

# 차량 군집주행에서 통신 지연과 안정도

## Communication Delay and Stability in Vehicle Platooning

김 태 민  
(부산대학교, 석사과정)

최 재 원  
(부산대학교, 부교수)

### 목 차

- |                      |             |
|----------------------|-------------|
| I. 서론                | IV. 스트링 안정도 |
| II. 차간 거리오차와 종방향 제어기 | V. 결론       |
| III. 차량 군집에서 통신 지연   |             |

## I. 서 론

ITS분야에서 가장 큰 주제는 제한된 도로 공간의 차량 통행량을 증가시켜 도로의 효율성을 극대화시키는 동시에 안전성을 확보하는 방법을 찾는 것이다. 이를 위해 제안된 방법으로 차량 군집주행(platooning)이 있다. 군집주행은 여러 대의 차량이 짧은 간격을 유지하면서 고속으로 주행하는 개념으로서, 도로 효율성 측면뿐 아니라 에너지 효율성 측면에서도 많은 이점이 있다. 군집주행은 차량제어의 자동화를 통해 인간에 의한 수동운전의 문제점들을 대체하고자 한다. 군집주행을 구현하기 위해서는 주행차량 주위의 많은 정보들이 실시간으로 필요하다. 따라서 군집주행에서는 최첨단의 센서 및 통신 기술과 이를 통한 정보획득 및 실시간 처리기술들이 핵심요소이다. 여기서 무선통신 네트워크를 이용한 정보획득은 통신 네트워크의 구조적 특성 때문에 실시간 처리에 장애가 되는 통신지연을 필연적으로 포함하고 있으며 이러한 통신지연은 차량의 안전에 영향을 줄 수 있다. 본 논문에서는 무선통신 네트워크의 통신지연에 의한 차량 군집의 안정성 문제를 다루기로 한다.

차간 거리를 유지하는 방법으로 크게 차간 일정공간 유지(space constant strategy)와 일정시간 유지(time constant strategy)가 있다(Swaroop, 1997). 본 논문에서는 도로용량의 효율성 측면에서 장점을 가진 일정 공간을 유지하는 방법을 적용하기로 한다. 차량 군집 내의 네트워크 구조로는 토큰링(token-ring)을 적용한다. 이 구조는 단일채널을 이용하기 때문에 도로 상의 다른 차량군집과의 간섭문제를 피할 수 있다. 그러나 토큰(token)을 가진 사용자만 송신을 할 수 있고 다른 사용자는 수신만 할 수 있기 때문에 토큰 교환을 위한

동기화 문제와 통신지연 문제가 존재한다. 여기서 시분할(time division) 간격인 타임슬롯(time slot)에 의해 토큰 교환이 이루어진다고 가정하고, 네트워크 상에서 각각의 차량을 부시스템(subsystem)으로 고려한다. 그러나 단일채널을 이용한다는 특성 때문에 차량군집 내의 통신지연을 고려하기 위해서는 군집 내의 모든 차량을 동시에 고려할 필요가 있다.

본 논문에서는 선형 시간지연 시스템(linear time delay system)에서 일반적으로 이용되고 있는 안정도 판정법을 차량군집에 적용하여 차량군집 내에서 허용 가능한 통신지연의 최대값을 구한다. 부분분수 전개법(partial fraction expansion method)를 이용한 스트링 안정도(string stability) 판정법의 결과와 비교하고 스트링 안정도를 만족함을 보인다.

