

불확실성을 갖는 동적 시스템을 위한 퍼지 모델 기반 제어기의 지능형 디지털 재설계

조 광래* · 이 연우* · 주 영훈* · 박 진배
 *군산대 전자정보공학부, **연세대학교 전기전자공학부

Intelligent Digital Redesign of Fuzzy-Model-Based Controller for Dynamic Systems with Uncertainties

Kwang lae Cho*, Yeun Woo Lee*, Young Hoon Joo*, Jin Bae Park**
 *School of Electronic & Information Engineering, Kunsan National University
 **Department of Electrical & Electronic Engineering, Yonsei University

Abstract - 본 논문에서는 불확실성을 포함할지도 모르는 비선형 시스템의 추적 제어에 효과적인 퍼지모델기반 제어기에 대한 지능형 디지털 설계 기법을 제안한다. TS 퍼지모델은 불확실 비선형 시스템의 퍼지모델링에 적용되었다. 안정화와 추적을 위한 퍼지모델기반 제어기를 설계하기 위해 확장 병렬 분산 보상 기법이 이용되었다. 설계된 연속시간 제어기는 지능형 디지털 재설계 기법을 이용해 동기의 이산시간 제어기로 변환되었다. 본 논문에서 제안한 지능형 디지털 재설계방법은 전형적인 단일 링크 유연 로봇 시스템에 적용하여 그 응용 가능성과 효율성을 입증한다.

1. 서 론

퍼지 논리 제어는 제어 대상 시스템이 수학적으로 모델링 하기 어렵거나 심한 비선형성을 보이는 경우, 또는 외부 환경이 불확실한 경우 등에 대해 강인함을 보여준다. 복잡한 동적 시스템을 포함한 실제 제어 시스템의 대부분은 연속 시간 모델에 의해서 표현된다. 연속시간 제어기를 동기의 디지털 제어기로 전환하는 것을 디지털 재설계[1, 7, 8]라 한다. 그러나, 이런 디지털 설계 기법은 선형 시스템에서만 동작하므로 복잡한 비선형 시스템을 제어하는 것은 매우 힘들다. 그러므로, 복잡한 비선형 시스템에 대한 지능형 디지털 재설계 방법의 개발에 대한 큰 관심이 생겼고, 불확실성이 없는 경우에 대해서는 Joo et al. [2]에 의해서 시도되었다.

본 논문에서는 복잡한 비선형 동적 시스템에서의 신뢰성 있고, 융통성 있는 동작을 위한 디지털 제어기의 퍼지 모델 기반 설계 도구를 제안한다. 더 나아가 불확실성을 포함할지도 모르는 연속시간 동적 시스템에 대한 퍼지 모델 기반 제어기의 지능형 디지털 재설계를 위한 조직적 방법을 개발한다.

연속 시간 퍼지 모델 기반 제어기는 EPDC 기법[2]을 이용함으로써 설계되었고, 상태 정합에 의해 동기의 디지털 제어기가 설계되었다. 제안된 지능형 디지털 재설계 기법의 효율성을 보여주기 위해 심한 비선형성과 불확실성을 가진 단일 링크 유연 로봇에 적용한다.

2. 불확실 퍼지 모델 기반 제어기

다음과 같은 불확실 비선형 동적 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f_0(x) + \Delta f(x) + (g_0(x) + \Delta g(x))u(t) \\ y &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $x(t) \in R^n$ 는 상태 벡터, $u(t) \in R^m$ 는 제어 입력 벡터, $f_0(x)$ 와 $g_0(x)$ 는 비선형 연속 함수, $\Delta f_0(x)$ 와 $\Delta g_0(x)$ 는 불확실 함수, $y \in R^p$ 는 조정되기 위한 출력 벡터, $C \in R^{p \times n}$ 는 상수 행렬이다. 이 비선형 시스템은 연속시간 TS 퍼지 모델에 의해서 근사화 되거나 재 표현될 수 있으며 퍼지 추론 시스템의 i 번째 규칙은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

