

## 영구자석의 착자와 감자현상 해석을 위한 Preisach Modeler 개발

원혁, 박관수

한국해양대학교 전기공학과

### Development Preisach Modeler for Magnetization and Demagnetization of Magnet

Hyuk Won and Gwan Soo Park

Dept, Electrical Engineering, Korea Maritime University

**Abstract** - 자성체의 물성적인 성질에 바탕을 둔 Preisach 모델링은 히스테리시스 현상을 수치모사하기 위한 방법으로 뛰어난 결과를 보여왔다. 하지만 Preisach 모델링은 그 계산과정에서 수렴의 어려움이 존재해 결과 값을 계산하지 못하는 경우가 발생하는 문제를 발생시켜왔다. 본 논문에서는 Preisach 모델링을 프로그램하는데 있어서 기존에 발생했던 수렴의 문제점과 그 문제점을 해결하기 위한 보다 나은 프로그램 기법들을 제시하였다. 이 방법은 기존 모델링 기법과 유사한 메모리를 사용하면서 수렴에 있어 향상된 결과를 얻을 수 있었다. 또한 Preisach 모델러를 개발하는 과정에 발생하는 Tracing 모델들을 도식화하여 Preisach 모델링에 대한 이해를 돕고자 하였다.

#### 1. 서 론

자성체는 1837년 페러데이에 의해 상자성, 반자성 그리고 강자성으로 분류되고 다시 강자성체는 연자성체와 경자성체로 세분되면서 그 이론적인 토대가 마련된 이래로 자기적 효과가 큰 강자성체는 매우 광범위하게 응용되어 사용되고 있다. 특히 근래에 들어 자성체의 제조 기술이 발달함에 딸 매우 높은 투자율을 갖는 연자성체 또는 높은 보자력과 높은 잔류자속 밀도를 갖는 경자성체들이 개발되고 이러한 것들은 그 응용범위를 더욱 넓혀 대전력 장치에부터 매우 정밀한 기기에 이르기 까지 쓰이게 되면서, 강자성체가 포함된 전기기기의 정밀한 해석이 요구되었다.

강자성체가 포함된 기기를 정밀하게 해석하기 위해서는 포화현상과 히스테리시스 현상을 고려해 주어야 한다. 히스테리시스 특성은 주기성이 없는 임의의 입력에 대하여 가해지는 입력에 따라 메이저 루프와 마이너 루프를 오가는 멀티 브랜치(Multi Branch) 특성을 가지며 자기이력(Magnetic History)에 따라 자화량이 달라지는 등 매우 복잡한 성질을 지니기 때문에 이러한 특성은 간단한 수식으로 표현되지 않고 자성체의 물성적인 성질에 기반을 둔 모델링이 필요하게 된다.

자성체의 물성적 특성을 바탕으로 하는 모델링 방법에는 Micro Magnetics Modeling, Stoner-Wohlfarth Modeling 그리고 Preisach Modeling 등이 있다. 마이크로 마그네틱스 모델링은 자구 다누이의 크기에서 해석하는 것으로서, 자성체의 자계 에너지, 이방성에너지, 교환에너지 등 자화량을 결정하는 모든 에너지의 합이 최소가 되도록 자벽의 구조가 형성된다는 것을 이용한 것을 이용한 것인데, 이 방법으로서는 자벽의 이동메카니즘을 해석할 수 있고, 자구 크기에서의 히스테리시스 현상을 이해하는데는 도움을 주지만 그 해석 규모가 너무 작아서 자성체가 포함된 시스템에 적용하기는 어렵

