대한산업공학회/한국경영과학회 2002 춘계공동학술대회
한국과학기술원(KAIST) 2002년 5월 3일-4일

제약자원 버퍼의 최적 크기 결정
Optimal size of the constraint buffer in TOC

고시근
부산광역시 남구 용당동 산100 부경대학교 산업공학과

Abstract

The theory of constraints (TOC) has become a valuable system in modern operations management. Using the ideas and methods of the TOC, companies can achieve a large reduction of work-in-process and finished-goods inventories, significant improvement in scheduling performance, and substantial earnings increase. The purpose of this paper is to calculate the optimal size of the time buffer which is used to accommodate disruptions in production processes and provide maximum productivity of capacity constrained resources. After the problem formulation in terms of single server queueing model, we observed the system behavior by sensitivity analyses.

Keywords: TOC(Theory of Constraints), Time buffer, Queueing model

1. 서 론

제약이론은 기업의 지속적인 개선을 추구하는 접근방법으로서 Eli Goldratt에 의해 처음으로 개발되어 그 적용분야가 급격히 확산되고 있다. Goldratt의 정의에 의하면 제약이란 "시스템이 그 목표(goal)를 달성하는데 제약이 되는 요인"이다. 즉, 제약이론에서의 제약은 시스템의 성과를 실제로 제약하는 요인이라는 것이다. 이것은 선형계획법과 같은 기존의 이론에서 사용되는 제약조건의 의미인 "시스템을 제약할 가능성이 있는 요인"과는 다른 의미를 갖고 있다. 여기서 시스템이라는 단어의 사용대상은 매우 광범위하지만 우리의 관심을 기업에 둔다면 시스템의 목표는 "현재와 미래에 걸쳐 돈을 버는 것"이고 따라서 제약이란 기업이 돈을 버는데 장애가 되는 요인을 지칭한다. 모든 기업은 이러한 요인, 즉 제약을 하나 이상 갖고 있다. 만약 제약이 없다면 그 기업은 무한히 많은 돈을 벌게 될텐데 현실적으로 그런 기업은 없기 때문이다. 제약의 예로는 시장(수요)의 불충분, 시스템 내부적 혹은 외부적으로 적용되는 정책, 기업이 보유한 자원 등이 있을 수 있다(Blackstone, 2001).

최광식(2001)에 의하면, 제약이론은 "시스템의 목표를 달성하는데 제약이 되는 요인을 찾아 집중적으로 개선함으로써, 단기간에 가시적인 경영개선의 성과가 나타나고, 장기적으로는 지속적인 경영개선을 추구하여 시스템의 전체적 최적화를 달성하는 프로세스 중심의 경영혁신 기법"이라고 정의된다. 제약이론 개념이 처음 소개되었을 때는 그 적용분야가 생산분야에 국한되어 있었다. 그러나 그 적용분야는 점점 넓어져 최근에는 1)생산을 포함한 운영(Operations), 2)재무 및 측정(Finance and Measures), 3)프로젝트 관리, 4)공급체인(Supply Chains), 5)영업(Marketing), 6)판매(Sales), 7)인력관리(Managing People), 8)전략 및 전술(Strategy and Tactics) 등의 8개 분야에 적용되고 있다.

Goldratt이 제약이론의 보급을 위해 "더 골(The Goal)"을 비롯한 여러 권의 소설을 출간하면서 전세계적으로 수많은 적용 및 성공사례가 보고되고 있으며 이론적인 연구도 많이 이루어지고 있다. Luebbe & Finch(1992)는 선형계획법이 단순한 최적화 도구인데 반해 제약이론은 여러 가지 기법을 사용하는 경영철학임을 강조하였다. Spencer & Cox(1995)는 Goldratt이 제약이론을 체계화하기 이전에 비슷한 개념을 컴퓨터 소프트웨어 제품화 하였던 OPT를 제약이론과 비교 설명하였다. Fredendall & Lea(1997)는 시스템의 쓰루풋을 최대화해주는 주일정계획을 작성하기 위해 개선된 제품조합(product mix) 휴리스틱을 개발하였다. Lockamy & Spencer(1998)는 제약이론의 성과측정치들을 실제 생산환경에서 기존의 평가치들과 비교 분석하였다. Spencer(2000)는 서비스 시스템에 대한 제약이론의 적용사례를 제시하였다. 최근 Blackstone(2001)은 제약이론의 8개 적용분야에 대해 소개하는 논문을 발표하였다.

