2003년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2003.7.21-23

# 웨이블릿을 적용한 영상 다중 압축

조 명 진, 김 성 수
충북대학교 전기전자 및 컴퓨터 공학부

# Image Compression Using Wavelet

Myeong-Jin Cho, Sung-Soo Kim
Chungbuk National University, School of Electrical and Computer Engineering

**Abstract** - 본 논문은 웨이블릿을 적용하여 영상의 다중 압축에 대하여 논한다. 정보 전송에서 가장 중요시되는 것은 전송 속도이고, 이 전송 속도는 데이터의 용량에 반비례한다. 따라서 고용량의 데이터를 전송하는데는 많은 불이익이 따르게 되므로 데이터 압축이 필요하게 되었다. 하지만 압축률은 데이터의 손실에 비례하므로 높은 압축률을 사용할 경우 많은 데이터를 손실하게 된다. 본 논문에서는 수많은 데이터 중에서도 많이 사용되는 영상 데이터에 웨이블릿 변환을 적용하여 영상 데이터를 다중 압축함으로서 압축률을 높이고 영상 데이터의 손실을 최대한 줄이는 방법을 보였다. 결론적으로, 영상 데이터에 웨이블릿을 적용하여 다중 압축을 함으로서 같은 압축률에서 영상 데이터의 손실을 일반적인 1단계 변환 압축 방법보다 줄이게 되었음을 보였다.

## 1. 서 론

현대 사회에서는 많은 정보가 쏟아지고 있고, 그 중에서도 영상 데이터들이 주를 이루고 있다. 이러한 영상 데이터를 전송, 저장에는 많은 문제가 있기 때문에 압축을 통한 용량 축소에 대한 기술이 크게 부각되고 있다. 그러한 압축 기술들 중의 하나인 웨이블릿 변환은 푸리에(Fourier) 변환에 기반을 둔 신호처리 알고리즘에 비해 빠르고 시간과 주파수영역에서 신호의 국소화를 효율적으로 구현하기 때문에, 최근 신호 및 영상처리 분야에 많이 응용되고 있다. 현재 정지영상 압축의 표준인 JPEG은 영상을 분할해서 DCT를 취한 후에 압축과정을 수행하기 때문에 고압축을 할 경우 블록화 현상이 심하게 일어나는 단점을 가지고 있다. 웨이블릿 변환을 이용한 영상압축에서는 저주파 대역을 계층적으로 반복 코딩함으로써 일반적으로 저주파 성분이 많은 영상신호를 효과적으로 부호화 할 수 있고, 공간과 주파수의 두 영역에서 영상을 표시할 수 있기 때문에, 영상의 edge등과 같은 공간적 특성과 저주파영역에 energy가 밀집되어 있는 영상의 주파수적 특성을 보다 효율적으로 나타낼 수 있는 특징이 있다. 따라서 이러한 장점을 가진 웨이블릿을 적용하여 대용량 영상 데이터를 다중 압축하여 전송과 저장에 편리하도록 저용량의 데이터로 압축하려 한다. 그리고 일반적인 1단계 변환 압축 방법과 같은 압축률을 가질 때 좀 더 원영상에 가까운 영상을 얻을 수 있도록 하였다.

## 2. 푸리에 변환과 웨이블릿 변환

신호 또는 함수 $f(t)$를 해석하거나 그 신호나 함수가 가지는 특성을 파악하기 위해서는 단순 주기신호들을(정현파(sine wave), 여현파(cosine wave))고려하지 않고서 주어진 신호 또는 함수를 다룬다는 것은 효과적이지 않다. 신호(또는 함수)를 효율적으로 다룰 수 있는 방법들 중에 한가지를 예를 들어 보면, 다루고자하는 신호에서 적당한 모임을 정하여 그것에 적절한 기저신호(basis signal) 또는 빌딩블록(building block) $\psi_n(t)$를 적용하여 다루려고 하는 신호를 재구성하는 것이다. 즉,

$$f(t) = \sum_n a_n \psi_n(t) \qquad (1)$$

이 때 $a_n$은 위 급수전개식의 계수이고, $n \in Z$은 정수첨자이다. 신호처리에서 주로 다루는 신호는 에너지가 유한인 신호들, 즉 제곱적분 가능한 함수들이고, 이것은 $L^2(R)$로 표시한다.

