

## 자기구성 퍼지 다항식 뉴럴 네트워크 구조의 설계

박호성, 박건준, 오성권  
원광대학교 공과대학 전기전자 및 정보공학부

### Design of Self-Organizing Fuzzy Polynomial Neural Networks Architecture

Ho-Sung Park, Keon-Jun Park, and Sung-Kwun Oh  
Department of Electrical Electronic and Information Engineering, Wonkwang University.

**Abstract** - In this paper, we propose Self-Organizing Fuzzy Polynomial Neural Networks(SOPFNN) architecture for optimal model identification and discuss a comprehensive design methodology supporting its development. It is shown that this network exhibits a dynamic structure as the number of its layers as well as the number of nodes in each layer of the SOPFNN are not predetermined (as this is the case in a popular topology of a multilayer perceptron). As the form of the conclusion part of the rules, especially the regression polynomial uses several types of high-order polynomials such as linear, quadratic, and modified quadratic.

As the premise part of the rules, both triangular and Gaussian-like membership function are studied and the number of the premise input variables used in the rules depends on that of the inputs of its node in each layer. We introduce two kinds of SOPFNN architectures, that is, the basic and modified one with both the generic and the advanced type. The superiority and effectiveness of the proposed SOPFNN architecture is demonstrated through nonlinear function numerical example.

#### 1. 서 론

입출력 데이터쌍의 집합으로부터 미지의 함수를 평가하는 것은 계속 진행되고 있으며 이는 다양한 과학과 공학분야[1-4]에서 여전히 중요한 논점이 된다. 특히, 고계 비선형과 다변수 방정식을 가진 수학적 모델을 처리할 때는 그들의 파라미터 모두를 평가할 수 있는 방대한 양의 데이터들이 필요하다. 특히 이러한 문제를 풀기 위한 하나의 방법으로 A. G. Ivakhnenko[5]는 GMDH(Group Method of Data Handling) 알고리즘을 소개하였다. GMDH는 시스템의 입력과 출력사이의 비선형 관계를 동정하기 위한 분석적인 기술이며, 방대한 데이터의 양이나 또는 시스템의 특별한 지식이 없어도 복잡하고 비선형 시스템에 대한 모델을 구축할 수 있다. 그리고 퍼지 추론 방법, 특히 규칙 베이스 퍼지모델에 의한 모델링과 예측은 동정 방법에 따라 많은 연구가 수행되어 왔다.

본 논문에서는 자기 구성 퍼지 다항식 뉴럴 네트워크(Self-Organizing Fuzzy Polynomial Neural Networks : SOPFNN)라 불리는 새로운 모델 구조를 설계한다. 제안된 SOPFNN은 확장된 GMDH 알고리즘과 퍼지 추론 시스템의 융합으로부터 얻어지는 네트워크로, 각각의 노드 즉, 퍼지 다항식 뉴런(Fuzzy Polynomial Neuron : FPN)은 퍼지 추론 시스템으로써 동작한다. 규칙 후반부에서는 간략 및 선형, 2차, 변형된 2차와 같은 회귀 다항식의 몇 가지 형태를 이용하여 시스템 환경에 보다 유연

하게 적용할 수 있다. 각 입력 변수의 전반부 퍼지 규칙은 삼각형 또는 가우시안형으로 멤버쉽 함수를 정의하였다. 제안한 SOPFNN 구조는 크게 기본 구조와 변형된 구조로 나뉘어지며 각 공정의 시스템 입·출력 변수에 따라서 일반적(기본) 형태(Generic type)와 고급형태(Advanced type)로 더욱 세분화되어 생성과정과 설계 방법을 토의한다. 성능 평가를 위해서 비선형 시스템 데이터[6-9]를 이용하여 제안된 모델 구조의 타당성과 정확성을 시뮬레이션을 통해 확인한다.

