

## 편심 부하를 가지는 Disk Type SPMSM에서 속도오차에 관한 연구

이기욱, 김영삼, 이효진, 류성래, 권영안  
부산대학교

### A Study on Speed Error of Disk Type SPMSM with Eccentric Load

K. W. LEE, Y. S. KIM, H. J. LEE, S. R. RYOO, Y. A. KWON  
Pusan National University

**Abstract** - 디스크 형의 회전자를 가지고 있는 영구자석 표면 부착형 동기 전동기에서 회전자가 중력 방향에 직각으로 서 있고, 디스크 상에 부하가 존재하는 경우 디스크의 불균일한 질량 분포에 의해 편심이 발생한다. 편심 부하는 합성 무게 중심이 반중력 방향으로 향하면 전동기의 속도는 감소하고, 중력 방향이면 속도가 증가하는 정현적인 부하 토크로 작용하여 정현적인 속도 오차를 발생시킨다. 이 속도 오차를 감소 시키기 위해  $q$ -축 전류와 측정된 속도를 입력으로 가지는 부하 토크 관측기를 설계하여 생성된 보상전류를 피드 포워드 방식으로  $q$ -축 저령 전류에 보상하는 방식을 사용한다. 본 연구에서는 부하 토크 관측기를 사용하는 방식에서 발생하는 속도오차에 관하여 분석하였다.

#### 1. 서 론

디스크 형의 회전자를 가진 SPMSM에서 발생 토크의 방향이 지면과 평행하게 회전자가 위치하고, 회전자 디스크 상에 부하가 존재하는 경우 디스크의 불균일한 질량 분포에 의해 편심이 발생한다. 편심은 전동기에 부하 토크로 작용한다. 기존의 논문에서 외란으로 작용하는 부하 토크의 종류로 자속 불균일, 자석 배치 불균일, 센서의 측정 오차 등을 들고 있다. 이 부하 토크에 의해 발생하는 속도 리플을 저감하기 위해 많은 방식이 연구되고 있다. 본 연구에서는 부하 토크 관측기를 대상으로 연구를 수행하였다.

부하 토크 관측기로  $q$ -축 전류와 측정된 속도를 입력으로 가지는 부하 토크 관측기를 설계하여 생성된 보상전류를 피드 포워드 방식으로  $q$ -축 저령 전류에 보상하는 방법이 있다[1], [2]. 이 방식은 코킹 토크나 측정 오차 등에서 발생할 수 있는 작은 토크 리플에 상당히 효과적이고, 전동기의 파라메터 변화에도 강인성을 가지고 있다.

본 논문에서는 디스크 상에 편심 부하 요소가 여러군데 분포하는 경우, 고속에서 부하 토크 관측기를 사용하는 방식에서 발생하는 속도오차에 관하여 분석하였다.

#### 2. 편심 부하의 수학적 모델

편심 부하는 그림 1과 같이 디스크 상에 부착되어 있다. 질량  $M$ 이 부착된 위치를  $\theta_0$ 라 하면 편심 부하의 수학적 모델은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$T_L = Mrg \sin(\theta + \theta_0) = Mrg \sin(\omega_m t + \theta_0) \quad (1)$$

단,  $M$  : 편심질량[Kg]

$r$  : 디스크 중심에서  $M$  까지의 거리[m]

$g$  : 중력 가속도[m/sec<sup>2</sup>]

$\theta$  : 회전시 Zero point에 대한  $M$ 의 각변위[rad]

$\theta_0$  : Zero point에 대한 편심의 위치[rad]

$\omega_m$  : 기계적인 각속도[rad/sec]

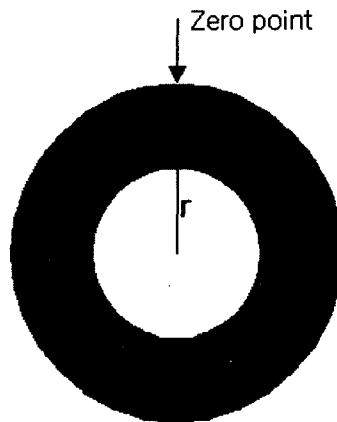


그림 1. 편심 부하의 모델

#### 3. 부하 토크 관측기

SPMSM은 d-q축 모델과 기계방정식을 사용하여 상태방정식 형태로 표현된다.

