)$$

$$1 - F(r) = \frac{hQ}{hQ(1-\beta) + D[\pi + \pi_0(1-\beta)]} \qquad (3)$$

위의 수식 (2)와 (3)에서 최적 해 (Q, r, L)를 구할 수 있다.

위의 모형을 기본으로 하여 발주회수의 정수화를 고려하면 연간 기대 총 비용식은 아래와 같이 구할 수 있다.

$K(Q,r,L)$ = 주문비용 + 재고유지비용+ 재고부족비용 + 주문인도기간의 crashing cost

$$\begin{aligned}
&= A\left(\left\lceil \frac{D}{Q}\right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q}\right\rfloor\right) \\
&\quad + h\left[\frac{Q}{2} + r - \mu L + (1-\beta)B(r)\right] \\
&\quad + \left(\left\lceil \frac{D}{Q}\right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q}\right\rfloor\right)[\pi + \pi_0(1-\beta)B(r)] \\
&\quad + \left(\left\lceil \frac{D}{Q}\right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q}\right\rfloor\right)R(L),\ L \in (L_i, L_{i-1}) \\
&= A\left(\left\lceil \frac{D}{Q}\right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q}\right\rfloor\right) + h\left[\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L}\right] \\
&\quad + \left(\left\lceil \frac{D}{Q}\right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q}\right\rfloor\right)\left[c_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} c_j(b_j - a_j)\right] \\
&\quad + \left\{h(1-\beta) + \left(\left\lceil \frac{D}{Q}\right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q}\right\rfloor\right)[\pi + \pi_0(1-\beta)]\right\} \\
&\quad \times \sigma\sqrt{L}\,\Psi(k) \qquad (4)
\end{aligned}$$

< 수치실험 1 >

연간 수요는 600, 주문 비용은 \$200, 연간 재고 유지 비용은 \$20, 재고 부족 비용은 \$50, 판매 손실 비용은 \$150, σ=6 단위/주 이다. 그리고 3개 품목의 각각의 주문인도기간은 표 1.에 나타나 있다. β=0, 0.5, 0.8 및 1의 조건을 주고 이 문제를 풀었다.

표 1. 주문인도기간

Lead time component	Normal duration(d)	Minimum duration(d)	Unit crashing cost
1	16	2	0.40
2	16	2	1.20
3	10	3	5.00

Ben-Daya와 Raouf는 발주회수 (D/Q)의 연속성과 고정된 서비스수준을 고려하여 문제를 풀었으며 결과치가 아래의 표 2에 나타나 있다. 최적의 정책은 (Q, L)=(116, 2)이며 연간 기대 총 비용은 $2700.65였다.

표 2. Ben-Daya와 Raouf의 결과치

i	R(L)	D/Q	(Q, L)	K(Q, L)
0	0	5.45	(110, 6)	2866.95
1	5.6	5.41	(111, 4)	2773.35
2	22.4	5.17	(116, 2)	2700.65
3	57.4	4.80	(125, 1)	2761.48

위의 문제를 Moon 과 Choi의 알고리즘을 사용하여 풀면 아래와 같다. 표 3에서 최적의 정책은 (Q, r, L)=(119, 35.0, 2)이며, 연간 기대 총 비용은 $2627.34이다. Ben-daya와 Raouf의 결과치보다 $73.31만큼 비용이 감소하였다.

표 3. Moon 과 Choi의 결과치

β	i	R(L)	(Q, r, L)	D/Q	$K(Q, r, L)$
0	0	0	(115, 99.8, 6)	5.22	2911.69
	1	0.5	(115, 71.1, 4)	5.20	2809.10
	2	22.4	(119, 40.6, 2)	5.06	2723.91
	3	57.4	(126, 23.8, 1)	4.75	2774.97
0.5	0	0	(115, 96.8, 6)	5.20	2859.37
	1	0.5	(116, 68.6, 4)	5.18	2766.35
	2	22.4	(119, 38.9, 2)	5.05	2693.58
	3	57.4	(127, 22.5, 1)	4.74	2753.33
0.8	0	0	(116, 93.7, 6)	5.18	2806.11
	1	0.5	(116, 66.1, 4)	5.17	2722.84
	2	22.4	(119, 37.1, 2)	5.04	2662.68
	3	57.4	(127, 21.7, 1)	4.73	2731.26
1	0	0	(116, 90.1, 6)	5.16	2745.20
	1	0.5	(117, 63.2, 4)	5.15	2673.09
	2	22.4	(119, 35.0, 2)	5.02	2627.34
	3	57.4	(127, 19.8, 1)	4.72	2705.96