#### 2. 자기구성 퍼지 다항식 뉴럴 네트워크

##### 2.1 퍼지 다항식 뉴런(FPN)

FPN은 제안한 SOPFNN의 가장 기본이 되는 처리 단위의 일반적인 형태로써, 퍼지 집합과 뉴럴 네트워크의 개념에 기초해서 자세히 설명된다. FPN은 2개의 기본적인 기능 모듈로 구성되어 있다. 처음 모듈은 퍼지 집합의 집합체로써 입력 수의 변수들과 뉴런에 의해 실현된 처리 부분사이를 상호 연결해 준다. 두 번째 모듈은 함수 기반 비선형(다항식) 처리에 관한 것이다. 특별히, 비선형성의 다항식 형태인 퍼지 다항식 처리 유니트를 사용한다.

##### 2.2 SOPFNN 구조

SOPFNN의 구조는 다음과 같은 학습 메카니즘을 포함하고 있다. 먼저 네트워크는 FPN의 사용으로 구축된다는 점에서 homogeneous하다. 즉, FPN은 각 층에서 서로 다르기 때문에 SOPFNN 구조의 일반성에 기여한다. 최적의 SOPFNN 구조에서 각 층의 FPN 수는 서로 다르다. 전체적인 SOPFNN 구조를 설계하는데 있어서 가장 중요한 점은 입력 변수들의 수와 규칙의 후반부에서 발생한 다항식의 차수의 결정이다. 이러한 기준을 통해 SOPFNN 구조는 다음과 같이 선택, 설계 될 수 있다.

- ◆ **Generic type** - 전체 시스템 입력변수의 수가 4입력 이상인 경우
  - ◆ **Advanced type** - 전체 시스템 입력변수의 수가 3입력 이하인 경우
    - ▶ **Basic SOPFNN architecture** - FPN에서 퍼지 규칙의 입력 변수들의 수가 네트워크의 모든 층에서 같은 경우
    - ▶ **Modified SOPFNN architecture** - FPN에서 퍼지 규칙의 입력 변수들의 수가 네트워크 크기의 각 층에서 서로 다른 경우
      - CASE I - 퍼지 규칙의 후반부의 다항식 차수가 각 층의 노드에서 같은 경우
      - CASE II - 2층 이상에서의 노드의 퍼지 규칙의 후반부 다항식 차수가 1층과 다른 경우
- 각 구조의 CASE I에서는 다시 1층과 2층 이상에서 각 노드의 퍼지규칙 후반부가 (A)선택된 입력만 적용된 경우와 (B)1층은 시스템 입력이 적용되고 2층 이상부터는 선택된 입력이 적용된 경우로 다시 나누어진다.
- 그림 1은 SOPFNN의 구조 선택방법을 나타낸 것이다.

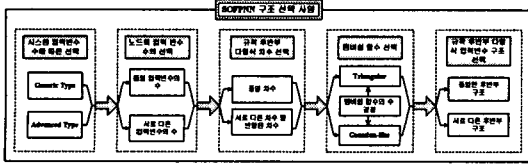


그림 1. SOPFNN 구조 선택

### 2.3 SOPFNN 알고리즘

SOPFNN은 과학과 공학[3, 4]등 다양한 분야에서 사용되어 왔으며 우수한 예측 능력을 가진 모델을 구축할 수 있는 확장된 GMDH 알고리즘과 퍼지 추론 시스템의 융합으로부터 생성되는 최적의 적응 네트워크이다. 이는 층들의 구성과 노드들 사이의 연결성뿐만 아니라 각각의 노드들의 적응성 때문에 매우 융통성 있는 구조가 된다. 다음은 SOPFNN의 생성과정과 설계방법을 단계별로 설명한 것이다.

[단계 1] 출력변수  $y$ 에 관계하는  $n$ 개의 시스템 입력변수  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 를 결정한다.

[단계 2] 입력출력 데이터  $(x, y) = (x_1, x_2, \dots, x_n, y)$ 에서 학습용 데이터와 평가용 데이터로 분할한다. 학습용 데이터는 모델을 동정하기 위해 사용하는 데이터이고, 평가용 데이터는 모델을 평가하기 위해 사용하는 데이터이다.

[단계 3] 제안된 SOPFNN 알고리즘 구조를 주어진 시스템 환경의 변화에 적용할 수 있는 유연성을 가진 모델을 선택한다.