## II. 차간 거리오차와 종방향 제어기

본 논문에서는 통해 다음과 같이 간략한 차량 동역학식을 이용한다(Huang and Ren, 1998).

$$\dot{x}(t) = v(t) \quad (1)$$

$$\dot{v}(t) = \frac{1}{m}(T_{net}(t) - T_L) \quad (2)$$

여기서,  $x(t)$ 는 차량의 위치,  $v(t)$ 는 차량의 속도,  $m$ 은 차량의 질량,  $T_{net}(t)$ 는 엔진에 의해 생성되는 힘, 그리고  $T_L$ 은 엔진속도, 기어비, 경사 변화 등에 대한 부하를 각각 나타낸다. 이 모델에서는 타이어의 미끌어짐(slip), 엔진 다기관(manifold)의 동역학 등은 고려하지 않는다. 엔진 동역학은 다음의 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{T}_{net} = -\frac{T_{net}}{\tau} + \frac{\xi}{\tau} \quad (3)$$

여기서,  $\tau$ 는 엔진 시정수이고,  $\xi$ 는 차량 엔진의 스톱틀 입력을 나타낸다. 식 (2)에 의해 식 (3)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{T}_{net} = -\frac{m\dot{v} + T_L}{\tau} + \frac{\xi}{\tau} \quad (4)$$

식 (4)로부터 다음과 같은 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= v(t) \\ \dot{v}(t) &= a(t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\dot{a}(t) = -\frac{1}{\tau} a(t) + \frac{1}{m\tau} \xi(t) - \frac{1}{m\tau} T_L$$

식 (5)에서  $a(t)$ 를  $u(t)$ 로 나타내면  $(\xi(t) - T_L)/m$ 는 제어입력항  $u_d(t)$ 로 나타낼 수 있다.

먼저 다음과 같은 차간거리 오차를 정의한다(Swaroop, 1997).

$$\delta_i(t) = x_{i-1}(t) - x_i(t) - L_i \quad (6)$$

여기서, 첨자  $i$ 는 차량군집 내에서의 순서를 의미하고  $L_i$ 는  $i-1$ 번째 차량 후미와  $i$ 번째 차량 후미의 간격으로 차량 길이와 바랍직한 차간 간격의 합이다. 위 식으로부터 다음 식이 성립함을 알 수 있다.

$$\dot{\delta}_i(t) = v_{i-1}(t) - v_i(t) \quad (7)$$

$$\dot{\delta}_i(t) = a_{i-1}(t) - a_i(t) = u_{i-1}(t) - u_i(t)$$

차량 종방향 제어기는 무선통신 네트워크를 통해 전송되는 선행차(preceding vehicle)와 선도차(lead vehicle, first vehicle in the platoon)의 위치, 속도, 가속도 정보를 이용한다. 차량 제어를 설계하기 위해 다음과 같은 슬라이딩 표면(sliding surface)을 정의한다.

$$S_i = \delta + q_1 \delta_i + q_3 (v_i - v_i) + q_4 (x_i - x_i - \sum_{j=2}^i L_j) \quad (8)$$

여기서, 첨자  $i$ 는 선도차를 의미하고  $q_1, q_3, q_4$ 는 설계계수이다.

$$\dot{S}_i = -\lambda S_i \quad \text{for some } \lambda > 0 \quad (9)$$

위 식에서 적절한  $\lambda$ 를 선정함으로써 다음과 같은  $i$ 번째 차량에 대한 제어법칙을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{id} = \frac{1}{1+q_3} [ & \dot{x}_{i-1} + q_3 \dot{x}_i + (q_1 + \lambda) \delta_i + q_1 \lambda \delta_i \\ & + (q_4 + \lambda q_3)(v_i - v_i) + \lambda q_4 (x_i - x_i - \sum_{j=2}^i L_j) ] \end{aligned} \quad (10)$$

식 (5), 식 (6), 그리고 식 (7)로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\tau \frac{d^3 \delta_i}{dt^3} + \dot{\delta}_i = u_{i-1} - u_i \quad (11)$$

위 식에 식 (6), 식 (7), 그리고 식 (10)을 적용하면 다음과 같은  $i-1$ 번째 차량과  $i$ 번째 차량 사이의 차간거리 오차에 대한 동역학식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau \frac{d^3 \delta_i}{dt^3} + \dot{\delta}_i + \frac{\lambda(1+q_3)+q_1+q_4}{1+q_3} \delta_i + \frac{\lambda(q_1+q_4)}{1+q_3} \delta_i \\ = \frac{1}{1+q_3} \dot{\delta}_{i-1} + \frac{\lambda+q_1}{1+q_3} \delta_{i-1} + \frac{\lambda q_1}{1+q_3} \delta_{i-1} \end{aligned} \quad (12)$$

