

## SC-CNN을 이용한 하이퍼카오스 회로에서의 비밀 통신

배영철, 김주완  
여수 대학교 전자통신, 전기 반도체공학부

## Secure Communication of HyperChaos Circuits using SC-CNN

Youngchul Bae, Juwan Kim

Division of Electronic Communication and Electrical Engineering of Yosu National University

**Abstract** - 본 논문에서는 동일동기화(Ideital Synchronization)과 일반동기화(General Synchronization)를 이용한 하이퍼카오스 시스템을 구성하고 검증하였다. 단일 카오스 모듈을 이용한 통신은 많은 보안의 취약점을 가진 것으로 알려져 있다. 이에 이런 취약점을 보안하기 위해 여러 방법들이 도입되었다. 본 논문은 두 개의 2-double scroll Chua 회로와 두 개의 2-doubl scroll Chua 오실레이터를 이용하여 하이퍼카오스 회로의 송수신단을 구성하고 동기화를 이룬 후 송신단에서 정보신호를 실어 채널을 통해 보내어 수신단에서 이를 복조하는 방법을 제안하였다.

## 1. 서 론

최근에 카오스 회로의 동기화에 관한 많은 관심이 높아지고 있으며 이에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 대표적인 카오스 회로인 Chua 회로는 매우 단순한 자율, 3차 시스템으로 가역성을 가지며 1개의 비선형 소자인 3 구분 선형 저항(3-segment piecewise-linear resistor)과 4개의 선형 소자인(R, L, C1, C2)로 구성되는 발진회로다.

Chua 회로[1]를 그림 1에, Chua 오실레이터[17]를 그림 3에 나타냈으며 상태방정식은 식(1)~식(4)와 같이 각각 표시된다.

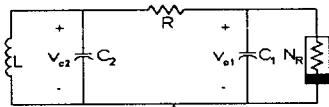


그림 1. Chua 회로  
Fig. 1 Chua's circuit

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} &= G(v_{C_1} - v_{C_2}) - g(v_{C_1}) \\ C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} &= G(v_{C_1} - v_{C_2}) + i_L \quad (1) \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{C_1} \\ g(v_R) &= m_0 v_R + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)[|v_R + B_P| - |v_R - B_P|] \quad (2) \end{aligned}$$

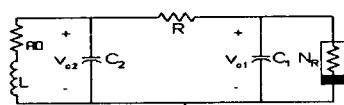


그림 2. Chua 오실레이터  
Fig. 2 Chua Oscillator

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} &= G(v_{C_1} - v_{C_2}) - g(v_{C_1}) \\ C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} &= G(v_{C_1} - v_{C_2}) + i_L \quad (3) \end{aligned}$$

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_{C_1} - R_0 i_3$$

$$g(v_R) = m_0 v_R + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)[|v_R + B_P| - |v_R - B_P|]$$

여기서  $m_0$  는 외부 영역의 기울기,  $m_1$  은 내부 영역의 기울기,  $\pm B_P$  는 break-point이다. 그리고 Chua Oscillator는 그림 2와 식 (3)에 나타내었다.

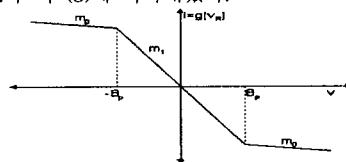


그림 3. 비선형 저항의 전압-전류 특성  
Fig. 3 v-i characteristic of nonlinear resistor

카오스 동기화 기법은 카오스 암호화나 비밀통신에 이용하기 위한 필수적인 단계이나 카오스 암호화나 비밀통신의 안전성이 카오스 신호 자체의 동특성으로 인하여 보장받지 못하고 있는 실정이다.[15] 이에 본 연구에서는 카오스신호보다 복잡성이 큰 하이퍼카오스 회로에서의 동기화 기법을 제안하고자 한다. 이를 위하여 Chua 회로 2개를 하나의 서브시스템으로, Chua 오실레이터를 2개를 하나의 서브시스템으로 구성하여 GS(Generalized Synchronization) 동기화를 한 후 이것으로 송신단과 수신단을 각각 구성하여 IS(Idenitcal Synchronization)동기화를 적용한 후 정보신호를 송신단에서 하이퍼카오스 신호에 합성하고 수신단에서 이를 복조하는 기법을 제시하였다.

## 2. 관계이론

## 2.1 N-double scroll 회로

본 논문에서는 Chua 회로의 변형인 n-double scroll 어트랙터를 적용하였다. n-double scroll을 얻기 위한 전기회로는 Arena[12]에 의해 구현되었으며 상태방정식은 식(5)과 같이 주어지고 비선형 저항의 관계식은 식(4)에 나타내었다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a[y - g(x)] \\ \dot{y} &= x - y + z \\ \dot{z} &= -\beta y \\ g(x) &= m_{2n-1}x + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n-1} (m_{i-1} - m_i)(|x + c_i| - |x - c_i|) \quad (6) \end{aligned}$$

식(6)는  $2(2n-1)$ 개의 breakpoint를 가지며  $a=9, \beta=14.286$  라 할 때, 식(4)에서의 기울기와 파라미터의 값에 따라 여러 가지 n-double scroll이 발생하게 된다.