[단계 4] 선택한 모델에 따라 각 노드의 입력변수 수와 퍼지 추론의 후반부 다항식을 결정한다. 각 층에 사용될 퍼지규칙 후반부 다항식은 다음 표 1과 같다.

표 1. 퍼지규칙 후반부에서 회귀다항식의 형태

다항식 차수 \ 입력수	1	2	3
0(Type 1)	Constant		
1(Type 2)	Linear	Bilinear	Trilinear
2(Type 3)		Biquadratic	Triquadratic
2(Type 4)	Quadratic	Modified Biquadratic	Modified Triquadratic

[단계 5] 각 노드의 선택된 입력에 대해 퍼지 추론을 적용한다. 즉, 퍼지 모델의 전반부 멤버십 함수는 삼각형과 가우시안형으로 나누어서 정의하고, 퍼지 추론 방법인 간략 추론과 회귀다항식 추론의 후반부 구조는 표 2에서 표현한 것과 같이 상수항 그리고 1차, 2차, 변형된 2차 다항식인 Type 1~4를 사용한다. 퍼지 추론 규칙과 파라미터 동정을 위한 매개변수 추정은 다음과 같다.

#### i) 간략 추론

후반부가 단일의 상수항만을 가지는 것으로 이와 같은 추론법을 간략 추론법이라 한다. 간략 추론인 경우 다음과 같은 구현 규칙들로 구성된다.

$R^j$ : If  $x_1$  is  $A_{j1}$  and ... and  $x_n$  is  $A_{jn}$  then  $y_j$  is  $a_{j0}$  (1)  
 $i$ 번째 데이터의 추론된 값  $\hat{y}_i$ 는 다음과 같다.

$$\hat{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^m w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^m w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^m w_{ji} a_{j0}}{\sum_{j=1}^m w_{ji}} = \sum_{j=1}^m \hat{w}_{ji} a_{j0} \quad (2)$$

$$w_{ji} = A_{j1}(x_{i1}) \wedge \dots \wedge A_{jn}(x_{in})$$

여기서,  $i$ 는  $i(i=1, \dots, m)$ 번째 데이터.

후반부 파라미터  $a_{j0}$ 의 동정은 최소자승법(Least square method)에 의해 구해진다.

#### ii) 회귀다항식 추론

후반부가 1, 2, 변형된 2차 다항식 형태로 표현된 것으로 회귀다항식 추론이라 한다. 회귀다항식 추론인 경우 다음과 같은 구현 규칙들로 구성된다.

$R^j$ : If  $x_1$  is  $A_{j1}$  and ... and  $x_n$  is  $A_{jn}$  then  $y_j = f_j(x_1, \dots, x_n)$  (3)

예로 후반부 다항식이 1차식인 경우의  $i$ 번째 데이터의 추론된 값  $\hat{y}_i$ 는 다음과 같다.

$$\hat{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^m w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^m w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^m w_{ji} (a_{j0} + a_{j1} x_1 + \dots + a_{jn} x_n)}{\sum_{j=1}^m w_{ji}} \quad (4)$$

$$= \sum_{j=1}^m \hat{w}_{ji} (a_{j0} + a_{j1} x_1 + \dots + a_{jn} x_n)$$

[단계 6] 모델의 매개변수는 학습 데이터를 사용하여 구하며, 이때의 성능지수 즉 동정오차는 MSE (Mean Squared Error)를 사용해서 식 (5)와 같이 구해진다.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2 \quad (5)$$

추정된 후반부 다항식에 테스트 데이터를 사용하여 식 (5)의 테스트 데이터에 대한 동정오차 에러를 계산한다. 얻어진 동정 오차값들에 대해서 2층 이상부터는 다음과 같이 값이 작은순으로 배열한다.