국내에서도 최근 제약이론에 대한 관심도가 높아져 Goldratt & Cox의 "The Goal"이

김일운 등에 의해 번역 출판되었으며 정남기(1999)와 최광식(2001)의 전문서적이 출간되었다. 또한 제약이론 관련 컨설팅을 주업무로 하는 회사도 등장하였다. 하지만 아직은 그 적용실적이 미미한 것이 사실이다. 좀더 많은 연구와 적용이 필요하리라 생각된다.

2. 제약버퍼의 최적용량

제약이론의 핵심은 시스템의 제약을 규명하고 이 제약을 위주로 의사결정을 해나가는데 있다. 시스템의 제약은 작업자이거나 혹은 기계, 시장 수요, 회사의 정책 등의 여러 형태를 가질 수 있으나 본 연구에서는 시스템 내부의 물리적인 제약을 고려하기로 한다. 이러한 제약은 보통 병목자원이라고 불리며 요구되는 수요보다 능력이 모자라는 자원을 일컫는다. 제약이 제대로 계획 및 관리되지 않을 경우 공장내의 실제적인 물자흐름이 계획과 달라지게 된다. 생산시스템의 산출은 그 시스템이 제약을 어떻게 관리하느냐에 직접적인 영향을 받게된다. 제약의 비효과적인 사용으로 인한 생산흐름의 불연속은 직접적인 산출의 감소를 초래한다. 제약을 파악하고 충분히 활용하기 위한 제약이론의 주된 기법이 DBR이다.

DBR 기법의 핵심은 필연적인 공정시간 변동으로부터 시스템을 보호하기 위해 시간버퍼(time buffer)를 사용하는 것이다. 시간버퍼의 현실적인 의미는 공정의 일정계획 시 여유시간을 고려한다는 것이다. 그러나 이 시간적 여유가 결국은 재고가 될 것이기 때문에 시간버퍼라고 하는 것이다. 따라서 제약이론에서 그 필요성을 주장하고 있는 세가지 종류의 버퍼인 제약버퍼, 조립버퍼, 완제품 버퍼 등이 실제로 사용됨에 있어서는 일정계획상의 여유시간이다. JIT 시스템과는 달리 제약이론에서는 이러한 시간버퍼를 공정들의 변동으로부터 시스템을 보호하기 위한 전략적 비축으로 본다.

기존의 제약이론 관련 문헌들은 제약에 해당하는 공정이 어느 공정인지를 파악하고 시간버퍼의 위치를 결정하는 절차들에 대해서 주로 다루어 왔다. 하지만 시간버퍼의 크기가 작아지면 생산공정 내에서 발생할 수 있는 문제들로부터 제약을 보호해주지 못할 가능성이 커지게 되고 반대로 시간버퍼가 너무 커지게 되면 제약 앞에 불필요한 재고가 과도하게 쌓이게 되어 자원의 낭비가 초래되는 등 시간버퍼의 크기도 DBR 기법의 적용에 핵심적인 역할을 수행함에도 불구하고 그 크기를 결정하는 이론적인 접근이 거의 없었다.

제약이론의 창시자인 Goldratt는 시간버퍼의 최적크기를 결정하는 것이 쉬운 일이 아님을 강조하였다. 기존의 문헌들은 이 문제에 대해 조금씩 다른 접근방법을 제시하였다. 그중 대다수는 시간버퍼의 크기를 생산리드타임에 관련짓고 있다. 그들 중의 일부는 시간버퍼의 전체 크기가 제조 리드타임의 반 정도에 맞추어져야 한다고 주장한다. 그러나 이러한 주장은 정량적 분석이 아닌 경험에서 나온 값에 기초하고 있다. 다른 주장에 의하면 시간버퍼의 크기를 시스템 총 처리시간의 25%로 추정하고 있다. 여기서 시스템 총 처리시간은 가공 및 처리시간, 준비시간, 운반 및 대기시간까지 포함하는 시간을 의미한다.

또 다른 주장에 의하면 제약이론가 지속적인 개선과정이므로 시간버퍼의 크기를 계산할 필요가 없다고 한다. 이러한 접근방법에서는 버퍼의 위치를 결정한 다음 실제 생산과정에서 여러 가지 크기의 시간버퍼를 사용해보고 경험적으로 적정한 크기를 찾아가는 것이다. 개선이 진행되어갈수록 버퍼의 크기는 점점 줄어들게 될 것이다. 그러나 버퍼크기에 대한 초기치가 제대로 결정되지 않은 경우 그 크기를 적정한 수준으로 줄이는데 많은 시간이 소요되게 된다.