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d} (v_d - R_s i_d + \omega_r L_q i_q) \quad (2)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} (v_q - R_s i_q - \omega_r L_d i_d - \omega_r \phi_f) \quad (3)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} (T_e - T_L - B\omega_m) \quad (4)$$

SPMSM의  $L_d, L_q$ 는 같기 때문에 전기적인 토크 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\phi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) \\ = K_T i_q \quad (5)$$

단,  $K_T$  : 토크 상수 ( $= \frac{3}{2} \frac{P}{2} \phi_f$ )

식(4)와 (5)에서

$$T_L + J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m = K_T i_q \quad (6)$$

부하 토크는 샘플링 시간 내에서 일정하다고 가정하는 경우에 다음이 성립한다.

$$\frac{dT_L}{dt} = 0 \quad (7)$$

식(6)과 (7)로부터 연속시간 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_m \\ \dot{T}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ T_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_T}{J} \\ 0 \end{bmatrix} i_q \quad (8)$$

식(8) 이산시간 상태방정식으로 변환하면 다음과 같다.

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{BT_s}{J} & -\frac{T_s}{J} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} \frac{K_T T_s}{J} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$y(k) = [1 \ 0] X(k) \quad (10)$$

$$\text{단, } X(k) = \begin{bmatrix} \omega_m(k) \\ T_L(k) \end{bmatrix}, T_s : \text{샘플링 시간}$$

여기서 부하 토크 관측기는 Gopinath 방법을 사용하여 구성한다[1].

추정된 부하 토크를 피드 포워드하는 전체 블록도는 그림 2와 같다.

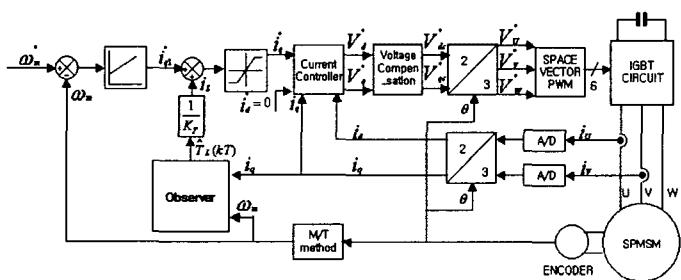


그림 2. 전체 시스템의 블록도

#### 4. 시뮬레이션

본 논문에서 사용된 Disk Type SPMMSM의 정격 속도는 60[rpm], 정격 출력은 1.5[kW]이며, 정격 토크는 240[Nm]이다. 부하 토크는  $T_L = 20 \sin(\omega_m t + 0^\circ)$ 이다.