### III. 차량 군집에서 통신 지연

본 논문에서는 하나의 차량 군집을 다음과 같은 일반적인 시간지연 시스템(time delay systems)으로 고려한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-T) \quad (13)$$

$$x(t) = \Phi(t), \quad -T \leq t \leq 0, \quad T > 0 \quad (14)$$

초기시간을 0으로 가정하고  $x(t)$ 를 구간  $(0, \Phi(t))$ 에서 식 (13)의 해라고 하자.  $x(t)$ 를  $t > 0$ 에 대해 연속이고 미분가능하다고 하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} x(t-T) &= x(t) - \int_{-T}^0 \dot{x}(t+\theta) d\theta \\ &= x(t) - \int_{-T}^0 [Ax(t+\theta) + Bx(t-T+\theta)] d\theta, \quad t \geq T \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)에 식 (13)을 적용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}(t) = (A+B)x(t) - B \int_{-T}^0 [Ax(t+\theta) + Bx(t-T+\theta)] d\theta \quad (16)$$

$$x(t) = \Phi(t), \quad -2T \leq t \leq 0, \quad T > 0$$

이때 안정도 해석을 위해 다음의 두 계수를 정의한다.

$$\sigma = \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)} \quad (17)$$

$$\varepsilon = \left[ \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)} \right]^{0.5}$$

여기서,  $\lambda_{\max}(\cdot)$ 와  $\lambda_{\min}(\cdot)$ 은 행렬  $(\cdot)$ 의 최대 고유값과 최소 고유값이다. 그리고 행렬  $P, Q$ 는 양의 한정, 대칭 행렬로서 다음의 Lyapunov식을 만족한다.

$$(A+B)^T P + P(A+B) = -Q \quad (18)$$

**정리 1** :  $A+B$ 가 점근적 안정(asymptotically stable)하다고 할때 다음 식을 만족하면 시스템 (13)은 점근적 안정하다(Su and Huang, 1992).

$$T < \frac{\sigma}{\varepsilon \|B(A+B)\|} \quad (19)$$

$n$ 대의 차량들이 하나의 군집을 이룬다고 가정할 때  $i-1$ 번째 차량에서  $i$ 번째 차량까지 정보전송을 위한 통신지연을  $T_{i-1}^i$ 라고 나타내자. 본 논문에서 적용한 시분할(time division) 방식의 토큰링 구조의 통신 네트워크에서는 차량군집 내의 마지막 차량에서 선도차의 정보를 이용할 때까지  $(n-1)T_{i-1}^i$ 의 시간지연이 발생한다. 통신 네트워크 구조상 타임슬롯에 따라 토큰이 순차적으로 넘어가기 때문에 차량간 통신지연의 간격이 같다고 가정할 수 있다.

$$T_{i-1}^i = T \quad \text{for all } i, i \neq 1 \quad (20)$$

모든 차량의 제어기 갱신 주기를 마지막 차량의 시간지연에 맞추어 고려하면, 차간거리 오차에 대한 동역학식 (12)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau \frac{d^3 \delta_i(t)}{dt^3} + \dot{\delta}_i(t) + \frac{\lambda(1+q_3)+q_1+q_4}{1+q_3} \delta_i(t) \\ + \frac{\lambda(q_1+q_4)}{1+q_3} \delta_i(t) = \frac{1}{1+q_3} \dot{\delta}_{i-1}(t-T) \\ + \frac{\lambda+q_1}{1+q_3} \delta_{i-1}(t-T) + \frac{\lambda q_1}{1+q_3} \delta_{i-1}(t) \end{aligned} \quad (21)$$