한편, Chang 와 Chang는 이 문제에 발주회수의 정수화 (⌈D/Q⌉, ⌊D/Q⌋)를 고려하여 문제를 풀었다. 그 결과치는 표 4에 나타나 있다. Chang 와 Chang의 최적의 정책은 (Q, L)=(120, 2)이고 발주회수 (D/Q)는 5번이었으며, 연간 총 기대 비용은 $2702.32이다. 발주회수의 정수화를 고려한 모형의 비용이 $1.67만큼 증가하였으나, 매우 미미하였다.

표 4. (⌈D/Q⌉, ⌊D/Q⌋)를 고려한 Chang와 Chang의 결과치

i	R(L)	Q	D/Q	(Q, L)	K(Q, L)
0	0	110	5	(120, 6)	2876.06
1	5.6	111	5	(120, 4)	2780.00
2	22.4	116	5	(120, 2)	2702.32
3	57.4	125	5	(120, 1)	2763.00

Moon 과 Choi가 발표한 연구에서, 다양한 서비스수준을 고려하여 문제를 해결하는 것이 고정된 서비스수준을 고려한 모형보다 비용을 감소시킨다는 것을 알 수 있다. 따라서, 이 문제를 Moon 과 Choi의 알고리즘을 사용하여 더 좋은 결과치를 얻고자 한다. 그 결과치는 아래의 표 5에서 알 수 있다. 표 5를 보면 최적의 정책은 (Q, r, L)=(120, 35, 27,2)이고, 연간 총 비용은 $2627.37이다. Chang와 Chang의 결과치를 비교해 보면 총 비용이 $73.31만큼 감소하였다.

표 5. (⌈D/Q⌉, ⌊D/Q⌋)를 고려한 본 연구의 결과치

β	i	R(L)	Q	D/Q	(Q, r ,L)	K(Q, r ,L)
0	0	0	115	5	(120, 99.8, 6)	2913.80
	1	5.6	115	5	(120 .71.1, 4)	2810.84
	2	22.4	119	5	(120 ,40.6, 2)	2724.07
	3	57.4	126	5	(120, 23.8, 1)	2778.43
0.5	0	0	115	5	(120, 96.8, 6)	2826.22
	1	5.6	116	5	(120. 68.6, 4)	2767.85
	2	22.4	119	5	(120, 38.9, 2)	2693.67
	3	57.4	127	5	(120, 22.5, 1)	2756.97
0.8	0	0	116	5	(120, 93.7, 6)	2807.63
	1	5.6	116	5	(120. 66.1, 4)	2724.10
	2	22.4	119	5	(120, 37.1, 2)	2662.76
	3	57.4	127	5	(120, 21.7, 1)	2735.11
1	0	0	116	5	(120, 90.1, 6)	2746.31
	1	5.6	117	5	(120. 63.2, 4)	2674.05
	2	22.4	119	5	(120, 35.0, 2)	2627.37
	3	57.4	127	5	(120, 19.8, 1)	2710.10

위의 실험에서도 알 수 있듯이 Moon 과 Choi의 알고리즘에서 구한 비용과 다양한 서비스

수준과 발주회수의 정수화를 고려하여 구한 비용의 차가 $0.03이다. 따라서 그 비용의 증가가 매우 미미하다.

2.3 서비스수준과 가격할인(PQD)을 고려한 정수 형 재고모형

이 모형에서는 다양한 서비스수준과 발주회수의 정수형을 고려한 모형에 가격할인을 고려하여 최적의 정책을 구하고자 한다. 가격할인은 로트 크기가 커질수록 단위당 구매비용이 감소하는 것이다. 그러므로 일반적인 방법으로 구하는 주문량이 최적이 아닐 수도 있다. EOQ 모형에 주문비용, 재고 유지 비용, 구매비용을 고려한 연간 총 비용은 아래와 같다.

$$K(Q) = \frac{AD}{Q} + h\frac{Q}{2} + DC(Q) \tag{5}$$

위 (4)와 (5)식을 기초로 하여 다양한 주문인도기간, 재고 부족 비용, 가격할인(PQD)을 고려한 연간 총 비용을 산출하면 아래와 같다.