Plant Rule i :

$$\begin{aligned} \text{IF } z_1(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } F_n^i \\ \text{THEN } \dot{x}(t) = f_0(x) + \Delta f(x) + (g_0(x) + \Delta g(x))u(t) \\ y = Cx(t) \end{aligned} \quad (i=1,2,\dots,q) \quad (2)$$

여기서, $F_j^i (j=1,\dots,n)$ 는 퍼지 집합, q 는 퍼지 규칙의 수, $x(t) \in R^n$ 는 상태 벡터, $u_c(t) \in R^m$ 는 입력 벡터, $A_{0i} \in R^{n \times n}$, $B_{0i} \in R^{n \times m}$, $z_1(t), \dots, z_n(t)$ 는 전체 변수, ΔA_i 와 ΔB_i 는 알려지지 않은 값이고, 시스템에서 불확실성을 나타내는 시변 행렬이다. 무계증상 비퍼지화, product 추론, 상급론 퍼지화를 이용함으로써 시스템(2)의 전체적인 동력학은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [A_0(\mu(z(t))) + \Delta A(\mu(z(t)))]x(t) + [B_0(\mu(z(t))) + \Delta B(\mu(z(t)))]u(t) \\ y &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, $z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t))$

$$A_0(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))A_{0i}, \quad B_0(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))B_{0i}$$

$$\Delta A(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\Delta A_i$$

$$\Delta B(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\Delta B_i$$

$$\mu(z(t)) = (\mu_1(z(t)), \mu_2(z(t)), \dots, \mu_n(z(t)))$$

$$\mu_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^q \omega_i(z(t))}$$

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{j=1}^n F_j^i(z_j(t))$$

불확실 비선형 시스템(1)의 기준 신호 추종을 위한 퍼지 시스템(2)의 퍼지 모델 기반 제어기를 구성하기 위해 EPDC 기법을 이용할 것이다. 연속시간도 델에서 EPDC 퍼지 제어기는 다음과 같은 구조를 가진다.

Controller Rule i :

$$\begin{aligned} \text{IF } z_1(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } F_n^i \\ \text{THEN } u(t) = -K_i x(t) + E_i r(t), \quad (i=1,2,\dots,q) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, K_i 와 E_i 는 각각 i 번째 부분공간에서의 레한 이득, 전향 경로 이득 벡터이다. 그리고 $r_i(t)$ 는 레퍼런스 입력이다. 퍼지 모델 기반 제어기의 비퍼지화된 출력은 다음과 같다.

$$u(t) = -K(\mu(z(t)))x(t) + E(\mu(z(t)))r(t) \quad (5)$$

$$\text{여기서, } K(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))K_i$$

$$E(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))E_i$$

식(2)와 (5)를 결합한 전체 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))((A_i - B_i K_j)x(t) + B_i E_j r(t)) \quad (6)$$

3. 지능형 디지털 재설계를 이용한 제어기 설계

이 섹션에서는 연속시간 퍼지 모델 기반 제어기 설계 알고리즘을 개발하고, 상태 정합에 의해서 지능형 디지털 재설계 과정을 유도한다. 즉, 전체적인 안정성을 고려한 i 번째 부분공간에서의 연속시간 국부적 레한 보상을 구성한다. 전체적인 퍼지 모델 기반 제어기는 퍼지 추론 과정에 의해 구성된다.

3.1 전체적 안정성을 가지는 국부적 제어기 설계

i 번째 부분공간에서 선형 제어 가능한 연속시간 불확실 부분 시스템을 고려해보자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A_{0i} + \Delta A_i)x_c(t) + (B_{0i} + \Delta B_i)u_c(t) \\ y &= Cx_c(t) \end{aligned} \quad (i=1,2,\dots,q) \quad (7)$$

국부적 궤환 이득 K_c^i 는 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델에 대한 전체적 안정성을 고려함으로써 구성되고 국부적 전향 경로 이득 E_c^i 는 K_c^i 로 부터 결정된다. i 번째 부분공간에서 제어를 설계하기 위해 불확실성 행렬 ΔA_i 와 ΔB_i 를 고려한다[9]. i 번째 부분공간에서의 국부적 상태 궤환 제어기는 다음과 같다.