위 식에 정리 1을 적용하기 위하여  $e_i = [\delta_i \ \delta_i \ \delta_i]^T$ 로 두고 차량군집 전체를 하나의 시스템으로 고려하면  $n$ 대의 차량으로 구성된 차량군집 전체에 대해 차간거리 오차식을 다음과 같이 나타낼 수 있다. 단 선도차는 정상상태(steady state)라고 가정한다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ \vdots \\ e_{n-1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ B_{1,1} & A_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & B_{1,2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & B_{1,n-2} & A_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ \vdots \\ e_{n-1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ B_{2,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & B_{2,2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & B_{2,n-2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t-T) \\ e_2(t-T) \\ e_3(t-T) \\ \vdots \\ e_{n-1}(t-T) \end{bmatrix} \quad (22)$$

여기서,

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda(q_1+q_4)}{\tau(1+q_3)} & -\frac{\lambda(1+q_3)+q_1+q_4}{\tau(1+q_3)} & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix}$$

$$B_{1,i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\lambda q_1}{\tau(1+q_3)} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5대의 차량으로 구성된 차량군집에 대해서 Swaroop

$$B_{2,i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda+q_1}{\tau(1+q_3)} & \frac{1}{\tau(1+q_3)} \end{bmatrix}$$

$$i=1, 2, \dots, n-1$$

(1997)가 제안한 방법과 같이 통신지연이 없다고 가정하고 엔진 시정수  $\tau$ 를 0.25로 고려하여, 제어계수들을 다음과 같이 선정할 수 있다.

$$\lambda=1.0, \quad q_1=4, \quad q_3=5.5, \quad q_4=2.5 \quad (23)$$

식 (17)의  $\varepsilon$ 의 크기를 최소화하기 위하여 식 (18)에서 행렬  $P$ 를 단위행렬  $I$ 로 선정하였다(Cheres 등, 1989). 이때 시스템 (13)의 통신지연 허용 가능값은 최대가 된다. 이상의 사항들을 고려하면 식 (19)로부터 차량군집 (22)에서 통신지연의 최대허용 가능값  $T^*$ 는 다음과 같다

$$T \leq T^* = 0.5664 \quad (24)$$

그러나 토크링 구조의 네트워크를 적용하였으므로 각각의 차량간 최대 통신간격은 식 (24)에서 군집 내 차량대수를 나누어 준 값이다. 이 경우 각 차량들의 최대 허용 가능한 통신지연의 크기는  $T^*/5$ 이다.

## IV. 스트링 안정도

통신지연의 최대허용 가능값을 고려하여 차량군집의 스트링 안정성을 확인한다. 군집주행에서 차량간 거리

오차는 선행차로부터 추종차량쪽으로 전파될수록 그 크기가 감쇄되어야만 차량간 안전이 보장된다. 따라서 군집주행에서의 스트링 안정성(string stability)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\|\delta_1\|_\infty > \|\delta_2\|_\infty > \cdots > \|\delta_n\|_\infty \quad (25)$$

스트링 안정성을 고려하기 위해 식 (14)를 Laplace 변환하여 다음의 전달함수를 얻는다.

$$G(s) = \frac{\Delta_i(s)}{\Delta_{i-1}(s)} \quad (26)$$

여기서,  $\Delta_i(s)$ 는  $\delta_i(t)$ 의 Laplace 변환이다.

$G(s)$ 의 임펄스 응답(impulse response)  $g(t)$ 를 이용하여 식 (26)으로부터 다음의 관계를 알 수 있다.

$$\|\delta_i\|_\infty \leq \|g(t)\|_1 \cdot \|\delta_{i-1}\|_\infty \quad (27)$$

여기서,  $\|g(t)\|_1 = \int_0^\infty |g(t)|dt$  이다.