1) 1-double scroll

$m_0 = -1/7, m_1 = 2/7, c_1 = 1$

2) 2-double scroll

$$\begin{aligned} m_0 &= -1/7, \quad m_1 = 2/7, \quad m_2 = -4/7, \\ m_3 &= m_1, \quad c_1 = 1, \quad c_2 = 2.15, \quad c_3 = 3.6 \end{aligned} \quad (7)$$

3) 3-double scroll

$$\begin{aligned} m_0 &= -1/7, \quad m_1 = 2/7, \quad m_2 = -4/7, \\ m_3 &= m_1, \quad m_4 = m_2, \quad m_5 = m_3, \quad c_1 = 1, \\ c_2 &= 2.15, \quad c_3 = 3.6, \quad c_4 = 8.2, \quad c_5 = 13 \end{aligned}$$

그림 4에 2-double scroll 어트랙터와 비선형 저항

Fig. 4 phase plane of 2-double scroll and nonlinear resistor

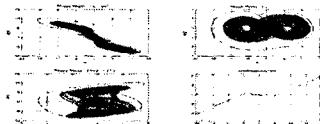


그림 4. 2-double scroll 위상공간과 비선형 저항

Fig. 4 phase plane of 2-double scroll and nonlinear resistor

## 2.2 SC-CNN

본 논문에서는 Chua 회로와 Chua 오실레이터 시스템의 흐름을 보다 쉽게 구현할 수 있는 SC-CNN 회로를 용하였다. 문헌[12,13]에서 다음과 같은 일반화된 셀 모델을 만들 수 있다.

$$\dot{x}_j = -x_j + a_j y_j + G_o + G_s + i_j \quad (8)$$

여기서  $j$ 는 셀 수,  $x_j$ 는 상태 변수,  $y_j$ 는 비선형 소자의 출력을 나타내며  $a_j$ 는 상수 파라미터,  $i_j$ 는 임계값(threshold value)이다.

식(7)에서  $G_o$ 는 출력의 선형 조합이며,  $G_s$ 는 연결 셀의 상태 변수이다. 식 (8)의 출력 비선형 출력은 식(9)과 같은 새로운 출력 PWL 방정식을 이용한다.

$$y_j = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{2n-1} n_k (|x_j + b_k| - |x_j - b_k|) \quad (9)$$

여기서  $b_k$ 는 차단점(break point)이며  $n_k$ 는 선형 구간의 기울기와 관련된 계수로서 식(7)에 나타나 있다.

SC-CNN 셀은 상태 방정식(8)과 출력 방정식 (9)의 조합으로 식 (10)과 같은 n-Double scroll을 만들 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 + a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + a_{13}y_3 + \sum_{k=1}^3 s_{1k}x_k + i_1 \\ \dot{x}_2 &= -x_2 + a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + a_{23}y_3 + \sum_{k=1}^3 s_{2k}x_k + i_2 \\ \dot{x}_3 &= -x_3 + a_{31}y_1 + a_{32}y_2 + a_{33}y_3 + \sum_{k=1}^3 s_{3k}x_k + i_3 \end{aligned}$$

여기서  $x_1, x_2, x_3$ 은 상태 변수이며,  $y_1, y_2, y_3$ 은 이에 대응한 출력 변수이다. 2-double scroll 회로를 만들기 위해 서는  $a_{12} = a_{13} = a_{21} = a_{22} = a_{23} = a_{32} = a_{33} = a_{31} = 0$

$s_{13} = s_{31} = s_{22} = 0$ ,  $i_1 = i_2 = i_3 = 0$ 로 하면 식(5)과 같은 형태로 바뀌게 된다.

식(10)에 기초한 PSpice를 이용한 CNN회로를 그림 4에 나타내었다.

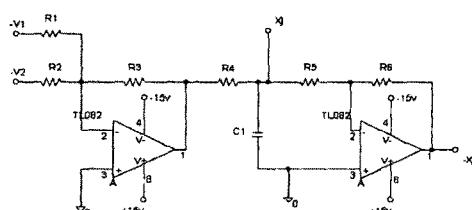


그림 5. CNN 회로도  
Fig. 5 CNN circuit

그림 4의 상태방정식을 세우면 식 (9)와 같다.

$$C_j \dot{x}_j = -\frac{x_j}{R_4} + \frac{R_3}{R_1 R_4} V_1 + \frac{R_3}{R_2 R_4} V_2$$

(11)

식(6)에서처럼  $V_{C_1}, V_{C_2}, i_L$ 의 상태변수로 표현되는 SC-CNN 회로에서는 시스템내에서의 상태변수의 결합과 조정이 훨씬 간단하게 될 수 있다.