다. Stoner-Wohlfarth 모델링은 막대형 자성체의 형상자기 이방성(Shape Anisotropy)과 자기 이방성 에너지의 합이 최소가 되도록 자화량이 결정된다는 것으로 입력자계의 크기와 방향에 따른 자성체의 자화량을 미리 구해두고, 이것을 이용하는 방법이다. 이 방법은 자계의 세기와 자화량과의 관계를 벡터양으로 다룰 수 있는 장점이 있고 자기기록 장치의 해석에 비교적 널리 이용되고 있으나 자성체 입자의 형상자기 이방성을 이용한 모델링이므로 형상자기 이방성이 결정자기 이방성(Crystal Anisotropy)보다 강한 물질에 적용이 가능하고, 단독으로 있는 자성체의 자기적 성질을 이용하였으므로 자성체 입자들이 서로 근접해 있을 때 발생하는 입자들간의 상호작용(Interparticle Interaction)이 고려되어 있지 않으며, 실제문제 해결시에 자성체를 유한개의 입자로 보고 해석해야 하므로 정밀한 해석을 위하여 입자들의 개수를 늘릴 경우 계산 시간이 같이 상승하여 정밀한 해석이 어렵고, 비주기성을 갖는 임의의 입력에 대한 멀티 브랜치 특성을 고려하기 곤란하며, 상기 나열한 사항들을 보충해 주기 위한 계수 설정에 임의성이 많은 등의 여러 가지 한계로 인하여 실제 측정된 보자력의 값과, 실측치가 3배씩 차이가 나는 등 결과가 부정확하다. Preisach 모델링은 히스테리시스 현상에 대한 본질적이고 이론적인 접근을 지양하는 대신 나타나는 현상적인 양들을 데이터로 처리하는 수치기법으로서 먼저 실측곡선으로부터 각 자성체 입자들간의 상호작용과 자기입자들의 보자력의 밀도 분포(Density Distribution)  $f_m$  입력데이터로 하고, 자기이력을 고려해 주기위하여 입력의 변천과정을 기억시켜 처리하는 방법이다. 처리해야할 데이터가 상대적으로 많고, 모델링의 전개 과정이 복잡하며, 벡터량에 대한 처리가 곤란하지만, 실제 자성체의 복잡하게 변화하는 히스테리시스 특성을 가장 잘 모사할 수 있는 모델로 간주되고 있다. 이렇게 Preisach 모델링이 갖는 여러 가지 장점에도 불구하고 실제 모델에 대한 적용이 미미한 이유는 수치모사과정의 복잡하고 자성체의 실제 밀도분포를 구하는 방법이 매우 복잡하며, 구해진 밀도분포로부터 자화량을 계산할 때 반복계산시 수렴의 불안정성이 존재하기 때문이다.

본 논문에서는 Preisach 모델링을 프로그램하는데 있어서 기존에 발생했던 수렴의 문제점과 그 문제점을 해결하기 위한 보다 나은 프로그램 기법들을 제시하였다. 이 방법은 기존 모델링 기법과 유사한 메모리를 사용하면서 수렴에 있어 향상된 결과를 얻을 수 있다. 또한 Preisach 모델러 개발하는 과정에 발생하는 Tracing 모델들을 도식화하여 Preisach 모델리에 대한 이해를 돕고자 하였다.

## 2. Preisach Modeling

히스테리시스 특성이 갖는 물성적이고 본질적인 이해를 접어두고, 나타나는 현상적인 양들을 수치적으로 처리하기 위한 수치해석적인 관점에서 보면 히스테리시스 특성은 다음과 같다.

첫째로, 자성체의 자화량은 가해진 자계의 세기의 변화에 따라 그림 1의 (a)와 같이 주기적인 대칭입력에 의하여 메이저 루프(Major Loop)나 마이너 루프(Minor Loop)를 대칭으로 반복할 뿐 아니라 비 대칭 입력에 대한 비대칭 마이너 루프를 그리기도 하고, 그림 1의 (b)와 같이 주기성이 없는 입력에 대해서는 메이저 루프도 마이너 루프도 아닌 멀티 브랜치(Multi Branch) 특성을 갖는다(변화의 임의성).

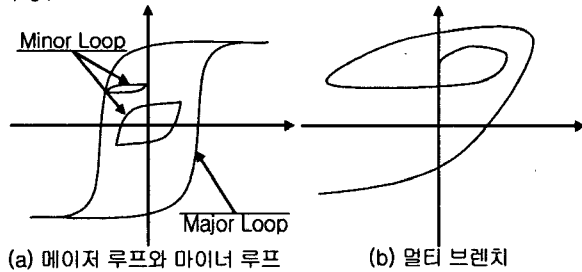


그림 1 히스테리시스 곡선

둘째로, 자성체의 자화량은 같은 입력값에 대해서도 그림 1의 (b)와 같이 가해진 입력의 이력(History)에 따라 다른 값의 출력을 가진다(자계의 이력 의존성).

셋째로, 같은 자성체에서도 각 부분에 따라 가해지는 자계의 세기가 다르므로 자성체의 자화량은 각 부분에 따라 다른 값을 가진다. 따라서 한 자성체 각 부분에서 각기 다른 이력에 따라 각기 다른 히스테리시스 곡선을 그린다(부분성).

마지막으로, 같은 지점에서 자계의 세기와 자화량은 벡터량이므로 특히 이방성 매질에서는 각 방향에 따라 같은 자계의 세기에 대해서도 각기 다른 자화량을 가진다(방향성).

히스테리시스 현상을 갖는 시스템을 수치해석하기 위해서 가장 고려되어야 하는 것은 행의 정확성이다. 이를 위해 위에서 나열한 4가지 특성이 모두 고려되어야만 한다.