$$u_c(t) = -K_c^i x_c(t) + E_c^i r_c(t) \quad (8)$$

여기서 K_c^i 와 E_c^i 는 각자 i 번째 부분공간에서의 궤환, 전향경로 이득이고 $r_c(t)$ 는 레퍼런스 입력이다. 시스템(3)과 관계 있는 가역함수는 다음과 같이 선택된다.

$$J = \int_0^{\infty} (x_c^T Q_c x_c + u_c^T R_c u_c) dt \quad (9)$$

가역 함수(9)는 전체적인 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델을 위해 정의되지만 국부적인 부분 시스템을 위한 것은 아니다.

3.2 상태 정합에 의한 국부적 디지털 재설계

다음과 같은 상태 궤환 제어기 $u_c(t)$ 를 가진 i 번째 부분공간에서의 상태 부동식 (7)은 다음과 같이 재 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= (A_{oi} + \Delta A_i)x_c(t) + (B_{oi} + \Delta B_i)u_c(t) \\ u_c(t) &= -K_c^i x_c(t) + E_c^i r_c(t) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, 출력 부동식은 간소화를 위해 제외되며, (10)의 페루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c(t) = [(A_{oi} + \Delta A_i) - (B_{oi} + \Delta B_i)K_c^i]x_c(t) + (B_{oi} + \Delta B_i)E_c^i r_c(t) \quad (11)$$

구분적으로 일정한 제어 법칙 $u_d(t)$ 가 이용될 때 (10)에서의 상태 부동식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(t) &= (A_{oi} + \Delta A_i)x_d(t) + (B_{oi} + \Delta B_i)u_d(t) \\ u_d(t) &= u_d(kT) = -K_d^i x_d(kT) + E_d^i r_d(kT) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, $kT \leq t < kT + T$, $K_d^i \in R^{m \times n}$ 와 $E_d^i \in R^{p \times p}$ 는 디지털로 재설계된 이득, $r_c(t) = r_d(kT)$ 는 $[kT, kT + T]$ 에서 상수이다. 식(12)와 대응하는 이산시간 페루프 불확실 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_d(kT + T) &= [(G_{oi} + \Delta G_i) - (H_{oi} + \Delta H_i)K_d^i]x_d(kT) \\ &\quad + (H_{oi} + \Delta H_i)E_d^i r(kT) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, $G_{oi} = \exp(A_{oi}T)$
 $\Delta G_i = \exp[(A_{oi} + \Delta A_i)T] - \exp(A_{oi}T)$
 $H_{oi} = (G_{oi} - I)A_{oi}^{-1}B_{oi}$
 $\Delta H_i = [\exp((A_{oi} + \Delta A_i)T) - I](A_{oi} + \Delta A_i)^{-1}(B_{oi} + \Delta B_i) - H_{oi}$

(13)에서 디지털 이득 K_d^i 와 E_d^i 를 구하기 위해서 (10)에서의 페루프 상태 $x_c(t)$ 와 (13)에서의 페루프 상태 $x_d(t)$ 를 정합하기 위해 구분적으로 일정한 입력 $r_c(t)$ 를 가진 (11)에서의 이산시간 상태 $x_c(kT + T)$ 를 평가해야하며, 그것은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_c(kT + T) &= (G_{oi} + \Delta G_i) \\ &\quad - \int_{kT}^{kT+T} \exp[(A_{oi} + \Delta A_i)(kT + T - \lambda)](B_{oi} + \Delta B_i)K_c^i x_c(\lambda) d\lambda \\ &\quad + (H_{oi} + \Delta H_i)E_c^i r_c(kT) \end{aligned} \quad (14)$$

(14)를 평가하기 위해 [5]에서 제안된 정확한 평가 방법이 적용된다. 구분적으로 일정한 입력 $r_c(t)$ 를 가진 (11)에서의 $x_c(t)$ 의 적분은 정확히 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{T} \int_{kT}^{kT+T} x_c(\lambda) d\lambda = (A_{oi}^i T)^{-1} [x_c(kT + T) - x_c(kT) - TB_i E_c^i r_c(kT)] \quad (15)$$