Radovilsky(1998)가 이러한 연구를 수행한 적이 있으나 그 연구에서는 단일 품목의 제품이 생산되는 경우를 다루어 현실성이 매우 떨어지므로, 본 연구에서는 Radovilsky의 연구결과를 다종 제품의 경우로 확장함으로써 일반적인 조건에서의 제약이론 적용상황을 고찰해보고자 한다. 하지만 분석의 편의를 위하여 현실 문제를 정확하게 반영하는 모형보다는 개략적인 상황을 보여줄 수 있도록 문제를 단순화하였다. 실제 상황에서는 본 연구의 결과를 사용해 시간버퍼의 초기 크기를 결정한 뒤 지속적인 개선과정을 통해 수정해나가야 할 것이다. 또한 본 연구는 시간버퍼들 중에서도 제약버퍼에 초점을 맞추어 연구를 수행하였으나 다른 시간버퍼들(조립버퍼 및 완제품 버퍼)에 있어서도 큰 차이는 없을 것이다.

2.1 모형화

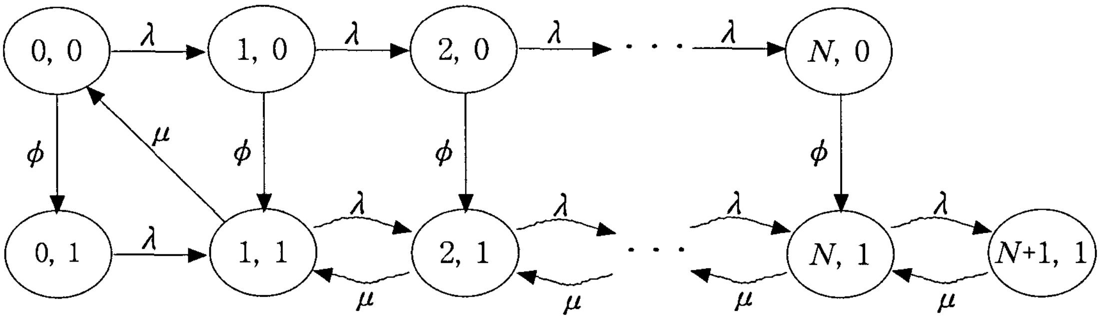
시스템의 생산능력이 제약에 종속되므로 제약을 서버로 보고 선행공정을 거쳐 제약 앞에 도착하는 재공품을 고객으로 생각하면 이 시스템을 단일 서버 대기행렬모형(Single server queueing model)으로 생각할 수 있다. 제약의 앞에 길이가 제한된 시간버퍼를 두게 되는데 이 길이가 짧으면 제약이 할 일이 없어져 생산공정이 지연될 가능성이 높아지고 반대로 너무 길어지면 많은 운영비용을 초래하게 된다. 따라서 제약의 유휴 확률을 일정수준에서 유지하면서 이익을 최대화할 수 있는 대기행렬의 최적 용량(즉, 시간 버퍼의 최적 크기)을 구하는 것이 문제로 대두된다.

문제의 모형화를 위해 다음과 같이 가정한다.

1) 제약은 여러 가지 제품을 취급한다. 각 제

품은 별도의 시간버퍼를 두고 있다. 각 제품의 재고수준이 버퍼용량을 채우면 그 제품의 추가유입이 없어진다. 제약은 정해진 순서대로 제품들을 처리한다. 제약이 한 제품을 처리하기 시작하면 그 제품의 버퍼내 재고가 없어질 때까지 그 제품만을 처리한다.

면 고려대상 제품의 공급에 차질이 생기게 된다. 따라서 이 경우 제약이 idle인 상태로 고려대상제품이 도착할 깨까지 기다리는 것으로 가정한다. 이 상태를 state (0, 1)으로 정의한다. 그러면 시스템이 가질 수 있는 state의 총 개수는 $2N+1$ 개가 된다. 이 $2N+1$ 개 state들 사이의 관계는 <그림 1>의 rate diagram이 잘 표현하고 있다.