### 2.1 히스테리시스 작용자

히스테리시스 현상을 보이는 강자성체는 자발자화(Spontaneous Magnetization) 특성을 갖는 자기입자들로 구성되어 있다. Preisach 모델은 마치 자발자화 특성을 갖는 자기입자들이 모여 강자성체의 자화량을 이루듯이, 자기입자에 해당하는 히스테리시스 작용자들의 밀도를 적분함으로써 자화량을 구하는 방법이라 할 수 있다. 이때, 자기입자들이 서로 근접해 있는 입자들 간에 서로 상호작용(Interparticle Interaction)을 일으킨다. 입자간의 상호작용이란 자화량을 갖는 자기입자들이 근접해 있을 때는 서로 영향을 미치기 때문에 자기입자들이 단독으로 있을 때에는 다른 특성을 보이는 것인데, 이러한 입자간 상호작용은 Preisach 모델을 제외한 다른 모델에서는 고려해 주기가 곤란하다. Preisach 모델에서는 실측 곡선으로부터 입자간 상호작용을 밀도분포로 구해두고 이 데이터를 이용하므로 실제 자성체의 자화량을 보다 정확하게 수치

모사 할 수 있다.

Preisach 평면을 구성하는 단위 히스테리시스 작용자  $f$ 를 그림 2dhk 같이 정의한다. 입력의 변화에 대한 히스테리시스 출력은 그림 2와 같이 입력값  $\alpha$ 와  $\beta$ 에서 출력의 천이가 발생한다. 그림 2에서 입자들은 입자들간의 상호작용으로 인하여 중심이 원점에서 벗어나게 되며 그 차이는 보자력  $H_C$ 에 해당한다.

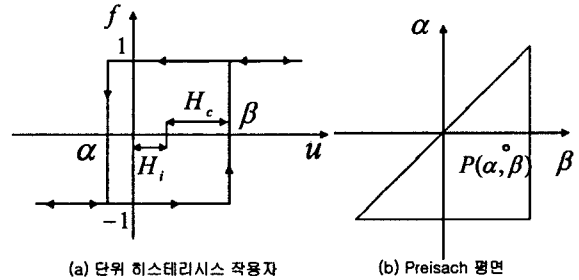


그림 2 단위 히스테리시스 작용자와 Preisach 평면

### 2.2 Preisach 평면과 밀도분포

자기입자에 따라 출력의 천이가 발생하는  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 각각 다른데 그림 2에서  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 종축 및 횡축으로 하는 평면을 Preisach 평면 또는 작용점 평면(Switching Distribution Function) S라고 하고 그림 2와 같이 작용하는 입자들의 개수 즉 밀도  $P(\alpha, \beta)$ 는 이 평면 위에 표시된다. 그림 2에서  $\beta$ 는 항상  $\alpha$ 보다 크므로 그림 2의 Preisach 평면은 반 평면이 되면  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 최대값은 입력의 포화값  $H_S$ 보다 작고 최소값은  $-H_S$ 보다 크다고 하면 Preisach 평면은 그림과 같은 삼각형 내부에서 값을 가진다.

$$S = (\alpha, \beta); \beta \leq \alpha, -H_S \leq \alpha \leq H_S - H_S \leq \beta \leq H_S \quad (\alpha, \beta) \in S$$

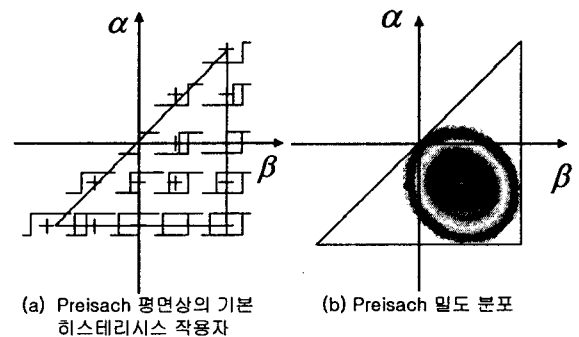


그림 3 Preisach 평면상의 기본 히스테리시스 작용자와 Preisach 밀도분포

### 2.3 Preisach 평면과 궤적

Preisach 모델링은 Preisach 평면위에 자기이력에 따라 궤적을 남기는데 이력을 남기게 되는데 그림 3의 (a)번 그림에서 좌우 방향과 상하 방향의 기본 히스테리시스 작용자의 변화를 살펴보면 그림 4의 (a)의 A와 B와 같다. 따라서 입력값이 증가할 때는 그림 4의 (b)와 같이 수직으로 증가하며, 입력값이 감소 할 때는 그림 4의 (c)와 같이 수평으로 감소하게 된다.