여기서, $A_{oi}^i = (A_{oi} + \Delta A_i) - (B_{oi} + \Delta B_i)K_c^i$. 페루프 시스템(11)의 이산 시간 모델은 다음과 같다.

$$x_c(kT + T) = G_{ci}^i x_c(kT) + H_{ci}^i E_c^i r_c(kT) \quad (16)$$

여기서, $G_{ci}^i = \exp(A_{oi}^i T)$, $H_{ci}^i = (G_{ci}^i - I)A_{oi}^i^{-1}(B_{oi} + \Delta B_i)$. (16)을 (15)에 대입하고 나서 그 결과를 (14)의 적분부분에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\int_{kT}^{kT+T} \exp\{(A_{oi} + \Delta A_i)(kT + T - \lambda)\}(B_{oi} + \Delta B_i)K_c^i x_c(\lambda) d\lambda \\ &= (H_{oi} + \Delta H_i)K_c^i (A_{oi}^i T)^{-1} \\ &\quad \{[(G_{ci}^i - I)x_c(kT) + (H_{ci}^i - (B_{oi} + \Delta B_i)T)E_c^i r_c(kT)]\} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} A_{oi}^i &= (A_{oi} + \Delta A_i) - (B_{oi} + \Delta B_i)K_c^i \\ G_{ci}^i &= \exp(A_{oi}^i T) \\ H_{ci}^i &= (G_{ci}^i - I)A_{oi}^i^{-1}(B_{oi} + \Delta B_i) \end{aligned}$$

(17)와 (14)를 결합하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} x_c(kT + T) &\equiv [(G_{oi} + \Delta G_i) - (H_{oi} + \Delta H_i)K_c^i (A_{oi}^i T)^{-1} (G_{ci}^i - I)]x_c(kT) \\ &\quad + (H_{oi} + \Delta H_i)[I - K_c^i (A_{oi}^i T)^{-1} (G_{ci}^i - I)]E_c^i r_c(kT) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,

$$\begin{aligned} A_{oi}^i &= (A_{oi} + \Delta A_i) - (B_{oi} + \Delta B_i)K_c^i \\ G_{ci}^i &= \exp(A_{oi}^i T) \\ H_{ci}^i &= (G_{ci}^i - I)A_{oi}^i^{-1}(B_{oi} + \Delta B_i) \end{aligned}$$

(18)에서의 $x_c(kT + T)$ 와 $x_c(kT)$ 를 상응하는 $x_d(kT + T)$ 와 $x_d(kT)$ 로 세팅함으로써 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (G_{oi} + \Delta G_i) - (H_{oi} + \Delta H_i)K_d^i \\ \equiv (G_{oi} + \Delta G_i) - (H_{oi} + \Delta H_i)[K_c^i (A_{oi}^i T)^{-1} (G_{ci}^i - I)] \end{aligned} \quad (19)$$

그리고,

$$\begin{aligned} (H_{oi} + \Delta H_i)E_d^i &\equiv (H_{oi} + \Delta H_i) \\ &\quad [I - K_c^i (A_{oi}^i T)^{-1} (H_{ci}^i - (B_{oi} + \Delta B_i)T)]E_c^i \end{aligned} \quad (20)$$

따라서, 디지털 이득(\tilde{K}_d^i , \tilde{E}_d^i)는 (19)와 (20)을 풀이함으로써 얻어질 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{K}_d^i &\equiv \frac{1}{T} K_c^i (A_{oi}^i)^{-1} (G_{ci}^i - I) \\ &= \frac{1}{T} K_c^i (I + (A_{oi}^i)^{-1} (I - \frac{1}{T} \omega_{oi}^i) \Delta_i)^{-1} (A_{oi}^i)^{-1} (G_{ci}^i - I) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_d^i &\equiv [I + K_c^i (A_{oi}^i)^{-1} (B_{oi} + \Delta B_i - \frac{1}{T} H_{ci}^i)]E_c^i \\ &= E_c^i + K_c^i (I + (A_{oi}^i)^{-1} (I - \frac{1}{T} \omega_{oi}^i) \Delta_i)^{-1} (A_{oi}^i)^{-1} \\ &\quad \times (I - \frac{1}{T} \omega_{oi}^i) (B_{oi} + \Delta B_i)E_c^i \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,