<그림 1> rate diagram

2) 비록 제약이 여러 제품을 취급하지만 본 연구에서는 하나의 제품에만 관심을 집중하고 나머지는 묶어서 고려한다.
3) 고려대상 제품에 대한 시간버퍼의 크기는 N 이다.
4) 고려대상 제품의 단위시간당 버퍼에 도착하는 개수는 평균이 λ 인 포아송분포를 따른다.
5) 제약에서 고려대상 제품의 처리시간은 평균이 $1/\mu$ 인 음지수분포를 따른다.
6) 제약이 고려대상 제품의 처리를 마친(즉, 그 제품의 버퍼재고를 모두 처리한) 시점에서 나머지 제품들의 처리를 마치고 고려대상 제품의 처리를 위해 복귀한 시점까지의 시간은 평균이 $1/\phi$ 인 음지수분포를 따른다.
7) 처리순서가 된 제품의 버퍼에 재고가 없으면 제약은 idle 상태에서 제품의 도착을 기다린다.

시스템의 상태는 (n, α) 와 같이 두 개의 변수를 사용해 표현될 수 있는데 여기서 α 는 제약의 현재 상태를 표시한다. 즉 제약이 현재 고려대상 제품을 처리중이면 $\alpha=1$ 이고 다른 제품을 처리중이면 $\alpha=0$ 가 된다. 또한 n 은 버퍼에 대기중인 고려대상 제품의 개수와 현재 제약이 처리중인 고려대상제품의 개수(0 또는 1)를 표시한다. 따라서 $\alpha=0$ 이면 n = 0, 1, ..., N 이 될 수 있고 $\alpha=1$ 이면 n = 1, 2, ..., $N+1$ 이 될 수 있다. 그런데 n = 0 일 때 고려대상 제품의 처리순서가 되었다

시스템이 steady state에 도달했을 때의 각 state별 확률을 다음과 같이 표시하자.

$$\begin{cases} p_n = \lim_{t\to\infty} \Pr\{\text{시점 } t\text{에서의 시스템 } state = (n,1)\},\ n=0,1,\ldots,N+1 \\ q_n = \lim_{t\to\infty} \Pr\{\text{시점 } t\text{에서의 시스템 } state = (n,0)\},\ n=0,1,\ldots,N \end{cases} \tag{1}$$

그러면 state 사이의 Balance Equation을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\lambda p_0 = \phi q_0 \tag{2}$$

$$(\lambda+\mu)p_n = \phi q_n + \lambda p_{n-1} + \mu p_{n+1},\quad n=1, \ldots, N \tag{3}$$

$$\mu p_{N+1} = \lambda p_N \tag{4}$$

$$(\lambda+\phi)q_0 = \mu p_1 \tag{5}$$

$$(\lambda+\phi)q_n = \lambda q_{n-1},\quad n=1, \ldots, N-1 \tag{6}$$

$$\phi q_N = \lambda q_{N-1} \tag{7}$$

식(5)에서

$$q_0 = \frac{\mu}{\lambda+\phi} p_1 \tag{8}$$

식(6)와 식(8)을 이용해

$$q_n = \frac{\mu\lambda^n}{(\lambda+\phi)^{n+1}} p_1,\quad n=1, \ldots, N-1 \tag{9}$$

식(7)와 식(9)을 이용해

$$q_N = \frac{\mu\lambda^N}{\phi(\lambda+\phi)^N} p_1 \tag{10}$$

식(2)와 식(8)을 이용해

$$p_0 = \frac{\phi\mu}{\lambda(\lambda+\phi)} p_1 \tag{11}$$

식(3)와 식(4)를 정리하면

$$p_n = \frac{\lambda+\mu}{\mu} p_{n-1} - \frac{\phi}{\mu} q_{n-1} - \frac{\lambda}{\mu} p_{n-2}, \quad n=2, \ldots, N+1 \tag{12}$$

위의 식들을 사용하면 다음과 같은 알고리즘을 통해 시스템의 각 state에 대한 steady state 확률을 구할 수 있다.

procedure Find_Prob

<step 0> set δ=충분히 작은 양수, $\varepsilon \in (0, 1)$, ω=0

<step 1> set $\omega=\omega+\varepsilon$, cum_prob = $p_1 = \omega$

<step 2>

<2-1> 식 (9) ~ (13)을 사용해 $q_0, \ldots, q_N, p_0, p_2, \ldots, p_{N+1}$ 을 차례대로 계산

<2-2> 각각의 확률값 계산과 동시에 cum_prob 에 확률값들을 누적하여 누적값이 $1+\delta$ 보다 커지면 $\omega=\omega-\varepsilon$, $\varepsilon=\varepsilon/10$, goto <step 1>

<step 3> if cum_prob < $1-\delta$, then $\omega=\omega+\varepsilon$, goto <step 1> else stop

이제 최적의 버퍼크기를 산출하기 위한 평가기준에 대해 생각해보자. 제약이론 개념에서의 순이익은 다음과 같은 식으로 계산된다.

$$NP = T - OE \tag{13}$$

여기서 NP 는 순이익(Net Profit), T 는 쓰루풋(Throughput), OE 는 운영비용(Operating Expenses)이다.