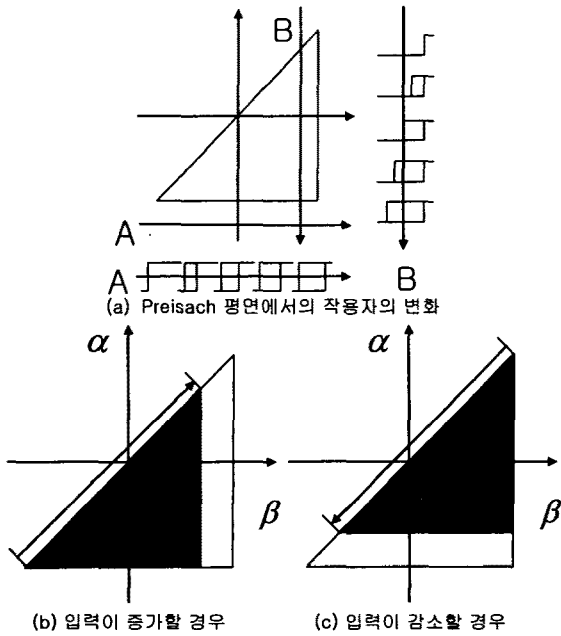


그림 4 Preisach 평면에서의 작용자의 변화와 입력 증감에 따른 궤적의 이동

### 2.4 자화량 계산

Preisach 평면상에서 자기이력에 따라 자화량을 구하는 방법은 다음과 같다. 초기에 자성체가 모두 탈자(Demagnetize) 되었다고 할 경우 입자들은

$$f(u) = 1, \text{ if } U_{0 \geq 0}$$

$$f(u) = -1, \text{ if } U_{0 < 0}$$

와 같이 된다. Preisach 평면에서 입자들의 작용자가 양의 값을 갖는 부분을  $S^+$ , 음의 값을 갖는 부분을  $S^-$ 라 하면 초기의 탈자상태에서는 그림 5 (a)와 같은 궤적이 그려진다. 그림 5는 입력의 변동에 대한 궤적과 히스테리시스 곡선을 그린 것이다. 그림 (a)와 같이 초기 모두 탈자된 상태에 입력값이 증가하였다가 감소한 후 다시 증가하면 그림 4에서 설명한 바와같이 Preisach 평면에서 자기이력이 궤적으로 남게 되며 이때의 출력  $f$ 는 아래와 같이 밀도분포를 적분함으로써 얻어진다.

$$f(t) = \int \int_S P(\alpha, \beta) \cdot u(t) d\alpha d\beta$$

### 2.5 수렴의 문제

Preisach 모델링은 그림 6에서와 같이 유한요소법과 Preisach 밀도를 이용하여 입력에 대한 출력을 구하는 알고리즘을 사용하고 있다. 기존의 Preisach 모델링은 입력으로 자계의 세기  $H$ , 출력으로 자화량  $M$ 을 하용하여 계산이 이루어진다. 초기의 자화량을 유한 요소법을 통해 해석하여 그 결과에서 구해낸  $H$ 값을 Preisach 밀도를 이용하여 계산한 후 여기서 얻어진 자화량을 다시 유한 요소법을 통해서 구해지는 방법을 이용한다. 하지만 그림 7에서 나타난 바와 같이 Preisach 밀도에서 자계의 세기가 보자력 근방에 있게 될 경우 자계의 세기가

조금만 변해도 자화량은 큰 폭으로 변하게 된다. 보통 Preisach 평면을 100 X 100 디멘전으로 나누기에 오차의 정도는 더욱 커지게 된다. 이 경우 디멘전의 크기를 늘리는 방법이 있겠지만 이 경우 충분한 크기까지 늘린다면 아주 많은 메모리 낭비와 계산 시간이 소요가 되게 된다. 따라서 이를 해결하기 위한 다른 방안이 요구되어진다.