$K(Q,r,L)$ = 주문비용 + 재고유지비용+ 재고부족비용 + 주문인도기간의 crashing cost

$$\begin{aligned}
&= A\left(\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor \right) \\
&+ h\left[\frac{Q}{2} + r - \mu L + (1-\beta)B(r) \right] \\
&+ \left(\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor \right)[\pi + \pi_0(1-\beta)B(r)] \\
&+ \left(\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor \right)R(L) + DC(Q) \\
&= A\left(\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor \right) + h\left[\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L} \right] \\
&+ \left(\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor \right)\left[c_i(L_{i-1} - L_i) + \sum_{j=1}^{i-1} c_j(b_j - a_j) \right] \\
&+ \left\{ h(1-\beta) + \left(\left\lceil \frac{D}{Q} \right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q} \right\rfloor \right)[\pi + \pi_0(1-\beta)] \right\} \\
&\times \sigma\sqrt{L}\Psi(k) + DC(Q), \quad L \in (L_i, L_{i-1})
\end{aligned} \tag{6}$$

< 수치실험 2 >

연간 수요는 600, 주문 비용은 $200, 연간 재고 유지 비용은 $20, 재고 부족 비용은 $50, 판매 손실 비용은 $150, σ=6 단위/주 이다. 그리고 3개 품목의 각각의 주문인도기간은 앞의 표 1과 동일하다. β=0, 0.5, 0.8 및 1의 조건에서 문제를 풀었으며, 단위당 비용은 표 6에 나타내었다.

표 6. 단위당 비용

$C(Q)$	Q
2.25	1 - 99
2.10	100 - 199
2.05	200 - 299
2.00	300+

또한 이 문제의 결과치는 아래의 표 7-10에서 알 수 있다. 아래의 표 9에서 최적의 정책이 (Q, r, L)=(120, 35.0, 2)이며, 연간 기대 총 비용이 $3887.37이다. Chang 과 Chang의 최적정책은 (Q, L)=(120, 2)이고 연간 기대 총 비용이 $4041.84였다. 따라서 본 연구에서는 Chang 과 Chang의 결과치보다 비용이 $154.47만큼 감소하였다. 이 결과에서 Moon과 Choi의 연구 방법이 더 효율적이라는 것을 알 수 있다.

표 7. 단위당 비용이 $2이고 $Q \geq 300$일 때 $(\lceil D/Q \rceil, \lfloor D/Q \rfloor)$를 고려한 결과치

β	L	R(L)	r	Q	Q'	D/Q	Q*	K(Q,r,L)
0	1	57.4	23.8	126	300	2	300	4978.97
0.5	1	57.4	22.5	127	300	2	300	4955.39
0.8	1	57.4	21.3	127	300	2	300	4931.18
1	1	57.4	19.8	127	300	2	300	4902.99

표 8. 단위당 비용이 $2.05이고 $200 \leq Q \leq 299$일 때 $(\lceil D/Q \rceil, \lfloor D/Q \rfloor)$를 고려한 결과치

β	L	R(L)	r	Q	Q'	D/Q	Q*	K(Q,r,L)
0	1	57.4	23.8	126	200	3	200	4275.46
0.5	1	57.4	22.5	127	200	3	200	4252.59
0.8	2	22.4	37.1	119	200	3	200	4220.17
1	2	22.4	35.0	119	200	3	200	4182.01

표 9. 단위당 비용이 $2.10이고 $100 \leq Q \leq 199$일 때 $(\lceil D/Q \rceil, \lfloor D/Q \rfloor)$를 고려한 결과치

β	L	R(L)	r	Q	Q'	D/Q	Q*	K(Q,r,L)
0	2	22.4	40.6	119	119	5	120	3984.08
0.5	2	22.4	38.9	119	119	5	120	3953.70
0.8	2	22.4	37.1	119	119	5	120	3912.76
1	2	22.4	35.0	119	119	5	120	3887.37

표 10. 단위당 비용이 $2.25이고 $1 \leq Q \leq 99$일 때 $(\lceil D/Q \rceil, \lfloor D/Q \rfloor)$를 고려한 결과치

β	L	R(L)	r	Q	Q'	D/Q	Q*	K(Q,r,L)
0	2	22.4	40.6	119	99	6	99	4098.5
0.5	2	22.4	38.9	119	99	6	99	4069.0
0.8	2	22.4	37.1	119	99	6	99	4039.1
1	2	22.4	35.0	119	99	6	99	4005.1

2.4 분포 자유 접근법(DFA)

일반적으로 확률적 재고모형에서는 고객의 수요가 어떤 특정한 분포를 따른다는 가정하에 문제를 해결해 나간다. 하지만 현실적으로 고객의 수요가 어떤 분포에 따라 발생하지는 않는다. 과거에 많은 연구에서 수요에 대한 정확한 분포가 없이 과거 수요의 평균과 분산을 알고 있을 때, 가장 최악의 분포에 대해서 기대 이익을 최대화시키는 방법이 제시 되었다. 이러한 분포 자유 접근법은 제한된 정보에 대해서 최적의 해를 보장하고, 수요의 분포를 정확하게 알 수 없는 상황에서 직관적인 주문량을 구할 수 있다.