주어진 신호 $f(t)$에 대하여 식(1)[1] 형태의 여러 가지 재구성을 생각해 볼 수 있다. 예를 들어, 주기 신호의 처리에 있어 가장 많이 사용해 왔던 것이 푸리에 급수 전개식인데, 이때 사용된 빌딩블록 $\psi_n(t)$은 $\sin(nw_0 t)$와 $\cos(nw_0 t)$로 이루어진 $e^{inw_0 t}$이다.[1]

빌딩블록의 주요역할은 주어진 계수로부터 신호를 복원할 수 있도록 하는 것이다. 주어진 신호에 빌딩블록은 적절한 자체 유사성이 있는 파형(self-similar waveform)을 가짐으로서 효율적으로 신호의 복원이 가능하도록 하는 방법들을 제공한다. 더욱이 이 빌딩블록은 재구성의 계수를 결정하는 데 있어 직접 또는 간접적으로 관련된다. 예를 들어, 빌딩블록이 서로 정교직교하면, 즉,

$$\langle \psi_m , \psi_n \rangle := \int \psi_m(t)\, \psi_n(t)\, dt = \delta_{m,n} \qquad (2)$$

이면, 계수 $a_n$은 다음과 같이 결정된다.[1]

$$a_n = \langle f, \psi_n \rangle = \int f(t)\, \psi_n(t)\, dt \qquad (3)$$

신호의 재구성에서 계수는 다루고자 하는 신호의 빌딩블록에 대응되는 일종의 스펙트럼 정보를 가지고 있다. 일반적으로 계수 $a_n$은 빌딩블록의 쌍대블록 $\tilde{\psi}_n$으로 $a_n = \langle f, \tilde{\psi}_n \rangle$와 같이 결정되는데, 이는 적절한 쌍대블록은 주어진 신호의 스펙트럼 정보를 서로 분리시킴으로서 계수를 효율적으로 계산할 수 있도록 한다. 예를 들어, 신호의 변환 또는 압축을 하는데 가능한 한 적은 수의 계수들을 이용하여 원신호에 가깝도록 재구성하는 것이 중요하고, 신호의 잡음제거를 위해서도 잡음에 대응하는 계수들과 신호의 계수들 간의 연관성 정도를 없애는 것이 중요하다. 즉, 신호에서 잡음의 연관성을 줄임으로서 원하는 신호만을 남기고 잡음제거를 할 수 있다.[1]

푸리에 변환(Fourier transform)은 전통적으로 신호 및 영상처리에 많이 이용된 방법으로 적당한 주파수 간격잡고 그 간격으로부터 얻은 계수를 통하여 신호의 스펙트럼 정보를 분석할 수 있도록 하는 방법이다. 이러한 푸리에 변환과 계수를 이용해 분석하는 방법을 푸리에 해석이라고 하며, 신호처리 및 영상처리, 미분방정식의 풀이 등에 많이 사용되고 있다. 그러나 특성상 주파수 영역에서만이 신호를 분석할 수 있기 때문에 시간 정보와

주파수 정보를 동시에 파악할 수 없다는 단점이 있다. 즉, 신호의 주파수 영역에 대한 정보만이 있기 때문에 시간 영역에 대한 정보를 알 수 없다는 것이다. 이러한 단점을 극복하기 위해서 푸리에 빌딩블록에 창문함수라 불리는 시간에 의존하는 가중함수를 첨가함으로서 국소 푸리에 변환(windowed Fourier transform 또는 short-time Fourier transform)이 도입되었는데, 그 대표적인 것이 가우시안 함수를 창문함수로 이용한 가보 변환(Gabor's transform)이다.[1][2].