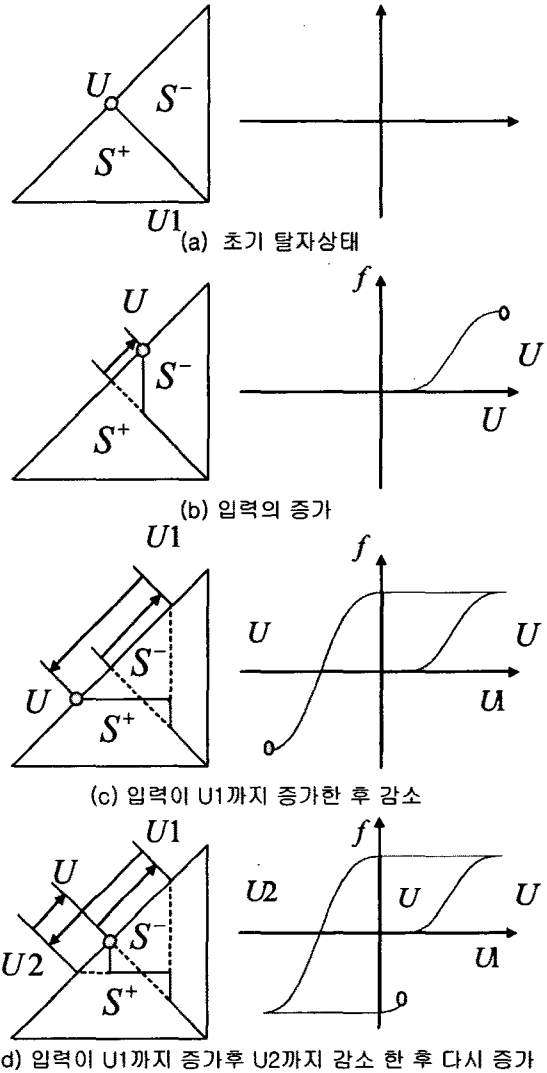


그림 5 입력값의 변동에 따른 Preisach 평면상에서의 궤적과 히스테리시스 곡선

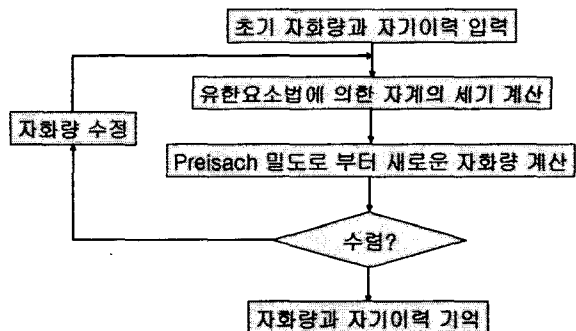


그림 6 자화량을 계산하기 위한 반복 알고리즘

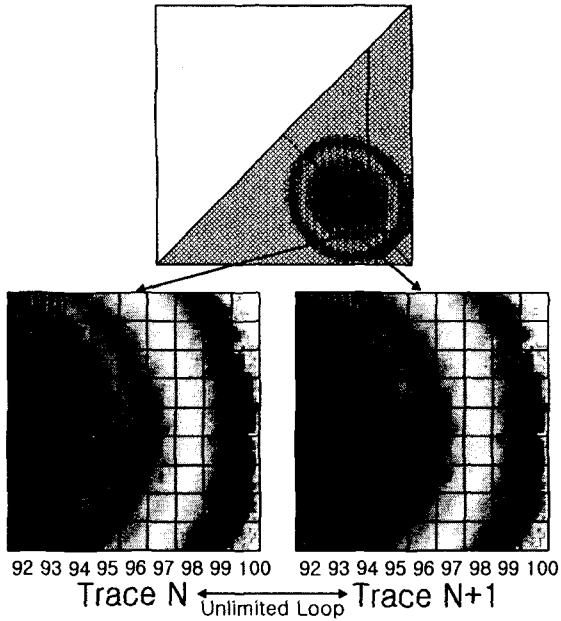


그림 7 Preisach 평면에서 수렴의 이점

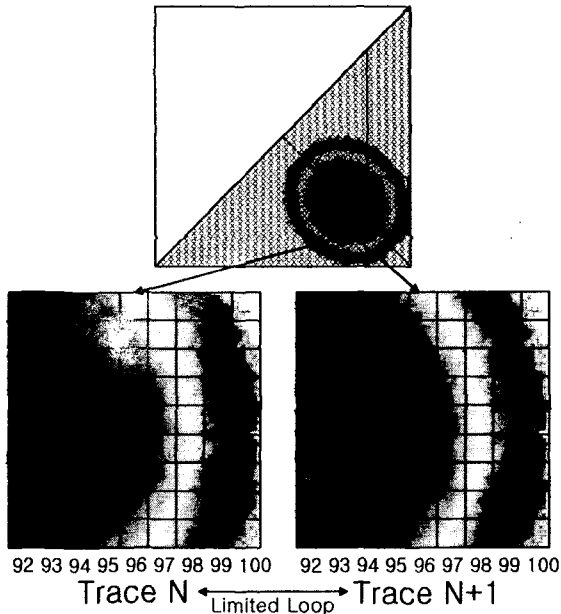


그림 8 더 낮은 수렴 결과를 위한 개선 방안

### 3. 더 낮은 수렴을 위한 개선된 Preisach 모델링

#### 3.1 더 낮은 수렴 방법을 위한 개선 방안

기존의 Preisach 모델링에서 Preisach 평면 밀도의 디멘전 크기를 늘린다면 더 낮은 수렴 효과를 얻을 수 있지만 이 방법은 앞서 말한 바와 같이 많은 메모리의 요구와 계산 시간의 증가로 인하여 비효율적인 방법이 된다. 따라서 같은 크기의 디멘전을 사용하여 보다 낮은 수렴 효과를 가지는 방법을 생각하게 되었다. 기존 방법은 그림 7과 같이 Preisach 평면의 단위에 사이값(예를 들어 93.4와 같은)을 가진다면 93보다는 크고 94보다는 작기에 FEM과 Preisach 자화 계산을 무한히 반복하여 수렴하지 않는 결과를 보여왔다. 하지만 그림 8에서와 같이 Preisach 평면의 단위 간격 사이의 값만을 계

산해 내는 것이 아니라 그 중간값을 계산해 낸다면 이런 문제를 해결할 수 있게 된다. 따라서 Preisach 평면 적분시 수렴값이 Preisach 단위 간격의 사이 값을 가진다면 평면의 단위 간격의 넓이를 해당 값이 주어지는 값의 비율로 환산하여 얻게 된다면 이 점을 해결할 수 있게 된다. 이 방법은 기존에 사용되어오던 디멘전과 같은 100 x 100의 크기를 가지므로 같은 메모리의 사용하게 되는 이 점도 얻을 수 있다.