- i) 노드 수가  $n! / ((n-r)! r!) > W$  일 경우, 다음 층의 노드 수를  $W$ 개로 설정하여,  $E_1, E_2, \dots, E_w$ 와 같이 재배열
- ii) 노드 수가  $n! / ((n-r)! r!) \leq W$ 일 경우, 다음 층의 노드 수를  $E_1, E_2, \dots, E_{n! / ((n-r)! r!)}$ 과 같이 재배열

여기서,  $n$ 은 전체 시스템 입력변수의 수,  $r$ 은 선택한 입력변수의 수,  $W$ 는 임의의 노드의 수

[단계 7] [단계 6]의 현재 층에서 얻어진 최소 동정오차  $E_i$ 이 다음의 부등식을 만족하는 경우에 알고리즘을 종료한다.

$$E_i \geq E_c \quad (7)$$

단,  $E_c$ 는 이전 층의 최소 동정오차이다.

[단계 8] 현재 층에서 보존된 퍼지 다항식 뉴런(FPN)의 출력들을 다음 층의 새로운 입력들로 구성되고, [단계 5]로 간다. 이후, [단계 5]부터 [단계 8]까지를 반복한다. 알고리즘이 종료할 경우, 최소 동정오차  $E_c$ 를 얻은 퍼지 다항식 뉴런의 퍼지규칙에 전 층의 출력(중간변수 값)을 대입하고 동일한 조작을 제 1층까지 반복하여 최종 추정 모델  $\hat{f}$ 를 얻는다.

### 3. 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 논문에서 제안한 SOPFNN 알고리즘을 단계별로 설계하여 모델의 타당성 및 유용성을 평가하기 위해 식 (8)과 같은 2입력 1출력 관계를 갖는 비선형 시스템 데이터[6-9]를 이용한다.

$$y = (1 + x_1^{-2} + x_2^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x_1, x_2 \leq 5 \quad (8)$$

식 (8)과 같은 비선형 함수는 참고문헌 [6-9]에서 사용한 것처럼 모델의 성능을 평가하는데 널리 사용되고 있다. 이와 같은 시스템은 그림 2에서 볼 수 있듯이 비선형 특성을 나타낸다. 식 (8)을 이용하여 50개의 입력출력 데이터를 생성한다.

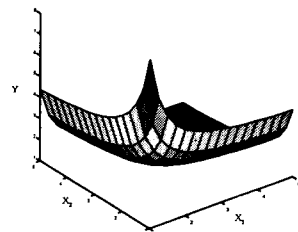


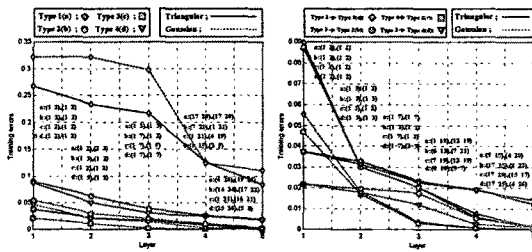
그림 2. 입력 비선형 시스템 입력출력 관계

#### 4. 결 론

비선형 시스템의 입력력 관계식은 식 (8)에서도 알 수 있듯이 입력변수가 적으므로 Advanced type 그리고 경우(A)의 구조를 이용한다. 각 구조에 대한 성능을 평가 하면 다음과 같다.

##### ▶ Basic SOFPNN architecture

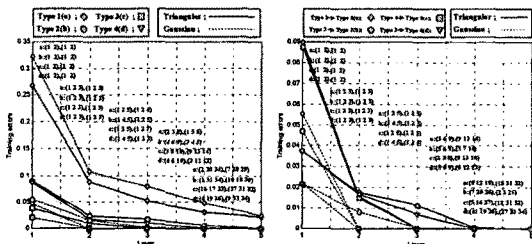
CASE I과 CASE II 모두에서 대체적으로 멤버십 함수를 가우시안형을 사용했을 때 성능이 우수하였다. CASE I인 경우엔 후반부 다항식이 Type 3을 사용했을 때  $PI=0.00015$ 로 다른 후반부 다항식을 사용했을 때 보다 성능이 우수하였다. CASE II인 경우엔 1층은 Type 2를, 2층 이상부터는 Type 3을 사용하여  $PI=0.0002$ 의 동정오차를 얻어 성능이 우수함을 알 수 있었다.



