

고자장 다차원 자기공명영상에서 신호대잡음비 분석

안창범, 김휴정, 장경섭
 광운대학교 전기공학과

Analysis of Signal-to-Noise Ratio in High Field Multi-dimensional Magnetic Resonance Imaging

C.B. Ahn, H.J. Kim, and K.S. Chang

Department of Electrical Engineering, Kwangwoon University

Abstract - In multi-dimensional magnetic resonance imaging, data is obtained in the spatial frequency domain. Since the signal variation in the spatial frequency domain is much larger than that in the spatial domain, analog-to-digital converts with wide conversion bits are required. In this paper, the quantization noise in magnetic resonance imaging is analyzed. The signal-to-quantization noise ratio (SQNR) in the reconstructed image is derived from the level of quantization in the data acquisition. Since the quantization noise is proportional to the signal amplitude, it becomes more dominant in high field imaging. Using the derived formula, the SQNR for several MRI systems are evaluated, and it is shown that the quantization noise can be a limiting factor in high field imaging, especially in three dimensional imaging in magnetic resonance imaging.

음이 증가하게 된다. 즉 양자화잡음은 신호의 크기와 마찬가지로 주 자장의 제곱에 비례하게 된다.

양자화과정에서 발생하는 양자화잡음에 대한 분석은 통신이나 디지털 신호처리분야에서 비교적 상세히 진행되었으나 자기공명영상에서는 공간주파수영역에서 양자화를 하고, 이때 발생한 양자화잡음이 재구성과정을 거쳐 영상에 나타나기 때문에 추가적인 분석이 필요하다. 본 연구에서는 공간주파수영역에서의 양자화과정이 재구성된 영상에 미치는 영향을 이론적으로 분석하였고, 재구성된 영상에서 신호대양자화잡음비를 유도하였다. 유도된 식을 이용하여 실제 사용되는 MRI 시스템들의 신호대양자화잡음비를 계산하였으며, 실험과 시뮬레이션을 통하여 타당성을 확인하였다. 또한 고자장 자기공명영상에서 양자화잡음이 전체 시스템의 신호대잡음비를 결정하는 중요한 요소임을 보였다.

1. 서 론

다차원 자기공명영상기법에서는 3개의 수직인 경사자계를 이용하여 스핀의 공간적인 분포를 직접 읽어내지 않고, 스핀의 위상을 변조하여 공간주파수 형태로 얻어낸다. 이 방법은 공간상에서 스핀의 분포를 직접 읽어내는 point sensitive method 보다 높은 신호대잡음비를 얻을 수 있고, 또한 측정시간을 단축할 수 있다. 측정된 데이터는 2차원 또는 3차원 Fourier 변환을 거쳐 재구성 영상이 된다. 저주파 성분이 많은 영상의 일반적인 특성 때문에 dc주변의 저주파 성분과 고주파 성분 간의 신호 크기의 차이는 공간영역에서의 그레이레벨 차이보다 월등히 크게 된다. 따라서 자기공명영상 시스템의 데이터 측정부는 넓은 변환 비트 (conversion bit/샘플)을 가진 analog to-digital converter (ADC)를 필요로 한다. 동시에 echo planar imaging (EPI) 이나 spiral scan imaging (SSI) 등과 같은 초고속자기공명영상을 위해서는 넓은 대역폭(짧은 변환시간)을 가진 ADC를 요구한다. 따라서 일반적인 MRI 시스템에서는 1us내외의 변환시간을 갖는 16bits/샘플의 ADC가 사용된다. 이러한 ADC를 사용하는 주 자장이 1.5Tesla 이하의 일반적인 자기공명영상시스템에서는 양자화잡음이 코일이나 샘플 또는 전자회로에서 오는 일반적인 잡음에 비하여 크기가 작아서 전체적인 시스템의 신호대잡음비에는 크게 영향을 미치지 못하였다. 그러나 주자장이 4.0Tesla 이상의 고자장 영상에서는 신호의 크기가 주 자장의 제곱에 비례하여 커지고, 반면에 코일잡음은 주 자장의 1/4승에 비례하고, 샘플잡음은 주 자장에 비례하는 반면 양자화잡음은 주 자장의 제곱에 비례하게 되어 고자장영상에서는 양자화잡음이 주된 잡음원으로 부각되고 있다. 이것은 양자화잡음의 표준편차가 최대신호의 크기를 ADC의 스텝수로 나눈 값에 비례하기 때문에 동일한 ADC를 사용한 경우, 고자장영상에서 커지는 신호에 비례하여 양자화잡

2. 본 론

양자화잡음은 아날로그 신호를 디지털신호로 변환하는 과정에서 발생한다. 양자화잡음의 분산은 아래의 식으로 주어진다.