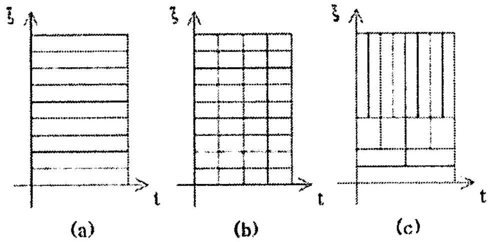


그림 1. (a) 푸리에 변환, (b) 국소 푸리에 변환, (c) 웨이블릿 변환에 의한 시간-주파수 분석 영역

국소 푸리에 변환은 주파수 영역의 영향을 받지 않는 독립적인 창문함수를 기존의 푸리에 변환에 첨가함으로서 분석 영역이 시간-주파수에 대해 항상 일정하다. 따라서 시간의 변화에 따라 특성이 변하는 약정상 신호(non-stationary signals)를 정확히 분석할 수 없다는 단점이 있다. 웨이블릿 변환(wavelet transform)은 국소 푸리에 변환의 이러한 단점을 보완하여 더 효율적인 시간-주파수 분석을 가능하도록 한다. 웨이블릿 변환은 적절히 주어진 기본함수의 팽창 또는 수축을 하고 척도구성(scaling)과 평행이동(shift)을 한 결과로 생기는 함수들을 빌딩블록으로 이용하기 때문에 분석 영역이 시간-주파수축에 대해 매우 유연하다.(그림 1 참조[1][3][4]). 팽창구성(scaling)은 척도구성모수(scaling parameter)에 의해 조절됨으로 적당한 주파수대역(frequency band)에 대응된다. 평행이동(shift)은 시간축에 대한 것이며, 이동간격은 척도구성모수에 따라 다르다.[1]

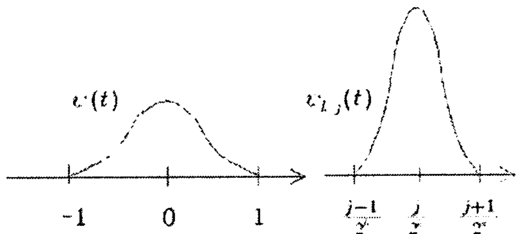

그림 2. $\psi(t)$의 척도구성과 평행이동 [7]

웨이블릿 빌딩블록은 적당하게 선택된 함수 $\psi(t)$의 척도구성(scaling)과 평행이동(shift), 즉

$$\psi_{k,j}(t) := 2^{k/2}\psi(2^k t - j), \qquad k, j \in Z \quad (4)$$

로 이루어져 있다.[1][4] 이 때 기본함수 $\psi(t)$를 웨이블릿 또는 모웨이블릿(mother wavelet)이라고 부른다. 최초의 웨이블릿은 정규직교 웨이블릿으로서 $L^2(R)$신호에 대한 완전한 재구성을 제공한다. 그리고 직교가 아닌 일반적인 웨이블릿은 다음을 만족하는 식(4)의 형태를 가지는 함수열로 정의된다. 임의의 신호 $f \in L^2(R)$에 대하여

$$f(t) = \sum_{k,j} c_{k,j}\psi_{k,j}(t), \quad \sum_{k,j} |c_{k,j}|^2 \approx \|f\|_2^2 \quad (5)$$

여기서 $\|f\|_2^2 := \int_R |f(t)|^2 dt$는 신호 $f(t)$의 에너지이고, 기호 $A \approx B$의 의미는 A, B에 독립한 어떤 양의 실수 $C_1, C_2$가 존재하여 $C_1 \le A/B \le C_2$를 만족한다는 것이다. 이 때 식(5)[1][4]에서 그의 계수는 $\psi_{k,j}$의 쌍대함수 $\tilde{\psi}_{k,j}$에 의해 $c_{k,j} = \langle f, \tilde{\psi}_{k,j} \rangle$로 표시된다. 특히 빌딩블록과 그의 쌍대블록이

$$\langle \psi_{k,j}, \tilde{\psi}_{l,m} \rangle = \delta_{k,l}\delta_{j,m} \quad (6)$$

을[1][4] 만족하면 $\psi$와 $\tilde{\psi}$를 이중직교 웨이블릿(biorthogonal wavelets)이라고 한다. [1][3][5][6]