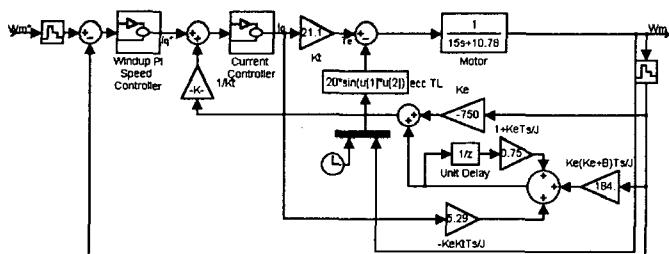


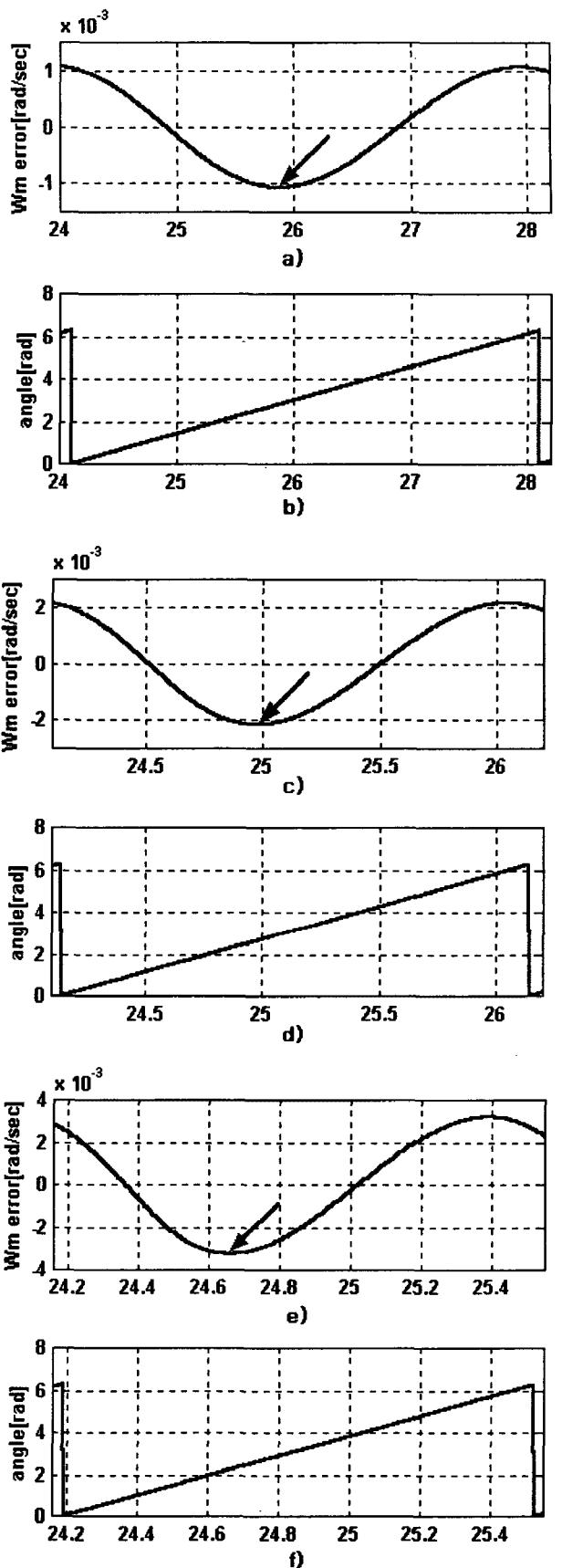
그림 3. Simulink를 이용하여 부하 토크 관측기를 적용한 블록도

그림 4는 부하 토크 관측기를 통해 관측된 부하 토크를 보상한 경우에 15, 30, 45, 60RPM일 때 속도 오차와 기계각을 함께 나타낸 것이다. 부하 토크 관측기에 의한 보상방식에서 발생하는 오차를 분석하면 다음과 같다.

식(1)을 식(4)에 대입하면

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} (T_e - Mrg \sin(\omega_m t + \theta_0) - B\omega_m) \quad (11)$$

식(11)은 비선형 방정식으로 선형 부하 토크 관측기로 관측한 부하 토크로는 한계가 있는 것으로 파악된다.



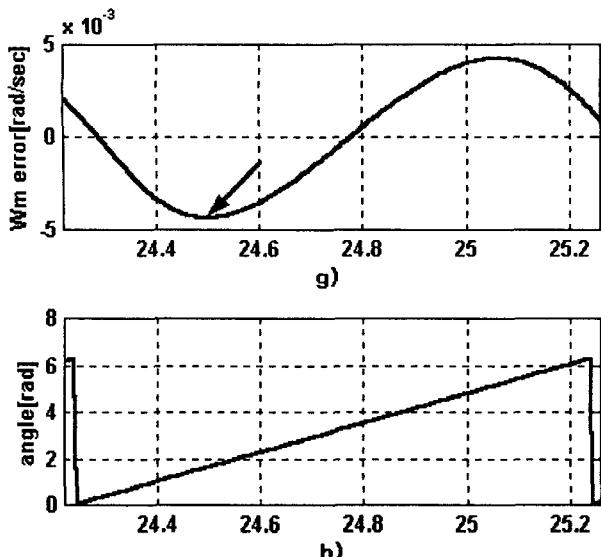


그림 4. 부하 토크 관측기를 적용하여 보상한 경우의 속도 오차와 기계각

- a) 15RPM일 때 속도 오차
- b) 15RPM일 때 기계각
- c) 30RPM일 때 속도 오차
- d) 30RPM일 때 기계각
- e) 45RPM일 때 속도 오차
- f) 45RPM일 때 기계각
- g) 60RPM일 때 속도 오차
- h) 60RPM일 때 기계각

## 5. 실험 및 검토

실험을 실시하기 위하여 정현파 보상 토크의 크기와 위상을 결정해야 한다. 실험에서 사용된 편심의 무게는 4.59[kg]이고 엔코더 Z상 근처에 부착하고 디스크 중심에서 0.6[m]떨어진 곳에 부착하였다. 그러나 편심 무게의 무게 중심을 정확히 알 수 없었기 때문에 시행착오법을 수행하여 보상 토크의 크기와 위치를 결정하였다.