주문인도기간 동안의 수요의 분포가 최악의 경우일 때 다양한 서비스수준과 발주회수의 정수화를 고려한 경우이다. 이 연구에서는 Gallego 와 Moon[8]의 방법을 적용하고자 한다.

Proposition 1. $F \in \mathrm{F}$ 일 때,

$$E[X-r]^+ \le \frac{1}{2}\{\sqrt{\sigma^2 L+(r-\mu L)^2}-(r-\mu L)\} \quad (7)$$

여기서 $x^+ = \max\{x, 0\}$이다.

또한 어떠한 Q에 대해서 이 상한치가 만족하는 임의의 분포가 존재한다.

위의 Proposition 1을 사용해서, 이 문제에 최악의 분포를 갖는 최소 비용 함수는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} K^W(Q,r,L) &= A\left(\left\lceil \frac{D}{Q}\right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q}\right\rfloor\right)+h\left[\frac{Q}{2}+r-\mu L\right] \\ &+\left(\left\lceil \frac{D}{Q}\right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q}\right\rfloor\right)\left[c_i(L_{i-1}-L)+\sum_{j=1}^{i-1}c_j(b_j-a_j)\right] \\ &+\left\{h(1-\beta)+\left(\left\lceil \frac{D}{Q}\right\rceil, \left\lfloor \frac{D}{Q}\right\rfloor\right)[\pi+\pi_0(1-\beta)]\right\} \\ &\times\frac{\sqrt{\sigma^2L+(r-\mu L)^2}-(r-\mu L)}{2}, \quad L\in(L_i, L_{i-1}) \end{aligned} \quad (8)$$

각 주문인도기간에 $K^W(Q,r,L)$을 Q와 r로 편미분하면 아래와 같은 식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial K^W(Q,r,L)}{\partial Q} = -\frac{AD}{Q^2}+\frac{h}{2}-\frac{D}{Q^2}R(L) - \frac{D[\pi+\pi_0(1-\beta)]}{2Q^2}[\sqrt{\sigma^2L+(r-\mu L)^2}-(r-\mu L)] \quad (9)$$

$$\frac{\partial K^W(Q,r,L)}{\partial r} = h+\frac{1}{2}\left\{\frac{r-\mu L}{\sqrt{\sigma^2L+(r-\mu L)^2}}-1\right\} \times\left[h(1-\beta)+\frac{[\pi+\pi_0(1-\beta)]D}{Q}\right] \quad (10)$$

$K^W(Q,r,L)$은 $L\in(L_i, L_{i-1})$일 때 (Q,r)에 대해서 오목하다. 왜냐하면,

$$\frac{\partial K^W(Q,r,L)}{\partial L^2} = -\frac{1}{4}hk\sigma L^{-2/3}-\frac{1}{8}\sigma L^{-2/3} \times(\sqrt{1+k^2}-k)\left\{h(1-\beta)+\left[\pi+\pi_0(1-\beta)\frac{D}{Q}\right]\right\} < 0$$

여기서 $k=(r-\mu L)/\sigma\sqrt{L}$이다.

$\frac{\partial K^W(Q,r,L)}{\partial Q}=0$, $\frac{\partial K^W(Q,r,L)}{\partial r}=0$을 계산하여 식 (11)과 (12)를 구할 수 있다.

$$Q=\left[D\left(\frac{[\pi+\pi_0(1-\beta)][\sqrt{\sigma^2L+(r-\mu L)}-(r-\mu L)]}{h} + \frac{2A+2R(L)}{h}\right)\right]^{1/2} \quad (11)$$

$$\frac{r-\mu L}{\sqrt{\sigma^2L+(r-\mu L)^2}} = 1-\frac{2hQ}{hQ(1-\beta)+D[\pi+\pi_0(1-\beta)]} \quad (12)$$

위의 식 (11)과 (12)를 이용해서 최적의 Q, r, L을 구할 수 있다. 이 값들은 (Q^W, r^W, L^W)로 나타낸다.