## 2.3 Secure Communication of HyperChaotic Circuit

SC-CNN을 기반으로 한 하이퍼카오스 회로를 다음과 같이 구성하였다. 하이퍼카오스는 카오스 회로 두 개 이상이 함께 연결되어 구성하는데, 여기에서는 2개의 2-double scroll Chua 회로와 2개의 Chua 오실레이터가 송신단을 구성하고 같은 방식으로 수신단이 구성된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + g(w), \\ g(w) &= [g(x_1 + K_1 x_7) \ 0 \ 0 \ g(x_1 + K_2 x_{10}) \ 0 \ 0]^T \end{aligned} \quad (12)$$

$$\dot{x}' = Ax' + g'(x') + F(x, x') \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{y} &= Ay + g(x) \\ g(x) &= [g(x_1) \ 0 \ 0 \ g(x_7) \ 0 \ 0]; \end{aligned}$$

$$\dot{y}' = A'y' + g'(y') + F(y, y') \quad (13)$$

여기서  $x = [x_1, \dots, x_6]^T = [y_1, \dots, y_6]^T$  2-double scroll Chua 회로의 상태변수,  $x' = [x'_1, \dots, x'_6]^T = [y'_1, \dots, y'_6]^T$ 는 2-double scroll Chua Oscillator이다.  $g(x)$ 는 비선형 소자로서 식(4)로 표현된다.  $A, A'$ 는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1-K & 1 & 0 & K & 0 \\ 0 & -\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & K & 0 & 1 & -1-K & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1-K & 1 & 0 & K & 0 \\ 0 & -\beta & \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & K & 0 & 1 & -1-K & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta & \gamma \end{bmatrix} \quad (15)$$

$F(x, x')$ 는 선형 피드백을 통한 Chua 회로와 Chua 오실레이터사이에 GS 동기화를 위한 함수벡터이며 다음과 같다.[16]

$$\begin{aligned} F(x, x') &= [M(x_1 + x_4 - x'_1), 0, 0, \\ &\quad M(x_1 + x_4 - x'_1 - x'_4), 0, 0]^T \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} F(y, y') &= [M(y_1 + y_4 - y'_1), 0, 0, \\ &\quad M(y_1 + y_4 - y'_1 - y'_4), 0, 0]^T \end{aligned}$$

이 때 GS동기화가 될 수 있는 조건을 결합계수  $M$ 이 식(17)의 조건일 때 보조시스템 들의 결합에서 GS동기화가 이루어진다.[18]

$$M > \frac{\alpha'}{K+1} + \alpha'(\max(|a|, |b|) - 1) \quad (17)$$

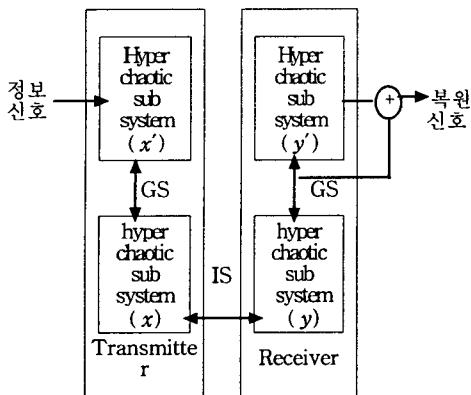


그림 6. 하이퍼카오스 비밀통신의 개략도  
Fig. 6 The diagram of the hyperchaotic secure communication

그림 6에서  $x'$ 는 상태변수의 입력단이며 송신부와 수신부는 IS를 적용하였고 각 송수신부의 부시스템은 GS동기화 기법을 적용하였다.