## 3. 영상 데이터의 압축

영상 압축의 목적은 원영상에서 사용한 정보량보다 적은 정보로 영상을 효과적으로 재구성하는 것이다. 이러한 압축방법에는 두 가지의 기본적인 방법이 있다. 그것은 가역 또는 무손실 압축(lossless compression)기법과 비가역 또는 손실 압축(lossy compression)기법이다. 무손실 기법은 원영상의 정보를 압축하여도 이를 원영상과 완전하게 같은 영상으로 복원할 수 있는 방법이다. 이를 이용한 압축률은 손실 기법에 비해 낮지만 원영상을 정확히 보존할 수 있다는 장점이 있다. 손실 기법은 원영상의 정보를 정확히 보존할 수는 없지만 적당한 데이터의 손실을 허용함으로서 무손실 기법에 비해 매우 높은 압축률을 구현할 수 있는 방법이다. 실제로, 인간의 시각체계의 볼 수 있는 주파수 영역이 제한되어 있는 특성들을 고려하면, 영상 내의 상관관계를 고려한 손실 압축 기법은 원영상에 가까운 고압축률의 영상을 구성할 수 있다. 압축 기법은 일반적으로 세 가지 단계로 나누어 볼 수 있다. 즉, (1) 변환, (2) 양자화(quantization), (3) 기호적 암호 또는 부호화(symbolic encoding)로 나누어 볼 수 있다. 첫째, 영상의 변환은 무손실 압축 기법의 핵심으로서, 영상의 공간적 요소들간 상관관계를 고려하여 중복된 정보를 최소화하고 효율적인 부호화가 가능한 압축 표현을 위한 것이다. 이러한 방법은 변환 또는 필터링에 의해 가능하며, 이론적으로 영상(또는 함수)의 특성에 맞는 기저(또는 이에 대응하는 분해필터)의 선택에 의존한다. 둘째, 양자화는 변환된 데이터를 적당한 양자화 스텝(quantization step) 또는 임계값(threshold)을 통하여 정수화 하는 방법이다. 이때 원영상의 정보량도 동시에 압축이 되는데, 특히 이 단계에서는 스텝과 값의 정도에 따라 높은 압축률을 구현할 수 있다. 셋째, 바로 전 단계에서 얻은 양자화 된 정수 데이터의 발생 빈도수에 따라 비트 할당을 효율적으로 하여, 암호 또는 부호화된 기호 데이터를 얻는 단계로서, 이 단계에서는 호프만 부호화(Huffman coding) 또는 산술 부호화(arithmetic coding)와 같은 기호적 암호 또는 부호화(symbolic encoding)가 수행된다. 세 번째 단계에서는 암호화를 통하여 더욱 높은 압축률을 구현 할 수 있으나, 두 번째 단계까지 만으로도 영상 데이터를 압축되었다고 볼 수 있다. 따라서 본 논문에서는 두 번째 단계의 양자화 단계에서 임계값(Threshold)을 이용한 압축까지를 다룰 것이다. 그리고 기존의 1단계 변환을 이용한 영상 데이터 압축이 아닌 영상 데이터를 여러 단계로 나누어 다중 압축하는 방법에 대해 보이려 한다. 또한 변환 단계를 거칠 때마다 손실된 데이터를 일부 복원 시켜 줌으로서 원영상에 좀더 가까운 결과를 얻을 수 있도록 하였다.[1][7][8]

## 4. 실험 및 고찰

이 장에서는 기존에 이용되고 있는 1단계 웨이블릿 변환을 이용하여 영상을 압축 하는 방법을 보이고, 본 논문에서 논한 다단계 웨이블릿 변환을 이용하는 다중 영상 압축 방법과 비교하려 한다. 그림 3은 원영상과 각각의 변환을 통해 생성된 결과 영상들이다. 그림 3의 (a)영상은 원영상이고, (b)영상은 본 논문에서 논하는 다중 압축 방법의 결과 영상, (c)영상은 1차원 변환을 거쳐 생성된 압축 영상, (d)영상은 2차원 변환을 거쳐 생성된 압축 영상, (e)영상은 3차원 변환을 거쳐 생성된 압축 영상이다. 그리고 1단계 변환 영상들에 이용된 임계값(Threshold)은 모두 같은 값을 사용하였다.


(a) 원영상


(b)다중압축영상


(b) 1차원 영상


(c) 2차원 영상


(e) 3차원 영상

그림 3. 원영상과 각 결과 영상들의 비교


(a) 원영상


(b) 다중압축영상


(c) 1차원영상


(d) 2차원 영상


(e) 3차원 영상

그림 4. 원영상과 결과 영상의 부분확대 비교

그림 3의 영상들을 비교해보면, (a)영상과 (c)영상은 거의 차이를 찾을 수 없으며, (b)영상과 (d)영상, (e)영상은 (c)영상에 비해 원영상과 좀더 많은 차이를 가지고 있으나, (e)영상은 데이터의 많은 손실로 인해 영상이 많이 깨어졌다. (b)영상과 (d)영상은 (e)영상 보다는 데이터의 손실이 적어 영상이 덜 깨어졌으나 (c)영상 보다는 영상이 깨어졌다. 그리고 (b)영상이 (d)영상 보다는 (a)영상(원영상)에 가까운 영상을 보였다. 그림 4는 결과 영상들의 깨지는 정도를 좀더 자세히 볼 수 있도록 결과 영상의 일부분을 확대하여 나타낸 것이다. 영상에서 모자 부분의 주름부분에서 영상이 깨지는 것을 비교해 볼 수 있다. 그리고 표 1에 나와 있는 각 영상들의 압출률을 고려하여 결과 영상들을 비교해 볼 때 가장 압출률이 높은 (e)영상이 가장 많이 깨어졌고, 가장 압축비율이 낮은 (c)영상이 원영상에 가장 가까웠다. 압축비율을 고려하여 영상을 비교해 본다면 표 2에서 보인 것과 같이 영상의 순서를 나눌 수 있다. 특히, 그림 3의 (b)영상과 (d)영상은 거의 같은 압축률을 보이나 (b)영상이 좀 더 원영상에 가까운 것을 그림 4를 통해서도 확인 할 수 있다.