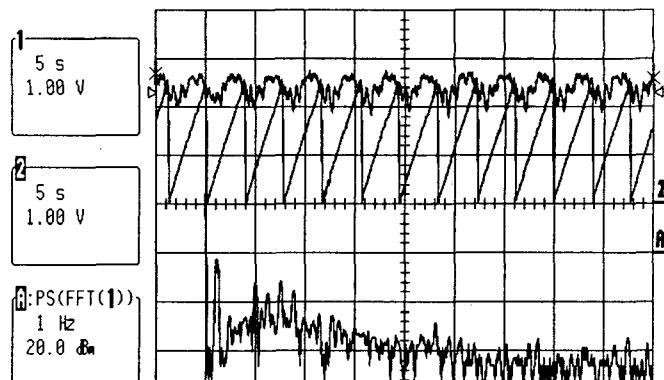
그림 5는 부하 토크 관측기에 의해 추정된 부하 토크를 이용하여 보상을 한 경우이다. 이 때 보상하지 않은 경우와 속도 오차 감소량을 비교하면 15RPM에서는 약 55%, 30RPM에서는 약 44%, 60RPM에서는 약 7% 정도 개선된다. 시뮬레이션과 같이 고속일수록 속도 개선 효과가 떨어지는 것을 알 수 있다.

## 6. 결 론

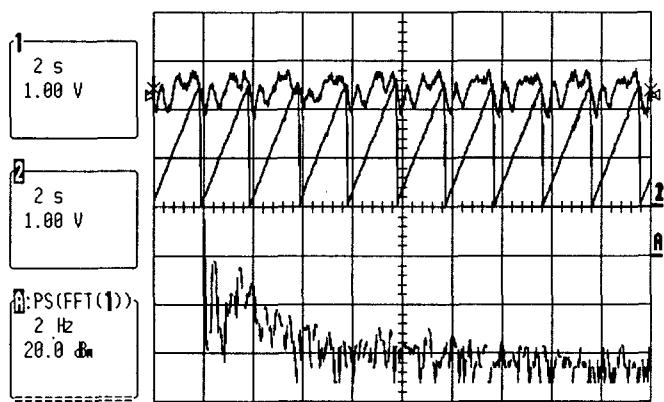
Disk Type SPMSM에 인가한 편심 부하는 정현적인 형태로 모델링이 되고 이 정현적인 부하를 보상하기 위해 부하 토크 관측기 보상방식을 연구하였다.

본 논문에서 사용한 Gopinath 방법에 의한 부하 토크 관측기는 시간에 대한 변화가 매우 작은 경우에는 매우 강인한 특성을 가진다. 그러나 편심 부하에 대해서는 그 강인성이 지령 속도가 빠를수록 낮아지는 것으로 나타난다. 편심 부하는 전동기 특성을 비선형적으로 바꾸기 때문에 관측기 입력인 속도의 위상이 지연되는 현상이 발생하여 추정된 부하 토크의 위상은 실제 부하 토크와 다르게 된다.

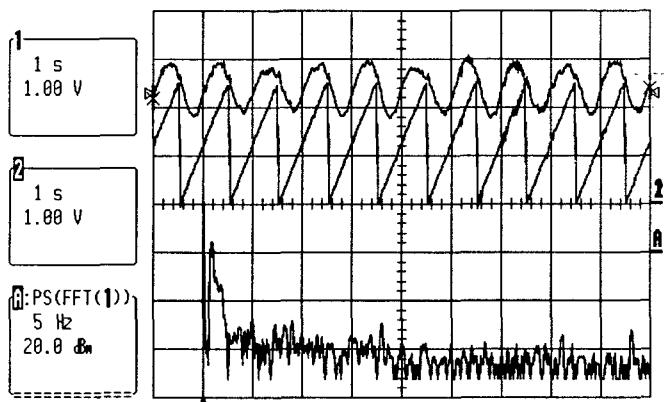
따라서 본 논문에서 제시한 SPMSM에서 비선형 방정식으로 기술되는 부하 토크를 선형 부하 토크 관측기로 관측한 방식으로는 한계가 있는 것으로 파악된다. 앞으로 이를 보상하는 연구가 계속 진행될 예정이다.



a) 15RPM



b) 30RPM



c) 60RPM

그림 5. 부하 토크 관측기에 의해 부하 토크를 보상한 경우의 속도 오차 과형 및 기계각, 속도 오차 과형의 FFT.

## (참 고 문 헌)

- [1] N. Matsui, T. Makino, and H. Satoh "Autocompensation of torque ripple of direct drive motor by torque observer", IEEE, IA-29 pp.187-194, 1993.
- [2] J. Solsona, M. I. Valla, C. Muravchik, Nonlinear control of a permanent magnet synchronous motor with disturbance torque estimation", IEEE, EC-15, pp.163-168, 2000.