쓰루풋(T)은 제약이론에서 가장 중요하게 취급되는 재무척도로서 제품의 판매를 통한 수입에서 그 제품의 생산에 투입된 자재비를 뺀 값으로 정의된다. 즉 시스템이 판매를 통해 창출할 수 있는 총 수입이다. 제품의 판매단위당 쓰루풋이 일정한 크기를 갖는다면 단위시간당 쓰루풋은 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$T = \mu C_{TH} \sum_{n=1}^{N+1} p_n \tag{14}$$

단, C_{TH} 는 단위제품당 쓰루풋 (즉, 단위 가격과 단위당 재료비의 차이)이다.

또한 제약이론에서의 운영비(OE)는 총비용에서 재료비를 제외한 부분이다. 이 비용은 주로 재고에 의해 발생하므로 관심대상 품목으로 인한 운영비를 다음과 같이 단위당 재고유지비용과 평균 재고량의 곱으로 표현한다.

$$OE = C_{OE} \left\{ \sum_{n=1}^{N} n(p_n + q_n) + (N+1)p_{N+1} \right\} \tag{15}$$

단, C_{OE} 는 단위시간당 관심대상제품 1단위의 재고유지비용이다.

이제 식(13)은 다음과 같이 변형된다.

$$NP = \mu C_{TH} \sum_{n=1}^{N+1} p_n - C_{OE} \left\{ \sum_{n=1}^{N} n(p_n + q_n) + (N+1)p_{N+1} \right\} \tag{16}$$

3.2 최적화

식 (16)을 이용하면 최적의 버퍼크기를 산출할 수 있다. 즉, 본 모형이 가지고 있는 파라메터로는 확률적 특성을 결정하는 λ, μ, ϕ 등이 있고 비용을 표시하는 C_{TH} 와 C_{OH} 가 있으므로 이들의 값이 주어진 상황에서 N을 1부터 증가시켜 가면서 식(16)을 계산하여 그 값이 최소가 되는 최적 버퍼크기 N과 그때의 순이익을 찾는 것이다.

4. 결론

본 연구에서는 생산시스템에 제약이론 개념을 적용하는 가장 중요한 기법인 DBR 방식을 간단히 설명하고 이 방법의 사용시 문제가 되는 버퍼의 크기를 이론적으로 산정하였다. 대기행렬 이론을 사용하여 제약버퍼의 크기를 결정하는 이 모형은 가정의 현실성 측면에서는 문제가 없지 않으나 시스템의 초기 설정시 간단하게 적용해볼 만하다. 물론 보다 현실성 있는 확률분포를 사용하여 시스템을 분석하는 것이 필요할 수도 있겠으나 결국 버퍼의 크기는 시스템을 운영해가면서 경험적으로 결정되어야 하므로 큰 의미는 없을 것이다.

참고문헌

정남기, TOC 제약경영, 대청 미디어, 1999

최광식, 기업회생을 위한 패스워드 TOC, 한언, 2001

Goldratt, E.M. & Cox, J. (김일운, 장만익, 최광식 공역), The Goal, North River Press, 1992

Blackstone, J.H. Jr., "Theory of constraints - a status report", International J. of Production Research, V.39, N.6,

pp.1053-1080, 2001.
Radovilsky, Z.D., "A quatitative approach to estimate the size of the time buffer in the theory of constraints", International J. of Production Economics, V.55, pp.113-119, 1998.
Spencer, M.S. & Cox, J.F., "Optimum production technology (OPT) and the theory of constraints (TOC) : analysis and genealogy", International J. of Production Research, V.33, N.6, pp.1495-1504, 1995.
Fredendall, L.D. & Lea, B.R., "Improving the product mix heuristic in the theory of constraints", International J. of Production Research, V.35, N.6, pp.1535-1544, 1997.
Luebbe, R. & Finch, B., "Theory of constraints and linear programming: a comparison", International J. of Production Research, V.30, N.6, pp.1471-1478, 1992.
Lockamy, A. III & Spencer, M.S., "Performance measurement in a theory of constraints environment", International J. of Production Research, V.36, N.8, pp.2045-2060, 1998.
Spencer, M.S., "Theory of constraints in a service application: the Swine Graphics case", International J. of Production Research, V.38, N.5, pp.1101-1108, 2000.