$$\begin{aligned} G_{ci}^i &= \exp(A_{oi}^i T), \quad G_{oi}^i = \exp(A_{oi} T) \\ A_{oi}^i &= A_{oi} + \Delta A_i - (B_{oi} + \Delta B_i)K_c^i, \quad A_{oi}^i = A_{oi} - B_{oi}K_c^i \\ H_{ci}^i &= (G_{ci}^i - I)(A_{oi}^i)^{-1}(B_{oi} + \Delta B_i) \\ \Delta_i &= \Delta A_i - \Delta B_i K_c^i, \quad \omega_{oi}^i = (G_{oi}^i - I)(A_{oi}^i)^{-1} \end{aligned}$$

4. 컴퓨터 시뮬레이션

제안된 지능형 디지털 재설계 기법의 효용성을 입증하기 위해서 단일 링크 유연 로봇 시스템을 이용한다(그림 1). 단일 링크 유연 로봇의 동력학은 [6]에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} I \ddot{\theta} + MgL \sin(q_1) + k(q_1 - q_2) &= 0 \\ J \ddot{\theta} - k(q_1 - q_2) &= u \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 M 은 로봇팔의 전체 무게, I 은 회전축의 무게 중심으로부터 집합 부분까지의 거리, g 는 중력 상수이다.

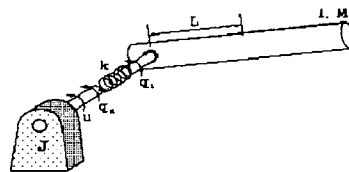


Fig. 1 One link flexible joint robot

비선형 시스템 (23)은 $x = [q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2]^T$ 라 하면 다음과 같이 변형될 수 있다

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

$$= \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{MgL}{I} \sin x_1 - \frac{k}{I}(x_1 - x_3) \\ x_4 \\ \frac{k}{J}(x_1 - x_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} u \quad (24)$$

식 (24)의 TS 퍼지 모델은 2개의 평형점에서 선형 시스템을 구함으로써 다음과 같이 구성할 수 있다. 그림2는 소속함수를 나타낸다.

Plant Rules:

Rule 1: IF x_1 is about 0 THEN $\dot{x} = A_1 x + B_1 u$

Rule 2: IF x_1 is about π THEN $\dot{x} = A_2 x + B_2 u$

여기서,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{MgL}{I} & -\frac{k}{I} & 0 & \frac{k}{I} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{k}{J} & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{MgL}{I} & -\frac{k}{I} & 0 & \frac{k}{I} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{k}{J} & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix}$$

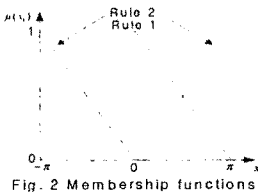


Fig. 2 Membership functions

제어 목적은 기준신호 $r(t) = 0.2 \sin(t)$ 를 추종하도록 제어를 설계하는 것이다. 이를 위해 T_s 는 0.04초, T_f 는 0.005초로 설정하고 초기조건은 $x = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 이다. 전체적인 퍼지 제어 시스템의 안정성을 판별하기 위해 양 안정 대칭 행렬 P_c 를 다음과 같이 구했다

$$P_c = \begin{bmatrix} 6249.1 & 819.5 & 159.7 & 3.4 \\ 819.5 & 266.4 & 33.2 & 2.3 \\ 159.7 & 33.2 & 7.0 & 0.3 \\ 3.4 & 2.3 & 0.3 & 0.0 \end{bmatrix}$$

그림 3과 그림 4는 컴퓨터 시뮬레이션의 결과이다. 1점 쇄선은 레퍼런스 신호이고, 실선은 디지털 제어기에 의한 결과, 점선은 아날로그 제어기에 의한 결과이다. 시뮬레이션 결과에서 알 수 있듯이 아날로그 제어 기법과 제안된 제어 기법이 거의 일치함을 알 수 있다.