< 수치실험 3 >

이 수치실험에서 사용되는 자료는 수치실험 1과 같다. 수요에 대한 분포는 알 수 없고, 단지 평균과 표준 편차에 대한 정보만을 가지고 있다. 이 수치실험에서 (Q^W, r^W, L^W)과 (Q^N, r^N, L^N) 값들을 구하여 비교해 보는 것이 목적이다. 여기서 $N\in\mathrm{F}$인 정규분포를 나타낸다. 이 실험에서의 결과치는 표 11-14에 잘 나타나 있다. 아래의 표에서 각각의 경우에 최적 정책은 (Q^W, r^W, L^W)=(135,40,2)이고 (Q^N, r^N, L^N)=(120,37,2)이다. 또한 최악의 분포일 경우 $\beta=0.8$일 때 $K^W(Q^W, r^W, L^W)$은 \$4148.21이다. 그리고 수요가 정규분포를 따를 때, 비용함수에 (Q^N, r^N, L^N) 대신 (Q^W, r^W, L^W)를 사용했을 때의 비용 차이는 \$0.44로 매우 작다.

$$\begin{aligned} &K^N(Q^W, r^W, L^W)-K^N(Q^N, r^N, L^N) \\ &= \$3887.81-\$3887.37=\$0.44 \end{aligned}$$

여기서 $K^N(Q^W, r^W, L^W)$는 수요가 정규 분포일 때 분포자유 접근방법에서 구한 (Q^W, r^W, L^W)을 사용하였을 때의 연간 총 기대 비용이다.

표 11. 단위당 비용이 \$2이고 $Q\ge 300$일 때 $(\lceil D/Q\rceil, \lfloor D/Q\rfloor)$를 고려한 결과치

β	(Q^W, r^W, L^W)	$K^W(Q^W, r^W, L^W)$
0	(145, 30, 1)	5287.23
0.5	(141, 26, 1)	5162.29
0.8	(138, 23, 1)	5065.37
1	(135, 20, 1)	4980.96

β	$K^N(Q^W, r^W, L^W)$	$K^N(Q^N, r^N, L^N)$	$\frac{K^N(Q^W, r^W, L^W)}{K^N(Q^N, r^N, L^N)}$
0	5091.87	4978.97	1.0227
0.5	5013.21	4955.39	1.0117
0.8	4955.13	4931.17	1.0085
1	4907.07	4902.99	1.0008

표 12. 단위당 비용이 $2.05이고 $200 \le Q \le 299$일 때 ($\lceil D/Q \rceil$, $\lfloor D/Q \rfloor$)를 고려한 결과치

β	(Q^W, r^W, L^W)	$K^W(Q^W, r^W, L^W)$
0	(145, 30, 1)	4667.94
0.5	(141, 26, 1)	4523.08
0.8	(135, 40, 2)	4477.41
1	(131, 35, 2)	4341.93

β	$K^N(Q^W, r^W, L^W)$	$K^N(Q^N, r^N, L^N)$	$\frac{K^N(Q^W, r^W, L^W)}{K^N(Q^N, r^N, L^N)}$
0	4379.55	4275.46	1.0243
0.5	4302.32	4252.58	1.0117
0.8	4246.79	4220.17	1.0063
1	4185.69	4182.01	1.0008

표 13. 단위당 비용이 $2.10이고 $100 \le Q \le 199$일 때 ($\lceil D/Q \rceil$, $\lfloor D/Q \rfloor$)를 고려한 결과치

β	(Q^W, r^W, L^W)	$K^W(Q^W, r^W, L^W)$
0	(146, 50, 2)	4723.03
0.5	(140, 44, 2)	4490.16
0.8	(135, 40, 2)	4312.23
1	(131, 35, 2)	4148.21

β	$K^N(Q^W, r^W, L^W)$	$K^N(Q^N, r^N, L^N)$	$\frac{K^N(Q^W, r^W, L^W)}{K^N(Q^N, r^N, L^N)}$
0	4182.84	3984.07	1.0499
0.5	4078.23	3953.69	1.0315
0.8	4005.99	3922.76	1.0212
1	3887.81	3887.37	1.0001

표 14. 단위당 비용이 $2.25이고 $1 \le Q \le 99$일 때 ($\lceil D/Q \rceil$, $\lfloor D/Q \rfloor$)를 고려한 결과치