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{LM} \sum_u \sum_v |Q(u,v)|^2 \tag{1}$$

여기에서 L 과 M 은 공간주파수 u 와 v 방향의 샘플링 개수이다. 양자화잡음이 $-\Delta/2$ 와 $\Delta/2$ 사이에 균일한 분포를 가질 경우 식(1)의 분산은 아래와 같이 표시된다.

$$\sigma_q^2 = \frac{\Delta^2}{12} \mu \tag{2}$$

여기에서 Δ 는 양자기의 스텝크기이고, μ 는 수신단의 복조방식에 따른 파라미터이다. ADC의 변환폭을 B bits/샘플 이라 하면

$$\Delta = \lambda \cdot \frac{G(0,0)}{2^{B-1}} \tag{3}$$

식(3)에서 에코 신호는 dc 성분인 $G(0,0)$ 이 가장 크다고 가정하였고, 양과 음의 값을 가질 수 있기 때문에 각각에 (B-1) bits 를 할당하였다. λ 는 슬라이스 간의 신호 차이를 감안하여 ADC의 최대구간을 벗어나지 않도록 하는 파라미터로 1 이상의 값을 가진다.

(1)식과 유사하게 공간영역에서의 양자화잡음의 분산을 아래와 같이 정의하면

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{LM} \sum_x \sum_y q^2(x,y) \tag{4}$$

식(4)의 재구성된 공간영역에서의 양자화잡음은 식(1)의 공간주파수 영역에서의 양자화 잡음과 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$\sigma_q^2 = A^2 LM \sigma_Q^2 = \frac{A^2 LM \Delta^2}{12} \cdot \mu \quad (5)$$

여기에서 A는 재구성과 관련한 임의의 상수이다. 한편 신호의 평균 크기는

$$\begin{aligned} \bar{g} &= \frac{1}{L'M'} \sum_x \sum_y g(x,y) \\ &= \frac{1}{L'M'} \sum_x \sum_y A \sum_u \sum_v G(u,v) \exp(-j \frac{2\pi ux}{L}) \exp(-j \frac{2\pi vy}{M}) \\ &= \frac{A}{L'M'} \sum_u \sum_v G(u,v) \sum_x \exp(-j \frac{2\pi ux}{L}) \sum_y \exp(-j \frac{2\pi vy}{M}) \\ &= \frac{A}{L'M'} \sum_u \sum_v G(u,v) L \delta(u) M \delta(v) \\ &= A \theta_x \theta_y G(0,0) \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서 L' 와 M' 는 oversampling을 하였을 경우 Fourier 변환과 decimation 을 적용한 후의 가로와 세로 방향의 영상의 샘플링개수를 나타내며, θ_x 와 θ_y 는 oversampling factor를 나타낸다. 따라서 신호대양자화잡음비는 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} SQNR &= \frac{\bar{g}}{\sigma_q} = \frac{A \sqrt{\theta_x \theta_y} G(0,0)}{A \sqrt{L'M' \mu} / 12 \Delta} \\ &= \frac{\sqrt{3} \sqrt{\theta_x \theta_y} 2^B}{\lambda \sqrt{L'M' \mu}} \end{aligned} \quad (7)$$

또는

$$\begin{aligned} SQNR &= 6.02B + 10 \log_{10}(\theta_x \theta_y) + 4.77 \\ &\quad - 20 \log_{10}(\lambda) - 10 \log_{10}(L'M' \mu) [dB] \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)을 삼차원 영상($L' \times M' \times N'$)까지 포함하는 일반적인 식으로 확장해보면

$$\begin{aligned} SQNR &= 6.02B + 10 \log_{10}(\theta_x \theta_y \theta_z) + 4.77 \\ &\quad - 20 \log_{10}(\lambda) - 10 \log_{10}(L'M'N' \mu) [dB] \end{aligned} \quad (9)$$

여기에서 θ_z 는 z 방향의 oversampling factor를 나타낸다.

식(8)의 타당성을 확인하기 위하여 시험영상(Lenna)을 이차원 Fourier 변환을 하여 공간주파수영역의 데이터를 만든 후 양자화 과정을 적용하였다. 양자화된 공간주파수 데이터를 다시 재구성을 하여 얻어진 영상의 양자화잡음을 측정하여 SQNR을 구하였다. 그림 1은 다양한 양자기의 B값에 대하여 시뮬레이션과 식(8)로 주어지는 SQNR을 그래프로 나타낸 것이다. 그림 1에서 보듯이 유도된 식과 시뮬레이션 결과는 잘 일치하고 있다.