(a) CASE I (b) CASE II  
그림 3. 기본 SOFPNN 구조

##### ▶ Modified SOFPNN architecture

CASE I과 CASE II 모두에서 멤버십 함수를 가우시안형을 사용했을 때 성능이 우수하였다. CASE I인 경우엔 규칙 후반부 다항식이 Type 3을 사용했을 때  $PI=6.89e-20$ 로써 다른 후반부 다항식을 사용했을 때 보다 성능이 우수하였다. CASE II인 경우엔 1층은 Type 2를, 2층 이상부터는 Type 3을 사용했을 때 보다 좋은 동정오차를 얻을 수 있었다.



(a) CASE I (B) CASE II  
그림 4. 변형된 SOFPNN 구조

표 2는 기존의 모델들과 본 논문에서 제안한 SOFPNN 알고리즘과의 동정오차비교이다. 표에서도 알 수 있듯이 제안한 여러 가지 형태의 알고리즘의 성능이 우수함을 알 수 있다.

표 2. 기존의 퍼지모델과 동정오차비교

모 델		PI	
Sugeno and Yasukawa[6]		0.079	
Kim et al.[8]		0.019	
Kim et al.[9]		0.0089	
Gomez-Skarmeta et al.[10]		0.070	
Our model	구조 I	CASE I	0.00015
	(Basic)	CASE II	0.00020
	구조 II	CASE I	6.89e-20
	(Modified)	CASE II	6.89e-20

본 논문에서는 자기 구성 퍼지 다항식 뉴럴네트워크(SOFPNN)에 대한 자세한 설계 절차와 그 특성에 대해 소개하였다. 제안된 SOFPNN은 각 층에서 선택된 입력변수의 수가 변화함에 따라 모델을 구축할 수 있으며 더 나아가 일반적인 형태(Generic type)과 고급 형태(Advanced type)로 나뉘어 모델 구축에 있어서 시스템 입력변수의 수에 따른 한계성을 극복하였다.

SOFPNN의 구조는 퍼지 추론 규칙을 기반으로 한 활성노드 즉 퍼지 다항식 뉴런(FPN)들로 구성되어 있으며, 일반적인 다층 퍼셉트론 구조의 경우와 달리 미리 정해져 있지 않고 층이 진행되는 동안 모델 스스로 노드의 선택과 제거를 통해 최적의 네트워크 구조를 생성할 수 있는 유연성을 가지고 있다. 특히 데이터 수가 적고 비선형 요소가 많은 시스템에 대한 체계적이고 효율적인 최적 모델을 구축할 수 있었다.

#### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호:R05-2000-000-00284-0) 지원으로 수행되었음.

#### [참 고 문 헌]

- [1] V. Cherkassky, D. Gehring, and F. Mulier, "Comparison of adaptive methods for function estimation from samples", *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 7, pp. 969-984, July 1996.
- [2] J. A. Dicherson and B. Kosko, "Fuzzy function approximation with ellipsoidal rules", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. Part B*, vol. 26, pp. 542-560, Aug. 1996.
- [3] R. Rovatti and R. Guerrieri, "Fuzzy sets of rules for system identification", *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, pp. 89-102, May 1996.
- [4] L. X. Wang and J. M. Mendel, "Generating fuzzy rules by learning from examples", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 22, no. 6, pp. 1414-1427, Nov./Dec. 1992.
- [5] A. G. Ivakhnenko, "The group method of data handling; a rival of method of stochastic approximation", *Soviet Automatic Control*, 1-3, pp. 43-55, 1968.
- [6] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modeling", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 1, pp. 7-31, 1993.
- [7] H. Nakanishi, I.B. Turksen, M. sugeno, "A review and comparison of six reasoning methods", *Fuzzy sets and Systems*, Vol. 57, pp. 257-294, 1992.
- [8] E. Kim, M.-K. Park, S.-H. Ji, and M. Park, "A New Approach to Fuzzy Modeling", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 5, No. 3, pp. 328-337, 1997.
- [9] E. Kim, H. Lee, M. Park, M. Park, "A simple identified Sugeno-type fuzzy model via double clustering", *Information Science* 110, pp. 25-39, 1998.
- [10] A. F. Gomez-Skarmeta, M. Delgado and M. A. Vila, "About the use of fuzzy clustering techniques for fuzzy model identification", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 106, pp. 179-188, 1999.