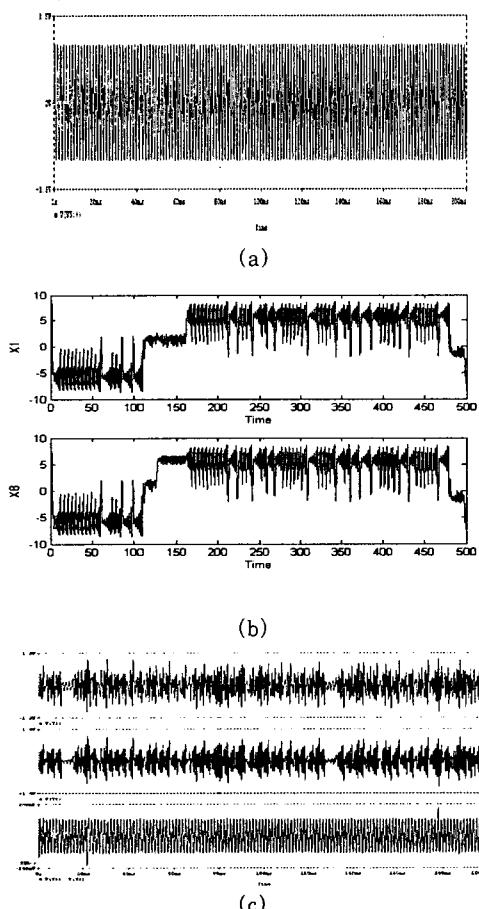


그림7. 송수신신호의 비교(a)입력신호( $\sin(2\pi ft)$ )  
(b)합성된신호(c)복원된 신호  
Fig. 7 The timeseries comparision of the transmitted and received signal.(a)Information signal( $\sin(2\pi ft)$ )  
(b)synthesized signal(c)restored signal

그림 7은 하이퍼카오스 회로의 동기화 결과를 바탕으로 비밀통신에 적용하여 그 결과를 나타낸 것으로 제안한 방법이 적용됨을 확인하였다.

### 3. 결 론

본 연구에서는 송신단과 수신단 각각에 2개의 Chua 회로와 Chua 오실레이터회로를 이용하여 각각 2개의 하이퍼카오스 회로를 만들고 Chua회로와 Chua오실레이터사이에 GS동기화 기법과 송수신단 사이에는 IS(Identical Synchronization)동기화 기법을 적용하여 비밀통신에 적용하였다.

### (참 고 문 헌)

- [1] T. Matsumoto, "A Chaotic Attractor from Chua's circuit", IEEE Trans. on Circuit and System, vol. CAS-31, pp. 1055 - 1058, 1984.
- [2] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 Bifurcation과 Attractor", 대한전기학회 하계 학술대회 논문집, pp. 664 - 666, 1995.
- [3] 배영철, 고재호, 임화영, "구분 선형 함수의 최적 구현에 관한 연구", 한국자동제어학술 회의 논문집, pp. 370 - 373, 1995.
- [4] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 파라미터 변화에 의한 Period-doubling과 Bifurcation에 관한 연구", 한국 자동제어 학술 회의 논문집, pp. 482 - 485, 1995.
- [5] L. Kocarev, K. S. Halle, K. Eckert and L. O. Chua, "Experimental Demonstration of Secure Communication via Chaotic Synchronization", Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 2, no. 3, pp. 709-713, 1992.
- [6] J.A.K.Suykens, "n-Double Scroll Hypercubes in 1-D CNNs", Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 7, no. 8, pp. 1873-1885, 1997.
- [7] L. O. Chua "Chua's circuit 10 Years Later", Int. J. Circuit Theory and Application, vol. 22, no. pp 79-305, 1994.
- [8] M. Itoh, K. Komeyama, A. Ikeda and L. O. Chua, "Chaos Synchronization in Coupled Chua Circuits", IEICE. NLP. 92-51, pp. 33-40, 1992.
- [9] K. M. Cuomo, "Synthesizing Self-Synchronizing Chaotic Arrays", Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 4, no. 3, pp. 727-736, 1993.
- [10] L. M. Pecora and T. L. Carroll "Synchronization in Chaotic System", Phys. Rev. Lett., vol. 64, no. 8, pp. 821-824, 1990.
- [11] P. Arena, P. Baglio, F. Fortuna & G. Manganaro, "Generation of n-double scrolls via cellular neural networks", Int. J. Circuit Theory Appl. 24, 241-252, 1996.
- [12] P. Arena, S. Baglio, L. Fortuna and G. Manganaro, "Chua's circuit can be generated by CNN cell", IEEE Trans. Circuit and Systems I, CAS-42, pp. 123-125, 1995.
- [13] M. Itoh, H. Murakami and L. O. Chua, "Communication System Via Chaotic Modulations", IEICE. Trans. Fundamentals, vol. E77-A, no. 6, pp. 1000-1005, 1994.
- [14] L. Kocarev, "Chaos-based cryptography: A brief overview", IEEE, Vol. pp. 7-21, 2001.
- [15] Michele Brucoli, "Design of a hyperchaotic cryptosystem based on identical and generalized synchronization", Intl' Journal of Bifurcation and Chaos, Vol 9, No. 10, 1999, 2027-2037.
- [16] Kocarev, . & Parlitz, U., "Generalized synchronization, predictability and equivalence of unidirectionally coupled dynamical systems", Phys. Rev. Lett. 76(11), 1816-1819.
- [17] Tao Yang & Leon O Chua, "Secure Communication via Chaotic parameter modulation", IEEE transaction on Circuit and Systems, Vol 43, No. 9, 1996.
- [18] Abarbanel, H.D.I., Rulkov, N.F. & Sushchik, M.M. "Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach", Phys. Rev. E53(5), 4528-4535, 1996.