하지만 이와 같은 계산법은 수치모사과정의 복잡한 Preisach 모델링을 더욱 복잡하게 만든다는 단점을 가진다. 따라서 이를 단순화 할 수 있는 방법을 고안하기로 하였다. 그 결과 Preisach 평면에서 나타날 수 있는 평면의 모양들을 단순화하여 도식화하는 방법을 사용하기로 하였다. 그 결과 그림 9와 같은 도식들을 얻어 낼 수 있었다. 도식들을 정리하자면 크게 Basic Type과 Extend Type이 있으며 초기 Basic Type들에서 Tracing이 일어나게 되면 Extend Type들이 생겨나게 된다. 이 경우들에 대한 산술식을 세워 계산하여 Preisach 모델링에 적용하였다.

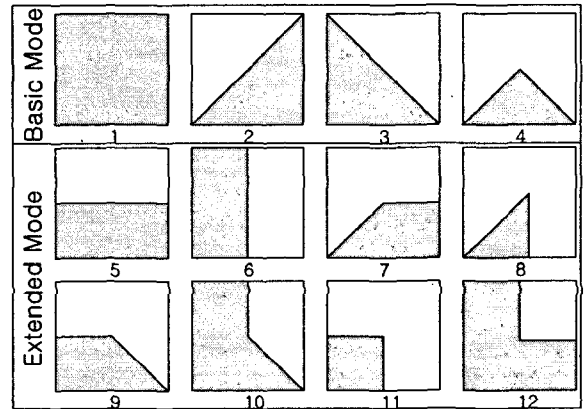


그림 9 Preisach 평면의 단위 모양 변화 결과

### 3.2 한 단위 평면 내에서의 Multy Tracing

자성체의 착자와 감자에 따른 Preisach 모델링을 모사하다 보면 위와 같이 한 단위 평면 내에 하나의 트레이싱 결과만이 생겨나지는 않게 된다. 실제 결과에서는 한 단위 평면 내에 수개의 Tracing Point를 남기게 된다. 따라서 이 경우는 위와 같은 도식에서는 표현할 수 없게 된다. 따라서 새로운 방법이 요구되어진다. 한 단위 평면 내에서 Multy Tracing이 생기는 경우를 위와 같은 방법으로 도식화 하면 그림 10의 상단의 세가지 경우가 있다. 또한 이 세가지 경우는 각각 초기의 입력의 증감에 따라 두가지 경우씩이 존재하게 되므로 총 6가지의 도식이 존재하게 된다. 본 논문에서는 각각의 도식에 대한 수식을 세워 이를 적용하였다.