이때 차량거리 오차가 전파되면서 그 크기가 증폭되지 않을 필요충분 조건은 다음과 같다.

$$\|g(t)\|_1 \leq 1 \quad (28)$$

또한 다음 사실이 알려져 있다.

$$\|G\|_\infty \leq \|g\|_1 \quad (29)$$

여기서,  $\|G\|_\infty = \max_\omega |G(j\omega)|$  이다. 위의 식 (29)에서  $g(t)$ 의 부호가 시간에 대해 바뀌지 않는다면 등호가 유효하고, 결과적으로 주파수역에서 다음 부등식이 스트링 안정도 판정법으로 이용될 수 있다.

$$\|G\|_\infty \leq 1 \quad (30)$$

즉  $\|G\|_\infty$ 의 값이 1보다 크면 스트링 불안정(string unstable)하다고 말한다. 그렇지 않다면 임펄스응답  $g(t)$ 의 부호를 조사하여  $g(t)$ 의 부호가 바뀌지 않으면 스트링 안정(string stable)하다. 반면에  $g(t)$ 의 부호가 바뀌는 경우 식 (28)을 이용하여 스트링 안정도를 판정한다.

식 (21)로부터 통신지연이 고려된 전달함수는 다음과 같다(Liu 등, 2001).

$$G(s) = \frac{(\exp(-Ts)(s^2 + (\lambda+q_1)s + \lambda q_1)/(1+q_3))}{(\tau s^3 + s^2 + \frac{\lambda(1+q_3)+q_1+q_4}{1+q_3}s + \frac{\lambda(q_1+q_4)}{1+q_3})} \quad (31)$$

식 (31)을 다음과 같이 지연요소가 있는 항과 없는 항으로 분리한다.

$$G(s) = G_1(s) \exp(-Ts) + G_2(s) \quad (32)$$

여기서,  $G_1(s)$ 와  $G_2(s)$ 는 다음과 같다.

$$G_1(s) = \frac{(s^2 + (\lambda+q_1)s)/(1+q_3)}{(\tau s^3 + s^2 + \frac{\lambda(1+q_3)+q_1+q_4}{1+q_3}s + \frac{\lambda(q_1+q_4)}{1+q_3})} \quad (33)$$

$$= \sum_{i=1}^3 \frac{r_i}{s - \rho_i}$$

$$G_2(s) = \frac{\lambda q_1 / (1+q_3)}{(\tau s^3 + s^2 + \frac{\lambda(1+q_3) + q_1 + q_4}{1+q_3} s + \frac{\lambda(q_1+q_4)}{1+q_3})} \quad (34)$$

$$= \sum_{i=1}^3 \frac{r_i''}{s-p_i}$$

여기서,  $r_i, r_i''$ 은 부분분수 전개에 의한 유수이고  $p_i$ 는 극점이다. 따라서  $g(t)$ 와  $\|g\|_1$ 은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

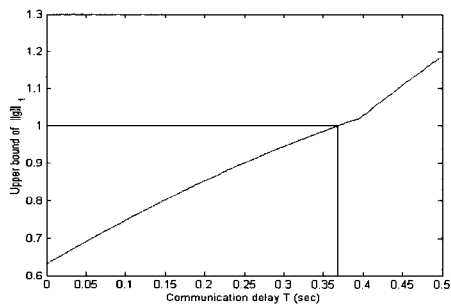
$$g(t) = \sum_{i=1}^3 r_i' \exp(p_i(t-T))u(t-T) + \sum_{i=1}^3 r_i'' \exp(p_i t)u(t) \quad (35)$$

$$\|g\|_1 = \int_0^\infty |g(t)|dt = \int_0^T |g(t)|dt + \int_T^\infty |g(t)|dt \quad (36)$$

식 (35)와 식 (36)에 의해 다음 식이 성립한다.

$$\|g\|_1 \leq \sum_{i=1}^3 \left| \frac{r_i''}{p_i} \right| (1 - \exp(p_i T)) + \sum_{i=1}^3 \left| \frac{r_i' + r_i'' \exp(p_i T)}{p_i} \right| \quad (37)$$

식 (37)을 이용하여 통신지연  $T$ 의 크기에 따라  $\|g\|_1$ 의 변화를 조사함으로써 스트링 안정성을 만족하는 통신지연의 크기를 구할 수 있다. 식 (37)에 의해 통신지연  $T$ 에 따른  $\|g\|_1$ 의 상한(upper bound)을 그림 1에 나타내었다. 여기서, 스트링 안정성을 만족하는 통신지연 크기는 약 0.369이다. 정리 1을 이용하여 구한 각각의 차량간 통신지연 크기는 충분히 스트링 안정성을 만족함을 알 수 있다.