식(8)과 (9)를 이용하여 다양한 MRI 시스템에 대하여 SQNR을 계산해 보았다. 예를 들면 수신기 margin λ 는 1.5, μ 는 2 (데이터의 실수부와 허수부에 대하여 2개의 ADC를 사용), $L=M=256$, $N=1$ (2차원 영상), $N=64$

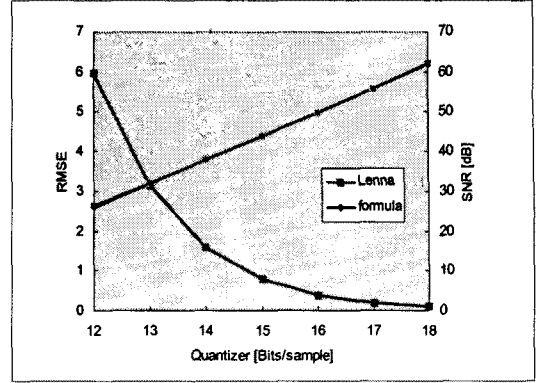


그림 1 양자기의 샘플당 변환 비트에 따른 양자화잡음대신호비

(3차원영상) $\theta_x = \theta_y = \theta_z = 1$ 로 하였을 경우, 2차원 영상의 SQNR 은 46.4 dB 이고, 3차원 영상의 경우 28.3 dB 로 나타난다. 이런 정도의 SQNR 은 2차원 영상에서는 크게 문제가 되지 않을 수도 있으나 3차원 영상의 경우 양자화잡음이 전체 시스템의 SNR을 제한하는 주된 잡음원이 될 수 있다. 더욱이 고해상도 영상을 얻을 경우 ($L=M=512$) 2차원 영상에서의 SQNR도 40.4 dB 로 낮아져 양자화잡음이 시스템 성능에 영향을 미치는 중요한 요소가 될 수 있음을 알 수 있다.

그림 2는 1.5 Tesla 전신 MRI 시스템 (ISOL Technology)을 이용하여 측정한 uniform 팬텀 영상의 신호대잡음비이다. 사용된 spectrometer의 ADC의 변환 폭을 임의로 조절하기가 용이하지 않기 때문에, 수신단의 이득을 조절하여 실질적으로 ADC의 변환 비트를 16bits/샘플에서 10bits/샘플까지 변화한 효과를 얻을 수 있었다. 사용된 영상의 크기는 256x256 이며, readout 방향으로 2배 oversampling을 하였다. 그림 2에서 보듯이 12bits/샘플이하에서는 양자화잡음이 주된 잡음원으로 작용해서 ADC의 변환 폭이 1bit씩 증가할 때마다 시스템의 신호대잡음비가 6dB씩 향상된다 (그래프 상의 직선과 거의 일치한다).

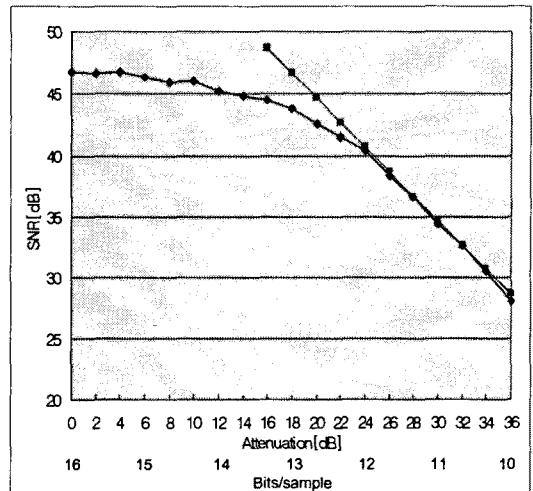


그림 2 1.5 Tesla 시스템에서 측정한 팬텀 영상의 신호대잡음비

변환 폭이 커짐에 따라 전체잡음에서 양자화잡음이 차지하는 비중이 줄어들어 신호대잡음비가 점차 포화되는 것을 알 수 있다. 그러나 양자화잡음이 1.5 Tesla 시스템에서도 무시될 수 없음을 알 수 있으며, 고자장 MRI 시스템에서는 더욱 중요한 문제로 부각될 수 있음을 알 수 있다.

3. 결 론

다차원 자기공명영상에서는 스핀의 분포를 공간주파수 형태로 측정하며, 측정된 데이터는 2차원 또는 3차원 Fourier 변환을 거쳐 재구성 영상이 된다. 저주파 성분이 많은 영상의 일반적인 특성 때문에 dc주변의 저주파 성분과 고주파 성분 간의 신호크기의 차이는 공간영역에서의 그레이레벨 차이보다 월등히 크게 된다. 본 연구에서는 공간주파수영역에서의 양자화과정이 재구성된 영상에 미치는 영향을 이론적으로 분석하였고, 재구성된 영상에서 신호대양자화잡음비를 유도하였다. 유도된 식을 이용하여 실제 사용되는 MRI 시스템들의 신호대양자화잡음비를 계산하였으며, 실험과 시뮬레이션을 통하여 타당성을 확인하였다. 또한 고자장 자기공명영상에서는 양자화잡음이 전체 시스템의 신호대잡음비를 결정하는 중요한 요소임을 보였다.