자성체의 착자와 감자시 자기이력이 현재의 이력에 남아있는 Point들을 지우는 경우가 생긴다. 이런 경우 역시 모델링에서 표현되어야 한다. 전체적인 Preisach 평면에서 이런 현상이 고려되어야 하는 것과 같이 한 단위 평면 내부에서도 같은 현상이 고려되어야 한다. 또한 한 단위 평면 내부에서는 입력의 증감에 따라 이전에 도식화된 Basic Type이나 Extend Type으로 변환되는 경우가 있게 된다. 이 경우를 도식화 한 것이 바로 그림 10의 하단 세가지 그림이다.

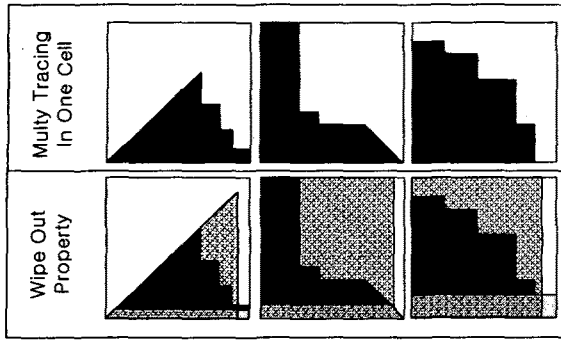


그림 10 한 칸의 공간 내에서의 Multy Tracing

### 3.3 개선된 모델링을 사용한 영구자석의 히스테리시스 현상 해석

개선된 Preisach 모델링을 이용하여 영구자석의 히스테리시스 현상 해석에 적용하여 보았다.

그림 11은 사용된 영구자석 모델의 크기와 매쉬 분포를 나타낸 것이다.

그림 12의 (a)에 나타내어진 입력과 같이 외부에 필드를 영구자석의 자화 최대치값을 갖을 수 있도록 인가하여 준 후 외부에서 인가된 필드를 제거하는 모델링을 하였다.

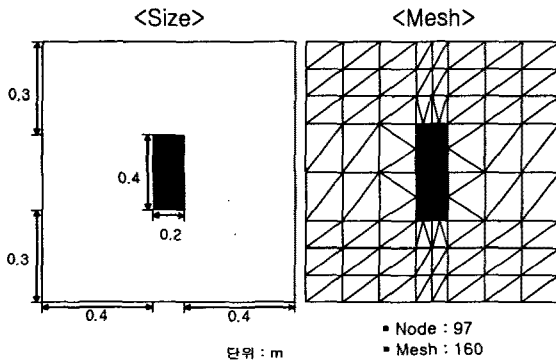


그림 11 영구자석 크기 및 매쉬

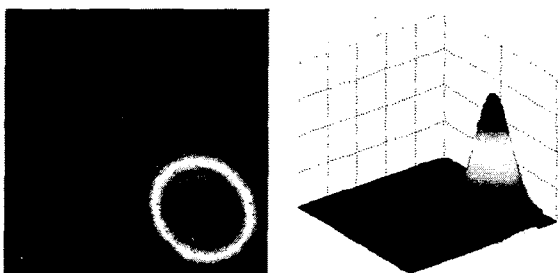
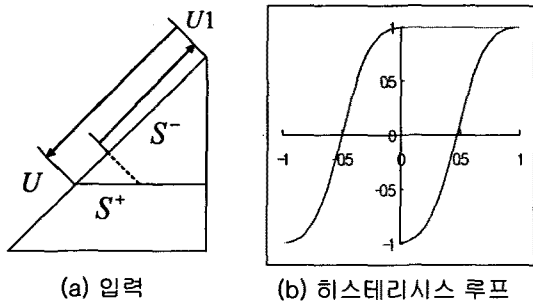
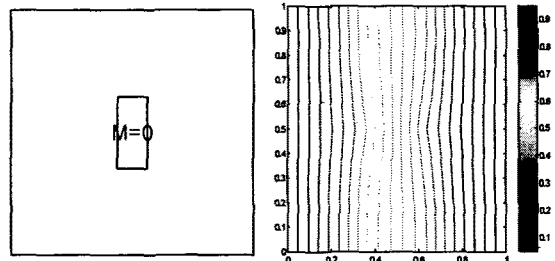


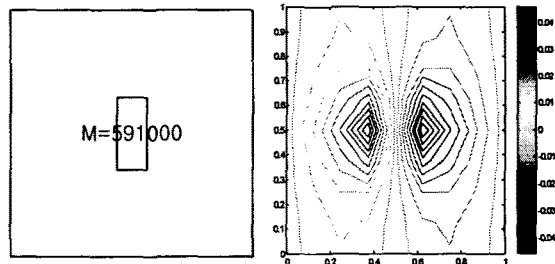
그림 12 영구자석용 Preisach 공간과 히스테리시스 루프

이 모델리에 대한 결과가 그림 13에 나타나있다. 처음 인가된 입력값이 충분한 외부 필드를 주었으므로 그림 13의 (a)와 같은 자화 특성을 보인다. 그 후 외부의 인가된 입력을 끊게 되면 영구자석은 자신의 자화 특성에 따라 자화되게 되어 그림 13의 (b)와 같은 자화 특성을 보이게 된다.