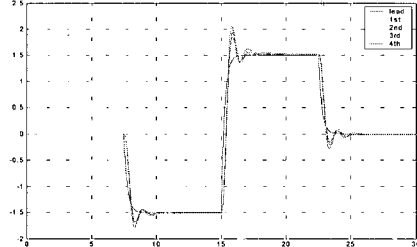


〈그림 44〉 통신지연 대  $\|g\|_1$ 의 상한

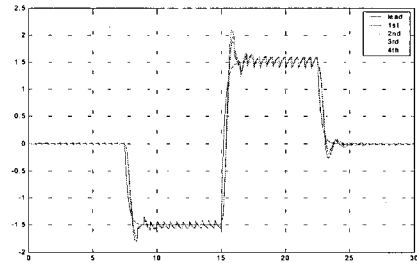
## V. 결 론

본 논문에서는 차량군집 주행환경에서 중요한 무선 통신 네트워크의 통신지연에 대하여 고려하였다. 무선통신 네트워크는 구조적인 통신지연을 필연적으로 수반한다. 이러한 통신지연이 시스템의 안정성에 미치는 영향을 검토하기 위해 일반적인 선형 지연 시스템(linear delay system)에서 많이 이용하는 안정성 판정법을 적용하였다. 또한 이러한 방법으로 구한 통신지연의 최대 허용 가능값을 부분분수 전개법을 이용한 스트링 안정성 판정법을 통해 검토하였다. 결과적으로 일반적인 지연시스템에서의 안정성 판정법은 스트링 안정성 판정법보다

더욱 엄격함을 확인할 수 있었다. 또한 그림 2와 그림 3에서 보는 바와 같이 구해진 통신 지연의 허용 범위 내에서 통신 지연의 크기가 커짐에 따라서 차량 가속도의 채터링(chattering)이 크게 발생함을 확인할 수 있었다. 이는 통신 지연을 고려할 때 차량 제어의 최적화 문제를 추가적으로 연구할 필요성이 있음을 의미한다.



〈그림 2〉 통신 지연이 없는 경우의 가속도



〈그림 3〉 통신 지연(100ms) 발생시 가속도

## 참고문헌

1. E. Cheres, Z. J. Palmor, and S. Gutman, "Quantitative Measures of Robustness for Systems Including Delayed Perturbations," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, No. 11, pp. 1203-1204, 1989.
2. S. H. Hong, "Scheduling Algorithm of Data Sampling Times in the Integrated Communication and Control Systems," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 3, No. 2, pp. 225-230, 1995.
3. S. Huang and W. Ren, "Longitudinal Control with Time Delay in Platooning," IEE Proceedings on Control Theory and Application, Vol. 145, No. 2, pp. 211-217, 1998.
4. X. Liu, A. Goldsmith, S. S. Mahal, and J. K. Hedrick, "Effects of Communication Delay on String Stability," IEEE Proceedings on Intelligent Transportation Systems Conference, pp. 625-630, 2001.
5. S. Sheikholeslam and C. A. Desoer, "Longitudinal Control of a Platoon of Vehicles with No Communication of Lead Vehicle Information: A System

- Level Study," IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 42, No. 4, pp. 546-554, 1993.
6. D. Swaroop, "String Stability of Interconnected Systems: An Application to Platooning in Automated Highway Systems," California PATH Research Report, UCB-ITS-PRR-97-14, 1997.
7. T. J. Su and C. G. Huang, "Robust Stability of Delay Dependence for Linear Uncertain Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37, No. 10, pp. 1656-1659, 1992.