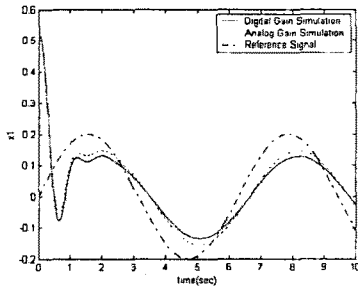


Fig. 3 $x_1(t)$ with Intelligent digital controller

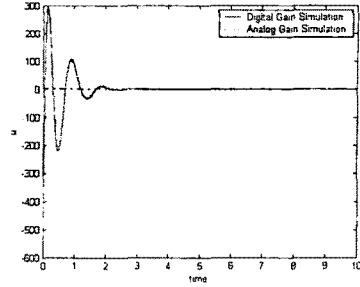


Fig. 4 Control input of the Intelligent digital controller

5. 결 론

본 논문에서는 불확실성을 가진 연속시간 비선형 동적 시스템의 퍼지 모델 기반 제어를 위한 새로운 지능형 디지털 재설계 기법을 제안했다. 우선 주어진 불확실 비선형 시스템에 대한 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델이 구성되었다. 디지털 재설계에 대한 이론적인 기초를 제공하기 위해 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델과 이산시간 불확실 TS 퍼지 모델 사이의 관계가 유도되었다. cost-guaranteed 설계 방법이 이용되었고, 전체적인 안정성을 갖는 국부적 제한 보상의 설계로 확장되었다. 전체적으로 페루프 제어된 시스템은 새롭게 개발된 안정성 조건을 가지고 연구되었다. 후에 연속시간 설계 과정이 완성되었고, 지능형 디지털 재설계 기법이 상태 정합 원리와 격차(interval)계산에 의해 개발되었다. 전체적인 디지털 제어기는 설계된 국부적 디지털 제어기와 퍼지 추론 시스템에 의해 구성된다. 시스템의 불확실성은 디지털 제어기 설계 과정에서 고려되었다. 시뮬레이션 결과는 제안된 방법이 불규칙적으로 작용하는 단일 링크 유연 로봇과 같은 연속시간 복잡 시스템을 효과적으로 제어할 수 있다는 것을 보여준다.

이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2002-042-D00212).

[참 고 문 헌]

- [1] B. C. Kuo, Digital Control Systems, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1980.
- [2] Y. H. Joo, L. S. Shieh and G. Chen, "Hybrid state-space fuzzy-model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems", IEEE Trans. Fuzzy System, Vol. 7, No. 4, pp. 394-408, Aug. 1999.
- [3] P. Dorato, C. Abdallah and V. Cerone, Linear-Quadratic Control An Introduction, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1995.
- [4] H. O. Wang, J. Li, D. Niemann and K. Tanaka, "Fuzzy optimal control and its application to nonlinear systems", Duke Tech. Report, 1998
- [5] L. S. Shieh, W. M. Wang and J. S. H. Tsai, "Digital modeling and digital redesign of sampled data uncertain systems", IEE Proceedings(D), Vol. 142, No. 6, pp.585-594, Nov. 1995.
- [6] Marino R., and Spong, M. W., "Nonlinear control techniques for flexible joint manipulators: a single link case study," IEEE Conf. on Robotics and Automaiion, pp.1026-1030, 1986.
- [7] L. S. Shieh, W. M. Wang and M. K. AppuPanicker, "Design of lifted Dual-Rate PAM and PWM Digital Controllers for the X-38 Vehicle".
- [8] L. S. Shieh, X. M. Zhao, and J. Sunkel, "Hbrid state-Space Self-Tuning Control using Dual-Rate Sampling", IEE Proceedings(D), Vol. 138, No. 1, pp. 50-58, 1991.
- [9] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of Sampled-Data Fuzzy-Model-Based Control Systems by Using Intelligent Digital Redesign," IEEE Trans. on Circuits and Systems: Part-I, Vol. 49, No. 4, 2002, 4.