β	(Q^W, r^W, L^W)	$K^W(Q^W, r^W, L^W)$
0	(146, 50, 2)	5012.15
0.5	(140, 44, 2)	4721.56
0.8	(135, 40, 2)	4501.86
1	(131, 35, 2)	4316.35

β	$K^N(Q^W, r^W, L^W)$	$K^N(Q^N, r^N, L^N)$	$\frac{K^N(Q^W, r^W, L^W)}{K^N(Q^N, r^N, L^N)}$
0	4218.45	4098.52	1.0292
0.5	4117.70	4068.99	1.0120
0.8	4054.39	4039.05	1.0038
1	4013.87	4005.04	1.0022

3. 결론

본 논문은 기존에 연구된 Moon과 Choi의 알고리즘을 사용하여 가격할인과 발주회수의 정수화를 고려한 재고 모형에 대해서 연구하였다. 또한 수요에 대한 정확한 분포를 알 수 없는 상황에서 알맞은 주문량을 결정 할 수 있는 분포자유 접근 방법을 적용하였다. 수치실험을 통해서 알 수 있듯이 일반적인 분포와의 차이가 매우 미미하였으므로, 이 연구는 상당히 실용적이며 현실적이라고 할 수 있다. 또한 발주회수를 정수화 하는 것이 최적의 해는 아니지만 최적의 해와 비용면에서 근소한 차이를 보였다. 그 뿐만 아니라 고정된 서비스 수준을 고려한 방법보다는 다양한 서비스수준을 고려한 Moon과 Choi의 방법이 더 우수한 해를 제공하고 있음을 다시 확인하였다.

4. 참고 문헌

[1] G. Hadley and T. M. Whitin, *Analysis of Inventory Systems*. Prentice Hall: Englewood Cliffs, NJ., 1963.

[2] R. J. Tersine and R. A. Toelle, Lot size determination with quantity discount, *Production and Inventory Management,* Vol. 27/3, pp. 1-22, 1985.

[3] T. W. Knowles and P. Pantumsinchai, All-unit discounts for standard container sizes, *Decision Science,* Vol. 19, pp. 848-857, 1988.

[4] H. Hwang, An EOQ model with quantity discounts for both purchasing price and freight cost, *Computers and Operations Research,* Vol. 17, pp. 73-78, 1990.

[5] G. Gallego, A minimax distribution free procedure for the (Q,r) inventory model, *Operation Research Letters,* Vol. 11, pp. 55-60, 1992.

[6] M. R. Grant, EOQ and price break analysis in a JIT environment, *Productiom and Inventory Management Journal,* Vol. 34, pp. 64-69, 1993.

[7] W. J. Stevenson, *Production and Operations Management,* 4th edn., Irwin, Homewood, IL, USA, 1993.

[8] G. Gallego and I. Moon, The distribution free newsboy problem: review and extensions, *Journal of the Operational Research Society,* Vol. 44, pp. 825-834, 1994.

[9] M. Ben-Daya and A. Raouf, Inventory models involving lead time as decision

variable, *Journal of the Operational Research Society,* Vol. 45, pp. 579-582, 1994.

[10] L. Y. Ouyang, N. Yeh and K. Wu, Mixture inventory model with backorders and lost sales for variable lead time, *Journal of the Operational Research Society,* Vol. 47, pp. 829-832, 1996.

[11] L. Y. Ouyang and K. S. Wu, Mixture inventory model involving variable lead time with a service level constraint, *Computers and Operations Research,* Vol. 24, pp. 875-882, 1997.

[12] L. Y. Ouyang and K. S. Wu, A mnimax distribution free procedure for mixed inventory model with variable lead time, *Journal of the Operational Research Society,* Vol. 47, pp. 511-516, 1998.

[13] I. Moon and S. Choi, A note on lead time and distributional assumptions in continuous review inventory model, *Computers and Operations Research,* Vol. 25, pp. 1007-1012, 1998.

[14] C. T. Chang, An efficient approach for mixed integer problems, *European Journal of Operational Research,* Vol. 107, pp. 625-632, 2000.

[15] C. T. Chang and S. T. Chang, On the inventory model with variable lead time price-quantity discount, *Journal of the Operational Research Society,* Vol. 52, pp. 1151-1158, 2001.

[16] L. Y. Ouyang and L. Y. Chuang, Mixture inventory model involving variable lead time and controllable backorder rate, *Computers and Industrial Engineering,* Vol. 40, pp. 339-348, 2001.