표 1. 각 결과 영상들의 압축률(%)과 RMSE

| | (b)영상 | (c)영상 | (d)영상 | (e)영상 |
|---|---|---|---|---|
| 압축률 | 83.6975 | 61.3678 | 83.7021 | 92.6575 |
| RMSE | 5.1965 | 3.0986 | 5.3484 | 8.7125 |

표 2. 그림 3의 각 영상들의 비교

| | |
|---|---|
| 영상 | (a)>(c)>**(b)**>(d)>(e) |
| 압축률 | (e)>**(b)**=(d)>(c)>(a) |
| 효율 | **(b)**>(c)>(d)>(a)=(e) |

표 2에서 가장 효율적인 영상은 그림 3의 (b)영상임을 알 수 있다. 여기에서 다른 1단계 변환을 거쳐 생성된 압축 영상보다는 다중 변환을 거쳐 생성된 압축 영상이 활용하기에 더 좋은 영상임을 확인하였다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 영상 데이터의 압축 방법들 중에서 다른 방법에 비해 많은 장점을 가지고 있는 웨이블릿 변환을 이용하여 영상을 다중 변환 압축하는 방법에 대해 논하였다. 많은 데이터로 인해 큰 용량을 가지는 영상을 전송하는데 사용되는 압축 기법에서 중요시되는 것이 압축비율과 원영상에 얼마나 가까우냐하는 것이다. 본 논문에서는 기존의 1단계 웨이블릿 변환을 이용하여 영상을 압축하는 방법과 본 논문에서 논한, 다단계 웨이블릿 변환을 거치는 동안 손실된 정보를 일부 복원하여 다시 변환하여 압축하는 다중 변환 압축 방법을 사용하였다. 실험 결과 1단계 웨이블릿 변환을 거쳐 생성된 압축 영상들 보다 다단계 웨이블릿을 거쳐 생성된 압축 영상이 더 좋은 효율을 가짐을 볼 수 있었다. 또한, 변환 단계를 거치는 동안 영상의 손실된 정보를 더 많이 복원 해줄수록 운영상에 가까운 결과를 얻을 수 있으나 압축비율은 떨어짐을 알 수 있었다. 그리고 1단계 변환에서 차원이 높아질수록 압축은 높아지나 결과 영상의 깨짐 또한 많아지는 것은 그림 3의 (c)영상과 (d)영상, (e)영상을 비교해 보면 알 수 있다. 그림 4를 통해서 원영상과 결과 영상들을 좀 더 자세히 비교해 볼 수 있다. 즉, 1단계 변환 압축을 할 때 변환 차원이 높아질수록 압축비율은 높아지나 그만큼 결과 영상이 많이 깨어져 원영상과 차이가 커지게 됨을 알 수 있었다.

### [참 고 문 헌]


[1] 강현배, 김대경, 서진근, "웨이블릿 이론과 응용", 2001

[2] D. Gabor, Thoery of Commucation, J.of IEE, 93, 429-457 (1946).

[3] Gilbert Strang, Truong Nguyen, "Wavelets and Filter Banks" , 1997

[4] 최병선, "Wavelet 해석" . 2001

[5] Jaideva C. Goswami, Andrew K. Chan, "Fundamentals of Wavelets Theory, Algorithm, and Applications" , 1999

[6] Y. T. Chan, "Wavelet Basics", 1995

[7] Geoff Davis and Aria Nosratinia, "Wavelet-Based Image Coding: An Overview", Applied and Computational Control, Signals, and Circuits, Vol. 1, No. 1, Spring 1998.

[8] Dr. Mulcahy, "Plotting and Scheming with Wavelets" , Mathematics Magazine., Vol 69, No 5, December 1996, 323-343