Preisach 모델링은 위와 같은 단순한 자화 특성만이 아닌 Multy Input에 대한 특성을 전부 표현할 수 있어야 하므로 Multy Input값을 부여하여 모델링을 적용해 보았다. 그 결과 그림 14에 나타난 결과를 얻을 수가 있었다.

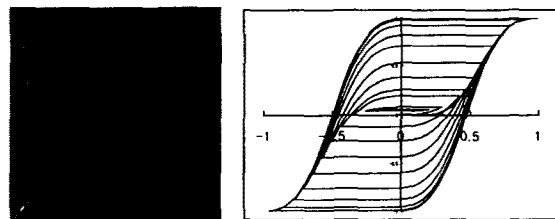


(a) 충분한 외부 필드를 인가 했을 경우



(b) 외부필드를 제거하였을 경우

그림 13 영구자석 자화에 의한 자화 결과



(a) Tracing 궤적 (b) Tracing 궤적에 따른 히스테리시스 루프

그림 14 Multy 입력에 의한 Tracing 결과

히스테리시스 루프

## 4. 결 론

본 논문은 기존의 Scalar Preisach 모델링에서 수렴의 어려움으로 인한 문제를 해결하는 향상적인 방법에 대하여 기술하였다. 이 방법을 적용한 결과, 기존의 방법과 메모리와 속도면에서는 차이점이 거의 없고, 수렴면에서는 향상된 결과를 얻을 수 있는 결과를 얻을 수 있었다.

### [참 고 문 헌]

- [1] Journal of Communications

- TechnoD.R.Fredkin and T.R.Koehler,  
 "Numerical MicroMagnetics by the Finite  
 Element Method", IEEE Trans. on Mag., Vol.  
 MAG-23, No.5, pp 3385-3387, september  
 1987.
- [2] D.R.Fredkin and T.R.Koehler, "Numerical  
 Micromagnetics: Rectangular  
 Parallepipeds", IEEE Trans. on Mag., Vol.  
 26, No.5, pp 1518-1520, September 1990.
- [3] T.R.Koehler and D.R.Fredkin, "Finite  
 Element Methods for Micromagnetics", IEEE  
 Trans. on Mag., Vol.28, pp 1239-1244,  
 March 1992.
- [4] R.F.SooHoo, "Micromagnetics of Domain  
 Walls in Vertical Recording", J. Appl.  
 Phys. 55(6), 15, pp 2211-2213, March 1984.
- [5] E.C.Stoner and E.D.Wohlfarth: "A Mechanism  
 of Magnetic Hysteresis in Heterogeneous  
 Alloys", Phil. Trans. Roy. Soc., Vol.240,  
 pp 599-642, 1984.
- [6] E.C.Stoner and E.D.Wohlfarth: "A  
 Mechanism of Magnetic Hysteresis in  
 Heterogeneous Alloys", IEEE Trans. on  
 Mag., Vol. 27, No.4, pp 3475-3518, July  
 1991.
- [7] E.H.Frei, S.Shtrikman and D.Treves,  
 "Critical Size and Nucleation Field of  
 Ideal Ferromagnetic Particles", Physical  
 Review, Vol. 106, No.3, pp 446-455, May  
 1957.
- [8] F.Preisach, Zeitschrift fuer Physik, Vol.  
 94, p.277, 1935.
- [9] R.M.Del Vacchio, "An Efficient Procedure  
 for Modeling Complex Hysteresis Processes  
 in Ferromagnetic Materials", IEEE Trans.  
 on Mag., Vol. MAG-16, No.5, pp 809-811,  
 September 1980.
- [10] J. A. Szpunar, D.L.Atherton and  
 B.Szpunar, "Analysis of th Irreversible  
 Processes of Magnetization in Steel", IEEE  
 Trans. on Mag., Vol. MAG-23, No.5 pp  
 300-304, January 1987.
- [11] I.D.Mayergoyz, "mathematical Models of  
 Hysteresis(Invited)", IEEE Trans. on Mag.,  
 Vol. MAG-22, No.5, pp 603-608, September  
 1986.
- [12] I.D.Mayergoyz, "Dynamic Preisach Models  
 of Hysteresis", IEEE Trans. on Mag., Vol.  
 24, No.6, pp 2925-2927, November 1988.